Formação Continuada em MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ/ Consórcio CEDERJ

# MATEMÁTICA 9º ANO – 4ºBIMESTRE / 2013

# PLANO DE TRABALHO

# POLÍGONOS REGULARES E ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

**TAREFA 2**

**CURSISTA: MARIA DAS GRAÇAS MARTINS MOREIRA**

**TUTORA: ANDRÉA SILVA DE LIMA**

# SUMÁRIO

## INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo propor atividades para um aprendizado significativo dos conceitos relacionados a polígonos e áreas de figuras planas, que despertem o interesse dos alunos do 9º ano do CIEP 358 – Alberto Pasqualini.

Diante das tecnologias, as aulas estão se tornando cada vez mais monótonas para os nossos alunos, por isso encontra-se neste roteiro uma sequência de ações práticas utilizando dobraduras, pinturas e o celular.

Os conteúdos serão desenvolvidos em 5 atividades no período de 9 tempos de aula com 50 minutos cada.

**DESENVOLVIMENTO**

## ATIVIDADE 1

**HABILIDADE RELACIONADA:**

- H06 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e/ou pelos tipos de ângulos.

**PRÉ-REQUISITOS:** Noções básicas de geometria plana: ponto, reta e o plano.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 50 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Caderno, lápis, caneta e celular.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Grupo de 4 alunos.

**OBJETIVOS:**

- Conceituar polígonos e identificar os seus termos: lados, vértices e ângulos.
- Classificar os polígonos de acordo com o número de lados.

## METODOLOGIA ADOTADA

**1ª Atividade – CONHECENDO OS POLÍGONOS**

Inicia-se com uma conversa revendo o conceito de Polígonos.

A **palavra Polígono** vem da palavra grega polygonom.

Poli (muitos) + gono (ângulos).

Polígono é uma figura geométrica plana formada por segmentos de reta, em que dois segmentos de reta consecutivos não estão sobre uma mesma reta e que as extremidades coincidem. Estes segmentos de reta não se cruzam.

Os polígonos estão em todo lugar, por isso durante este mês os alunos deverão ter um detector de polígonos nos seus olhos. Viu um polígono, registrou e trouxe para aula. O registro poderá ser através de:

- Fotos no celular
- Figuras de encartes, jornais e internet.
- Desenho no caderno.

Estas figuras sempre serão apresentadas no final de cada aula durante todo o bimestre.

Em seguida, o professor solicita que os alunos formem grupos de 4 alunos para construir um polígono qualquer utilizando lápis ou caneta. O professor observa os polígonos apresentados por cada grupo e escreve no quadro uma frase de cada vez para serem completadas pelos os alunos.

- Cada objeto (lápis ou caneta) representa O LADO do polígono.

- O encontro de dois objetos (caneta ou lápis) representa um PONTO, que é o VÉRTICE do polígono.

- Cada vértice é o ponto de encontro de dois lados que são, então, chamados de lados CONSECUTIVOS.

- ângulos internos são formados entre lados CONSECUTIVOS.

O professor conclui a explicação comentando que há os polígonos regulares, cujos lados e ângulos internos são todos congruentes entre si, ou seja, possuem o mesmo comprimento e medida, respectivamente, como por exemplo, o pentágono regular, que possui, 5 lados com a mesma medida, 5 vértices e 5 ângulos internos iguais.

A aula será encerrada com a proposta de uma pesquisa para ser realizada na Internet sobre as denominações dos diversos polígonos.

## ATIVIDADE 2

**HABILIDADES RELACIONADAS:**

- H 20 – Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).

**PRÉ-REQUISITOS:** Polígonos, elementos dos polígonos, soma dos ângulos internos de um triângulo.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Caderno, lápis de cor, tesoura e cola.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual.

**OBJETIVOS:**

- Identificar as diagonais de um polígono convexo e construir um procedimento para deduzir uma fórmula para o cálculo do número delas em função do número de lados.
- Diferenciar polígonos convexos dos polígonos côncavos.

## METODOLOGIA ADOTADA

**2ª Atividade – DIAGONAIS DE UM POLÍGONO**

Inicia-se a aula lendo o seguinte texto:

<u>Diagonais e apertos de mãos</u>

Sônia adora festas e também um bom desafio.

