

Formação Continuada para professores de Matemática Fundação
CECIERJ/SEEDUC – RJ

Colégio Estadual Cinamomo

Prof^ª. **Adilcimara da silva Gomes**

Matrícula: 0838003-2

Série 2º Ano –Ensino Médio – 4º Bimestre

Tutora: **Maria Claudia Padilha Tostes**

Trabalho 4 - **Geometria Espacial - Esferas**

Introdução

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebam, através de problemas do dia-a-dia, a aplicabilidade do conteúdo de geometria espacial - **Esferas** para resolução de problemas. O planejamento foi elaborado visando a transmissão de conhecimento através da construção feita pelos alunos com resolução de situações-problema e generalizações.

Já que os alunos apresentam dificuldades na interpretação de enunciados, nos cálculos envolvendo números reais e também a falta de interesse; utilizaremos assuntos diversificados e atraentes para que possamos ter a atenção dos alunos.

Para a totalização do plano serão necessários 6 tempos de 40 minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais 2 tempos para avaliação da aprendizagem, lembrando que essa turma é do EJA com 4 aulas semanais.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

Habilidade Relacionada:

- * Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.
- * Compreender a definição de superfície esférica e de esfera
- * Resolver problemas utilizando o cálculo da área da superfície esférica e do volume de uma esfera

Pré- Requisitos: ponto, reta, círculo, semicírculo, áreas de figuras planas e volume da pirâmide e cilindro.

Tempo de Duração: 120 minutos

Recursos Educacionais Utilizados: Objetos em formato de esfera: bolas de isopor de diferentes tamanhos, globo terrestre, bolas de jogos (ping-pong, volley, basquete e futebol) , uma moeda , folha de atividades, lápis, borracha e data-show

Organização da Turma: Duplas

Objetivos:

Apresentar a esfera como sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo

Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicação em assuntos cotidianos.

Metodologia Adotada

Primeiro iremos demonstrar através de uma experiência simples: fazer uma moeda girar em torno de um eixo que contém o seu diâmetro para demonstrar a geração de uma superfície esférica, bem como a esfera.

Depois de dividirmos a sala em duplas iremos trabalhar com vários tamanhos de bolas e eles irão preencher a tabela abaixo utilizando uma régua para fazer as medições:

Bolas	Raio (cm)	Diâmetro (cm)
1		
2		
3		

Apresentar no Data-show o roteiro de ação 4 para trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da idéia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já estudados.

Atividade

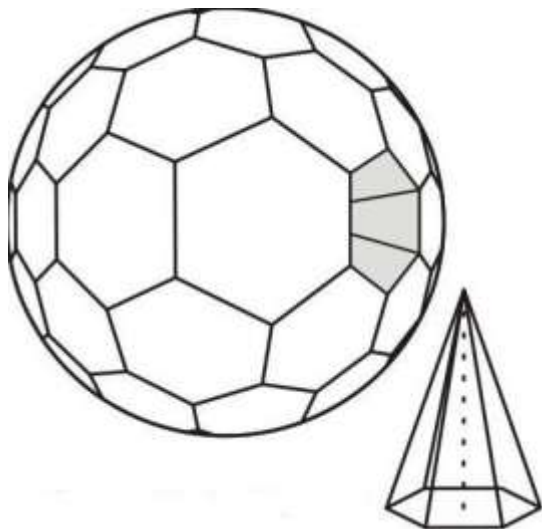
- 1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.
- 2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.
- 3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou?

Caso os alunos tenham dificuldades em calcular a área do papel A4 utilizado, lembre-os que se trata de um retângulo, cuja área é dada por

$$A = b \cdot h$$

Se eles precisarem cortar o papel, oriente-os a manter a forma retangular da folha ou cortar num outro formato (triangular, circular) cuja área possa ser calculada com facilidade.

- 4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.



Fonte: <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br>

- 5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem?
- 6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem?

Note que a superfície esférica é formada por uma infinidade de polígonos. Mostre aos seus alunos que a área dessa superfície pode ser escrita como a soma das áreas dos polígonos, ou seja,

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

□

e o volume da esfera pode ser escrito como a soma do volume das pirâmides. Sendo assim,

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

7) Você lembra como é a fórmula do volume da pirâmide? Converse com seus colegas e escreva-a.