Na festa de aniversário de seu pai, à medida que os convidados chegavam, cumprimentavam os outros com um aperto de mãos. Cada um cumprimentava o outro uma vez, e Sônia contava os apertos de mãos: “Um, dois, três, quatro,...”.

De repente ela esbarrou em um convidado e perdeu a conta, mas deu um jeitinho e chegou aos números de apertos de mãos.

Agora, os alunos deverão responder as seguintes perguntas:

a) Se havia 20 pessoas na festa, qual foi o número que Sônia calculou?

b) Se fossem n pessoas, qual seria a fórmula do número de apertos de mãos?

Para que os alunos respondam corretamente, solicita-se que 4 alunos dramatizem a situação para descobrir quantos apertos de mãos serão dados quando se juntarem quatro pessoas. Em seguida, fazer o mesmo processo para 5 e 6 pessoas. Os alunos observarão as regularidades na contagem e assim generalizarão para n pessoas. Cabe o professor ajudá-los da seguinte forma:

Para 4 pessoas:

Se cada pessoa der três apertos de mão, então, quatro pessoas darão (4.3) apertos de mão. Como cada aperto de mão foi contado duas vezes, temos:

$$\frac{4.3}{2} = 6$$

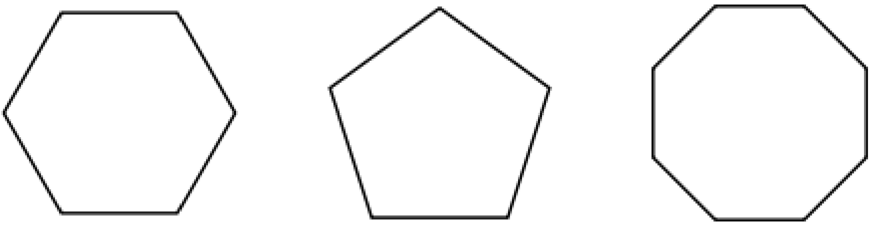
Utilizar o mesmo processo para cinco e seis pessoas.

Após a dramatização descrita acima, o alunos poderão obter as seguintes respostas.

a) 190

b) $\frac{n(n-1)}{2}$

Este é um problema de contagem que propicia estabelecer analogia com o cálculo do número de diagonais de um polígono. Para observarem a semelhança existente entre os procedimentos usados para chegar a essa fórmula dos apertos de mãos e a fórmula do número de diagonais, será distribuído 3 polígonos convexos para traçarem as diagonais e depois responderem:



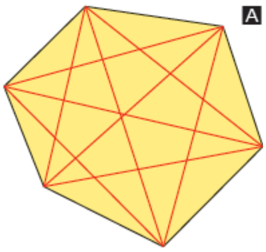
a) Quantas diagonais tem o hexágono?

b) Quantas diagonais tem o pentágono?

c) Quantas diagonais tem um octógono?

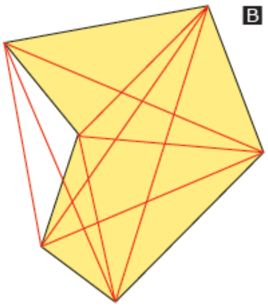
Neste momento o professor relembra os alunos o que caracteriza um polígono convexo fazendo a seguinte pergunta:

- Quando vocês traçaram as diagonais nos polígonos, elas ficaram contidas no interior da figura?




Este polígono é chamado de convexo, porque todas as suas diagonais ficam contidas no seu interior.

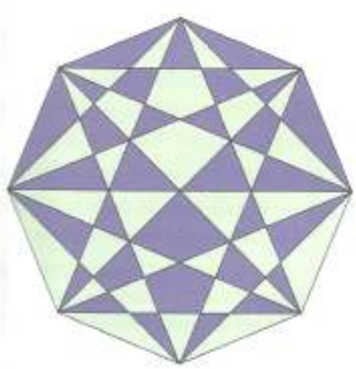
Depois o professor apresenta o polígono abaixo e faz a mesma pergunta.




Nota-se que na figura apresentada, há diagonais que não estão totalmente contidas no seu interior, ou seja, na área delimitada pelos seus lados. Neste caso é chamado de polígono não convexo (côncavo).

Além disso, vale lembrar que todo polígono e qualquer polígono, cujos ângulos internos, sejam menores que 180º é chamado de polígono convexo.

Com os efeitos obtidos ao traçar as diagonais e o recurso da pintura, é possível criar trabalhos artísticos. Para finalizar os alunos escolherão um polígono e criarão suas próprias obras de artes, como a figura abaixo.



**ATIVIDADE 3**

**HABILIDADE RELACIONADA:**

- H 20 - Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).

**PRÉ-REQUISITOS:** Polígonos, elementos dos polígonos, soma dos ângulos internos de um triângulo.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha com alguns polígonos, caderno, régua e compasso.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual

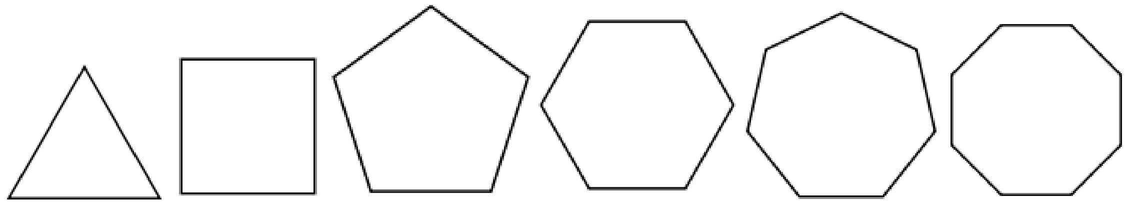
**OBJETIVOS:**

- Determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo.
- Conceituar polígonos regulares e relacionar propriedades. (circunferência inscrita e circunscrita)

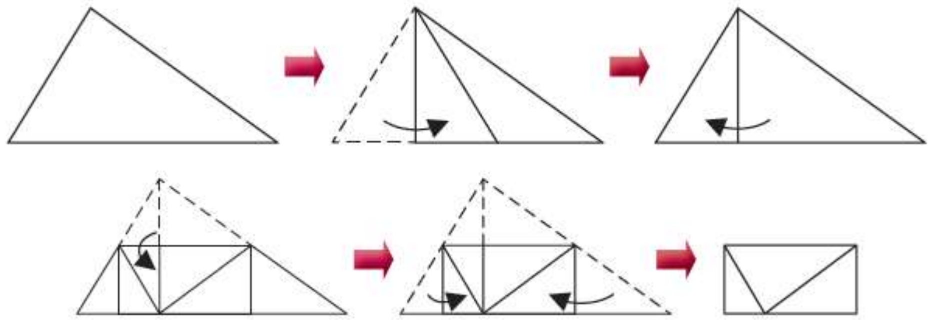
**METODOLOGIA ADOTADA**

**3ª Atividade – SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS DE UM POLÍGONO/ POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS E CIRCUNSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA.**

Será distribuída uma folha com alguns polígonos para a realização das tarefas.



Destaca-se o triângulo e marca os seus ângulos internos, em seguida os alunos farão a sequência de dobraduras indicada nas ilustrações abaixo:



Conclui-se que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

Após a atividade anterior, solicita-se que o aluno escolha outro polígono com mais de quatro lados e trace todas as diagonais que partem de apenas um de seus vértices para contar quantos triângulos há nesse polígono. Para calcular a soma dos ângulos internos de um polígono convexo, basta usar a decomposição dos polígonos em triângulos e multiplicar a quantidade de triângulos formados, a partir de apenas um vértice, por 180.

No quadrado, o aluno deverá traçar duas diagonais e chamará o ponto de encontro dessas diagonais de O. Fará duas circunferências:

- Uma circunferência que passa pelos seus vértices, ou seja, o quadrado ficará inscrito nela (ponta seca em O e abertura até um dos vértices do quadrado). Esta circunferência é chamada de circunferência circunscrita.
- Uma circunferência que tangencia os lados do polígono em respectivos pontos, ou seja, o quadrado ficará circunscrito nela (ponta seca do compasso em O e abertura até um dos lados). Esta circunferência é chamada de circunferência inscrita.