Se você não lembrou, vamos rever a fórmula do volume da pirâmide? Ela é dada por:

$$V_P = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

8) Observe novamente a figura do item 4. O que podemos afirmar quanto à altura da pirâmide? Não esqueça que cada pirâmide tem como vértice o centro da bola e a base compõe a superfície esférica.

9) Então, como podemos escrever a fórmula do volume da pirâmide em função do raio da esfera?

10) Agora que você já sabe que o volume da esfera é igual à soma do volume das n pirâmides, tente reescrevê-lo em função do raio da esfera.

Esperamos que seu aluno deduza que a altura da pirâmide é igual ao raio da esfera, ou seja

$$H = r$$

Assim, temos que o volume da pirâmide pode ser escrito da seguinte forma

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

E, portanto, o aluno deverá chegar que o volume da esfera é dado por

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Que tal reescrever o volume da esfera de forma a isolar os termos que se repetem? Tente! Após isolar os termos que se repetem no volume da superfície esférica, os alunos terão a seguinte sentença \square

11) Com as respostas obtidas nos itens 5 e 11, reescreva o volume da esfera.

12) Você já sabe calcular o volume da esfera, correto? Qual é a fórmula para este cálculo?

Você deve ter visto que o volume da esfera é dado por

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

13) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera, considerando os itens 12 e 13? Existe alguma relação nas respostas dadas nestes itens?

14) E a que conclusão podemos chegar quanto a área da esfera?

$$V = \frac{1}{3} R A_{SE}$$

Ao reescrever o volume da esfera no item 12, temos que

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad A_{SE} = V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

assim, basta isolar . Ficamos com a seguinte fórmula

$$A_{SE} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

Você já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando , preencha a tabela abaixo, usando as bolinhas usadas na atividade anterior.

Bolas	Raio (cm)	Diâmetro (cm)	Superfície esférica (cm ²)	Volume da esfera (cm ³)
1				
2				
3				



ATIVIDADE 2 –

Habilidade Relacionada:

- * Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
- * Resolver problemas envolvendo noções de volume.

Pré- Requisitos: raio, diâmetro de um círculo, área de uma superfície esférica e volume de uma esfera

Tempo de Duração: 120 minutos

Recursos Educacionais Utilizados: folha de atividades, lápis, borracha e data-show.

Organização da Turma: Duplas

Objetivos:

Formalizar os conteúdos para cálculo da área lateral e total e o cálculo do volume da pirâmide e do cone

Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicação em assuntos cotidianos.

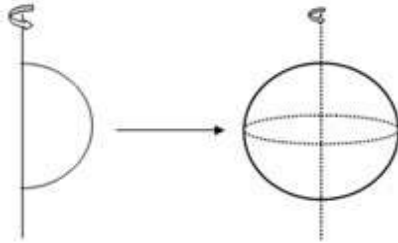
Metodologia Adotada

Apresentar para os alunos através do data-show uma apostila sobre esferas, formalizando os assuntos estudados por eles em aulas anteriores.

Depois de explicado os conteúdos, os alunos farão uma folha de exercícios contendo questões contextualizadas.

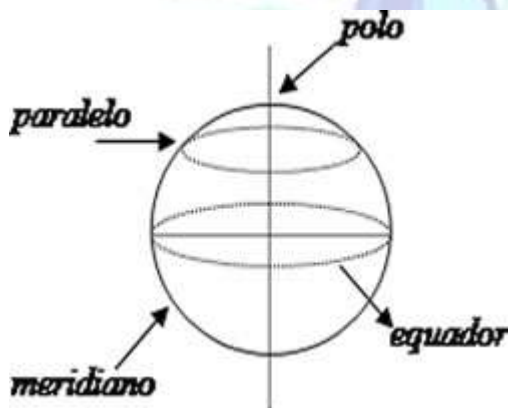
ESFERA

A esfera é obtida através da revolução da semicircunferência sobre um eixo. Podemos considerar que a esfera é um sólido.