**ATIVIDADE 4**

**HABILIDADE RELACIONADA:**

- H 26 - Resolver problemas envolvendo noção de área de figuras planas, com ou sem malhas quadriculadas.

**PRÉ-REQUISITOS:** Conceito de medida e unidade de medida.

**TEMPO DE DURAÇÃO:** 150 minutos

**RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Folha quadriculada, compasso, régua, tesoura, cola, caderno e folha de ofício.

**ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Individual

**OBJETIVOS:**

- Deduzir as fórmulas de áreas das principais superfícies planas.

## METODOLOGIA ADOTADA

**4ª Atividade – ÁREA DE FIGURAS PLANAS**

Inicialmente será distribuída uma folha quadriculada para a realização das seguintes tarefas:

1. Faça um quadrado de 2 unidades de medida
2. Faça um retângulo de 3 unidades por 2 unidades de medida
3. Faça dois paralelogramos iguais.
4. Faça dois triângulos retângulos
5. Faça dois trapézios isósceles.

Os polígonos serão recortados e colados no caderno conforme solicitado pelo professor.

Após a confecção dos polígonos, será escrito no caderno da seguinte maneira:

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

CÁLCULO DE ÁREAS

Os alunos irão colando gradativamente cada figura e deduzindo a fórmula de área para cada uma delas.

As primeiras figuras que serão coladas serão o **quadrado** e o **retângulo**. Cabe o professor explicar que será considerado cada quadradinho como unidade de medida de superfície para o cálculo da área.

A partir da contagem, o aluno entenderá que a área do quadrado é lado vezes lado, e a do retângulo, base vezes altura.

Depois será a área de uma região limitada por um paralelogramo, para isso, o aluno colará um paralelogramo e o outro ele deverá recortá-lo para formar uma região retangular. Assim, eles perceberão que as duas figuras tem a mesma área e por isso a área do paralelogramo é calculada da mesma forma que a do retângulo.

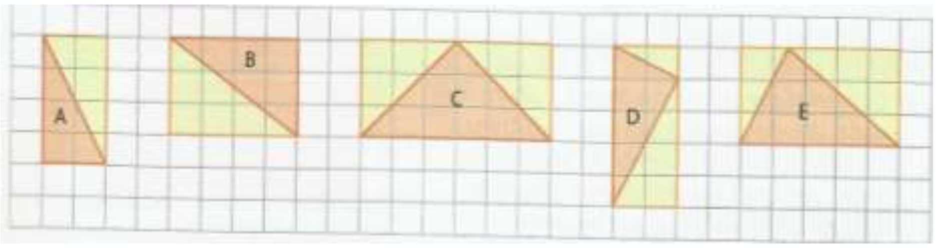
É importante reforçar para o aluno que:

- A altura do paralelogramo é a distância entre as duas bases.
- No retângulo, a altura coincide com o lado.
- Diferentemente do retângulo, os lados do paralelogramo que não são base, não são altura.

A próxima será a área de **uma região triangular**.

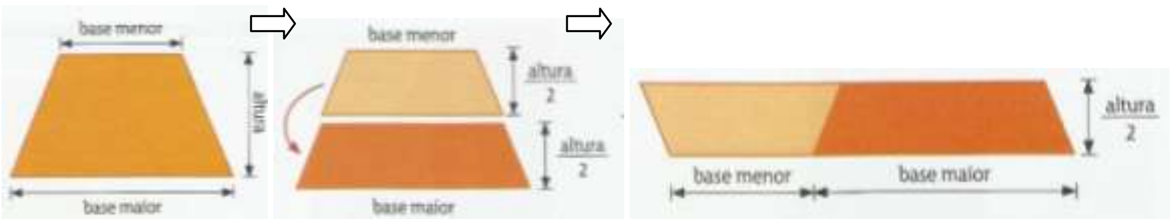
O aluno formará com os dois triângulos um retângulo para perceber qual a relação que existe entre a área de cada região triangular com a área de um retângulo.

Será distribuída a figura abaixo para constatarem que sempre a área de um triângulo é a metade da área da região retangular.




Finalizando com o papel quadriculado, os alunos deverão colar um **trapézio** no caderno e com o outro fazer um corte paralelo equidistante às duas bases.

Fazer um giro de 180º sobre uma das duas regiões obtidas e construirão um paralelogramo.




Eles notarão que:

- A medida da base do paralelogramo é igual à soma das duas bases do trapézio original;
- A altura do paralelogramo é a metade da altura desse trapézio;
- As regiões contornadas pelo trapézio e pelo paralelogramo têm áreas iguais.

Logo a área do trapézio é:

$$(base\ menor + base\ maior).\frac{altura}{2} \text{ ou } \frac{(base\ menor + base\ maior).altura}{2}$$

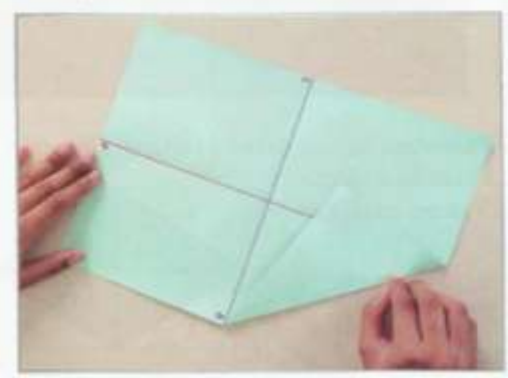
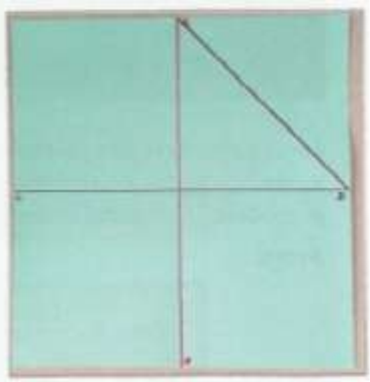
Para finalizar, os alunos receberão dois retângulos de papel para o término da aula. No primeiro retângulo, por meio de dobradura eles farão a sequência abaixo para o aprendizado da área de uma região limitada por um **losango**.

1º passo: Pegue uma folha de papel retangular.

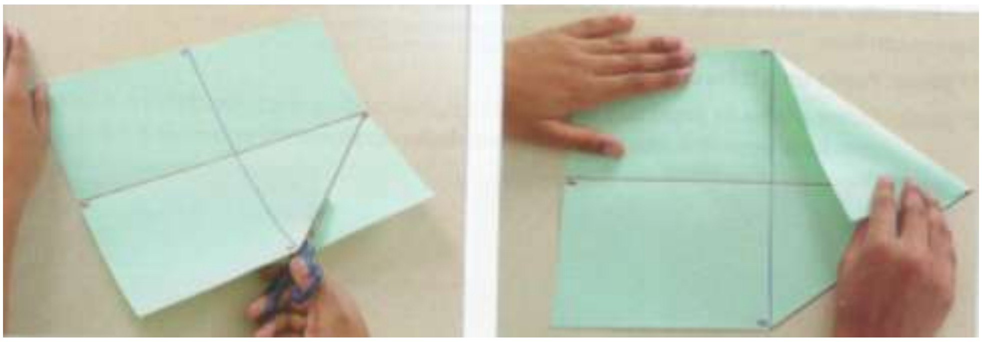
2º passo: Dobre a folha de papel ao meio, na vertical, marcando o vinco. Desdobre-a e cubra o vinco com o lápis vermelho. Marque nas extremidades os pontos A e B.


3º Passo: Dobre a folha de papel ao meio, na horizontal, marcando o vinco. Desdobre-a e cubra o vinco formado com lápis azul. Marque nas extremidades do segmento os pontos C e D.