Alguns conceitos básicos estão relacionados à esfera, se considerarmos a superfície esférica destacamos os seguintes elementos básicos:

- Pólos →
- Equador →
- Paralelo →
- Meridiano →



Área de uma superfície esférica

Temos que a área de uma superfície esférica de raio r é igual a:

$$A = 4 * \pi * r^2$$

Volume da esfera

Por ser considerada um sólido geométrico, a esfera possui volume representado pela

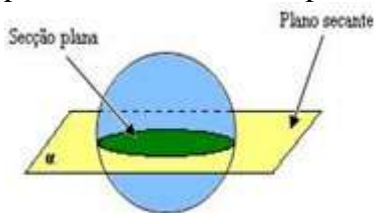
seguinte equação:

$$V = \frac{4}{3} * \pi * r^3$$

Posição relativa entre plano e esfera

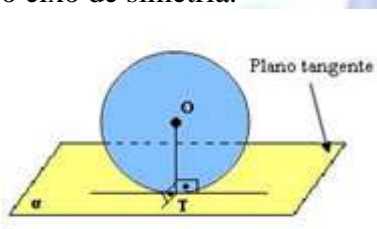
Plano secante à esfera

O plano intersecciona a esfera formando duas partes, se o plano corta a esfera passando pelo centro temos duas partes de tamanhos iguais.



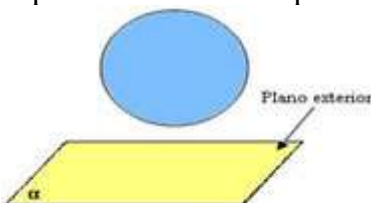
Plano tangente à esfera

O plano tangencia a esfera em apenas um ponto, formando um ângulo de 90° graus com o eixo de simetria.



Plano externo à esfera

O plano e a esfera não possuem pontos em comum.



A esfera possui inúmeras aplicações, como exemplo podemos citar a Óptica (Física), a seção de uma esfera forma uma lente esférica, que são objetos importantes na construção de óculos. Corpos esféricos possuem grande importância na Engenharia Mecânica, a parte interior de inúmeras peças capazes de realizar movimentos circulares sobre eixos é constituída de esferas de aço. Um bom exemplo dessas peças é o rolamento.

EXERCÍCIOS

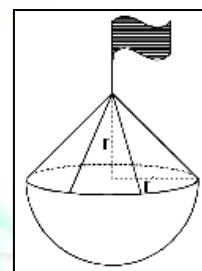
1- Quantos litros de gás pode conter um reservatório industrial em formato esférico e com raio interno 2 m?

2- Uma indústria recebeu uma encomenda para a confecção de 5 000 bolinhas de pingue-pongue. O plástico usado na confecção das bolinhas custa R\$ 5,00 o m^2 . Se o diâmetro de uma bolinha é de 3cm, qual é o custo da indústria com o material para essa encomenda?

3- Determine a área da superfície esférica cujo raio de 6 cm.

4- Qual é o volume de uma bola de basquete cujo diâmetro mede 26 cm?

5- (UFU-MG) Bóias de sinalização marítima são construídas de acordo com a figura abaixo, em que um cone de raio da base e altura r é sobreposto a um hemisfério de raio r . Aumentando-se r em 50%, o volume da bóia fica multiplicado por que fração?



6 - (UEG GO) Dona Maria fez um único “brigadeirão” em forma de esfera para seus 8 netos. Para que cada um ficasse com a mesma quantidade de doce, resolveu fazer a divisão em 8 brigadeiros pequenos, todos também em forma de esferas. Que fração do raio do “brigadeirão” deverá ser o raio da esfera de cada um dos 8 brigadeiros?

ATIVIDADE 3 (Problemas do SAERJ/Saerjinho)

Habilidade Relacionada:

* Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

* Resolver Problemas envolvendo noções de volume.

Pré- Requisitos: Tempo de Duração: 80 minutos

Recursos Educacionais Utilizados: folha de atividades, lápis e borracha,

Organização da Turma: Duplas

Objetivos:

Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicação em assuntos cotidianos.

Metodologia Adotada

Apresentação de questões diversificadas do SAERJ e Saerjinho envolvendo os conceitos aprendidos sobre geometria espacial.

Atividade Avaliativa

1ª Questão

(M110226) Um rolamento possui diversas esferas de 6 mm de raio. Qual é a medida do volume, em mm^3 , de cada uma dessas esferas?