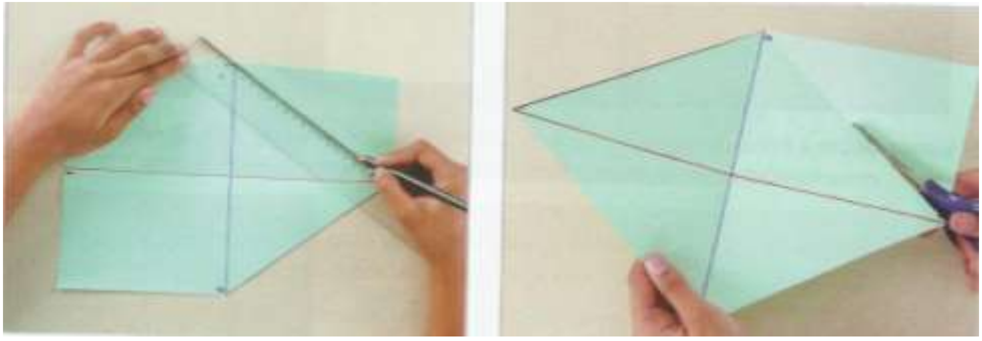

4 º Passo: Como indicado na figura abaixo, faça uma dobra de tal forma que ela ligue o ponto A ao ponto D, marcando a folha e cobrindo esse vinco com lápis.

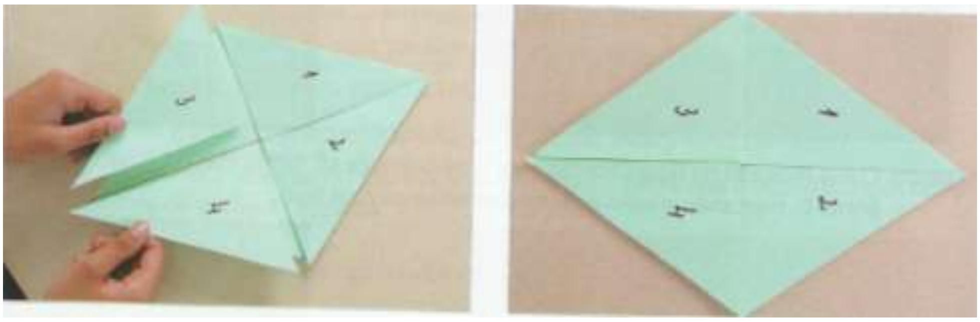
5º Passo: Recorte a folha conforme a fotografia. Faça as outras dobras, ligando A ao C, depois o B ao C e, por último, o B ao D.



6º Passo: Marque esses três vincos. Recorte a folha, conforme a fotografia, e guarde as partes recortadas.



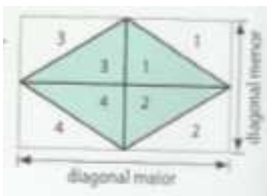
Ao final o aluno observará que cobrindo o losango formado com os quatro triângulos recortados da região retangular anterior, é possível formar um segundo losango com a mesma área e perímetro.



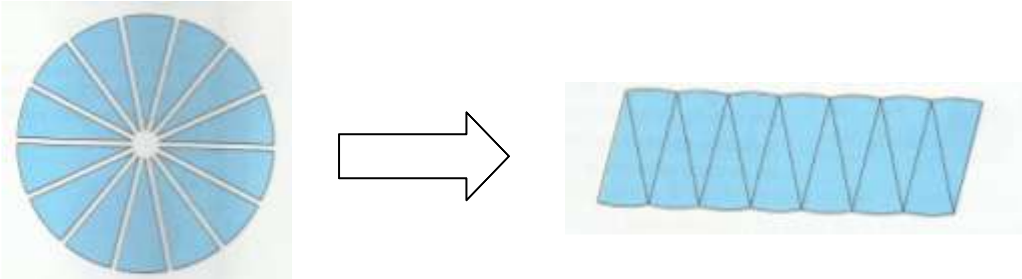
Logo, a área da região contornada pelo losango é a metade da área da região retangular, sendo:

- A medida da diagonal maior do losango igual à base do retângulo;
- Medida da diagonal menor do losango igual à altura do retângulo. Assim:

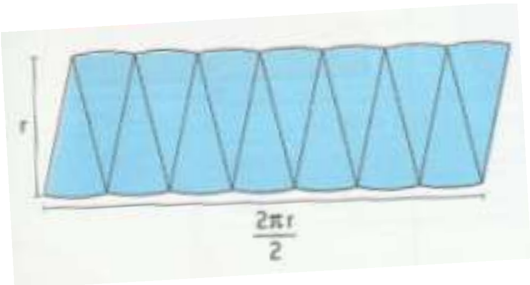
  Área do losango = $\frac{diagonal\ maior.diagonal\ menor}{2}$



No outro pedaço retangular os alunos farão com o auxílio de um compasso um **círculo** com 10 cm de raio, dobrarão o círculo 4 vezes de modo que as partes obtidas sejam iguais. O círculo será decomposto em 16 partes iguais. Depois, organizarão as partes obtidas parecidas com a imagem abaixo:



Organizando as partes do círculo da forma acima lembra um paralelogramo.




A área de um paralelogramo é o produto da base pela altura. Com o auxílio de uma régua medimos a altura da figura parecida com o paralelogramo e constatamos que é aproximadamente o raio do círculo e a sua base, a metade do comprimento da circunferência. Então, neste caso, temos:

Área do paralelogramo = b.h

Base= $\frac{2\pi r}{2}$

Altura = r

Fazendo as substituições, temos:

$$\frac{2\pi r}{2}.r=\frac{2\pi r^2}{2}=\pi r^2$$

**AVALIAÇÃO**

A avaliação é um processo contínuo, por isso, em cada atividade cabe ao professor observar as dificuldades apresentadas pelos alunos para serem solucionadas.

Através de um jogo no final da aula, o professor poderá analisar melhor se realmente os alunos compreenderam significativamente o conteúdo apresentado neste plano de trabalho.

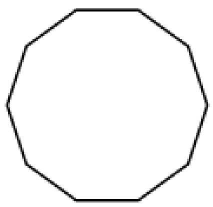
Em um saco terão 44 peças, cada aluno retira uma ficha e falará sobre o desenho de acordo com o que foi aprendido nas aulas de matemática. Caso retire uma frase desenhará no quadro alguma forma geométrica com a característica apresentada na ficha.

***Ao menos um dos ângulos é obtuso.***

***Nenhum ângulo é reto.***

***Ao menos um ângulo é menor do que 90º.***

***Ao menos dois ângulos são agudos***



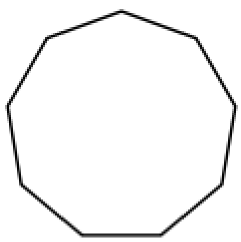
***Todos os ângulos têm a mesma medida***

***Todos os lados têm o mesmo comprimento***

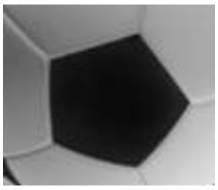
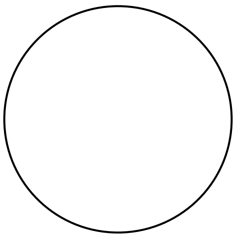
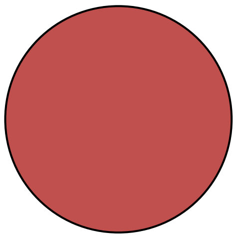
***Somente um par de lados paralelos***