- A) 12π
- B) 36π
- C) 144π
- D) 216π
- E) 288π

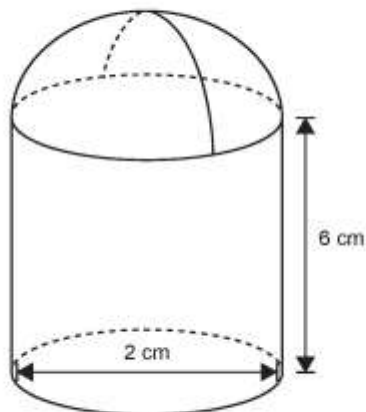
2ª Questão

(M112765I) Se a massa m de um gás ocupa todo um recipiente de volume v , definimos a densidade do gás como $\text{densidade} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$. Qual é a massa, em gramas, de um gás de densidade $0,05 \text{ g/cm}^3$ necessária ocupar inteiramente uma bola de 6 cm de raio?

- A) $0,3\pi$
- B) $3,6\pi$
- C) $14,4\pi$
- D) 36π
- E) $43,2\pi$

3ª Questão

(M111235I) A figura a seguir representa uma cápsula formada de duas partes: a parte inferior tem forma cilíndrica e a superior tem forma de um hemisfério. A altura da parte cilíndrica mede 6 cm e os diâmetros das duas partes medem 2 cm .

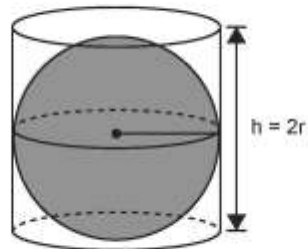


Nestas condições, concluímos que o volume dessa cápsula mede, em cm^3 :

- A) $\frac{7}{3}\pi$
- B) $\frac{20}{3}\pi$
- C) $\frac{29}{3}\pi$
- D) $\frac{35}{3}\pi$
- E) $\frac{178}{3}\pi$

4ª Questão

(M1122551) Uma indústria de embalagens vai confeccionar caixas cilíndricas, com tampas, para bolas, como mostra a figura abaixo:



As bolas, que têm 10 cm de raio, ficarão inscritas nas caixas, isto é, vão tangenciar suas paredes. Quantos centímetros quadrados de papelão serão gastos, para a fabricação dessas embalagens? (considere $\pi = 3,14$)

- A) 1 600 cm²
- B) 1 684 cm²
- C) 1 800 cm²
- D) 1 884 cm²
- E) 1 900 cm²

5ª Questão



(M1107051) Joaquim pintou uma grande esfera de 2 metros de raio. Cada lata de tinta comprada, foi capaz de pintar 13 m² da superfície.

Qual foi a quantidade mínima de latas que Joaquim comprou para pintar essa esfera?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Considere:
 $\pi = 3,14$

AVALIAÇÃO

A avaliação é um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo de ensino- aprendizagem como um todo – tanto para o professor conhecer e verificar os resultados de seu trabalho quanto para o aluno verificar seu desempenho. Além disso, ela deve ser um meio para que possamos reavaliar o processo de ensino, sanando as dificuldades e aperfeiçoando os métodos.

A folha de atividades a ser realizada em duplas será uma forma de avaliação, através dela poderemos verificar as competências e habilidades aprendidas, ela será utilizada como um instrumento de avaliação.

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE ESTE PLANO DE TRABALHO

Ele foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas do 2º ano/ EJA com 4 aulas semanais e o grau de conhecimento dos alunos. Fiz o planejamento para 2 semanas de aula, contudo acho que a atividade 2 demandará mais tempo. Não deu para usar os computadores da sala de informática, devido a escola estar em obras e a sala de informática estar sendo usada como sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Geometria Espacial – esferas

Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Medio – 4º bimestre/2012 –

<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>

Matemática Contexto & Aplicações – volume 2- Dante – 1ª Edição (2011) – Editora Ática

Matemática Ciência e Aplicações – Volume 2-Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn e Nilze de Almeida – 6ª Edição (2010) – Editora Saraiva

Endereços eletrônicos acessados:

www.brasilecola.com/matematica/esfera/htm

www.youtube.com.br

<http://obaricentrodamente.blogspot.com.br>