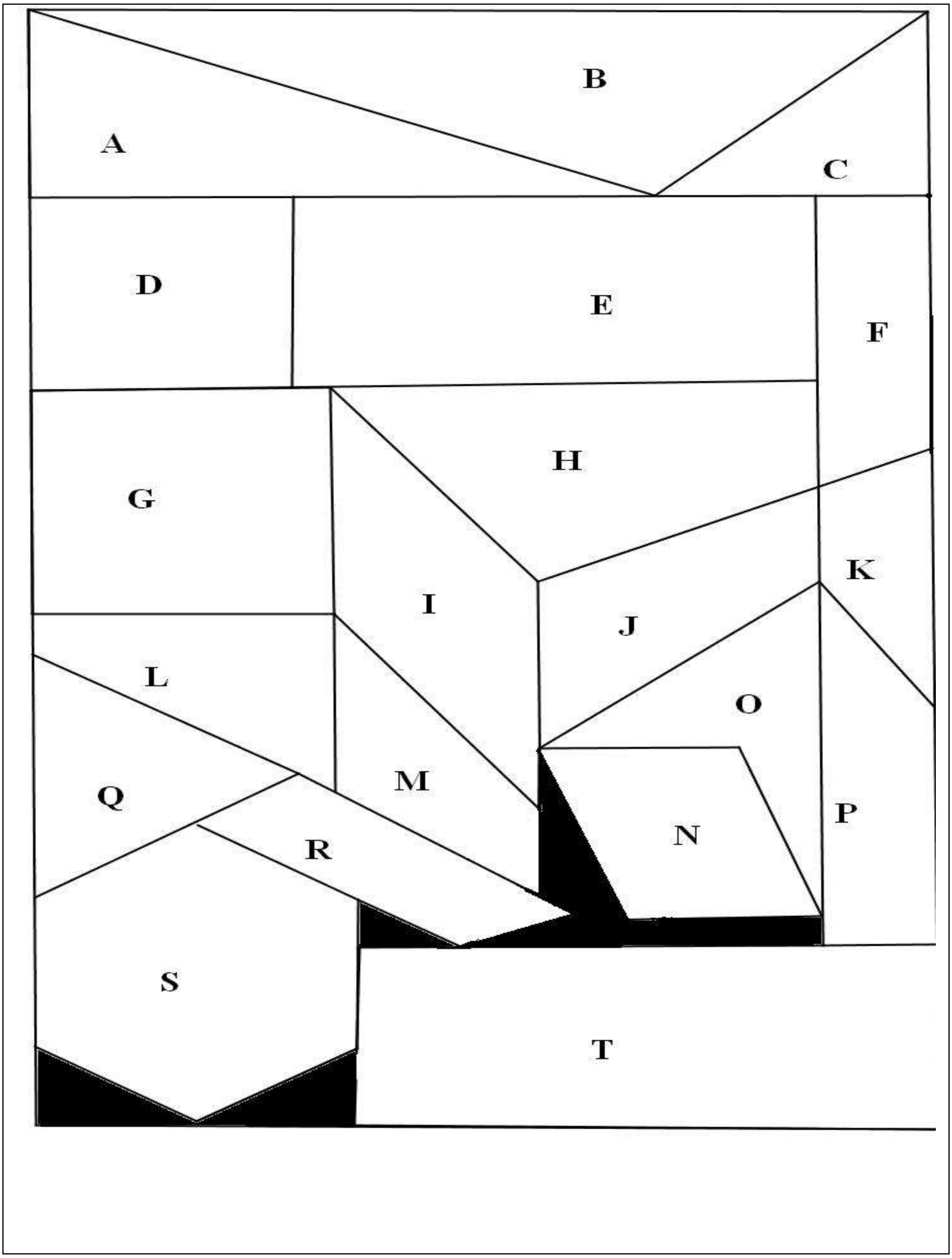
***Ao menos um par de lados perpendiculares***

***É um quadrilátero***



***Os pares de lados opostos têm o mesmo comprimento***

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |




Nesta brincadeira, pode se avaliar alguns descritores da matriz de referência de matemática para a 8ª série/9º ano do ensino fundamental do Tema 1 – Espaço e forma, descritos abaixo:

- D 03 - Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos
- D 04 - Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
- D 06 - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.
- D 08 - Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
- D 11 - Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relacoes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORDEAUX, Ana Lúcia; RUBINSTEIN, Cléa; FRANÇA, Elizabeth; OGLIARI, Elizabeth; PORTELA, Gilda. **Matemática em ação**. 7º Ano. 1ª ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

DIAS, Cláudio Carlos; SAMPAIO, João Carlos Vieira. **Matem@tica na Pr@tica - Curso de especialização para professores do ensino médio de matemática.** Módulo I – Desafio Geométrico. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2010. Disponível em: <http://www.dm.ufscar.br/~sampaio/DesafioGeometricoModuloI.pdf > Acesso em: 03 set 2013.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática Ideias e Desafios.** 8º Ano. 17ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. **Jogos de Matemática de 6º ao 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental)

TOSATTO, Cláudia Miriam; PERACCHI, Edilaine do Pilar F.; ESTEPHAN, Violeta Maria. **Ideias e Relações**. 8ª série. Curitiba: Nova Didática, 2002.