

FORMAÇÃO CONTINUADA

MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

Matemática - 2º ano - 4º Bimestre /2013

Plano de Trabalho -2



Figura1- <http://pt.dreamstime.com/imagens-de-stock-terra-3d-image8394004>

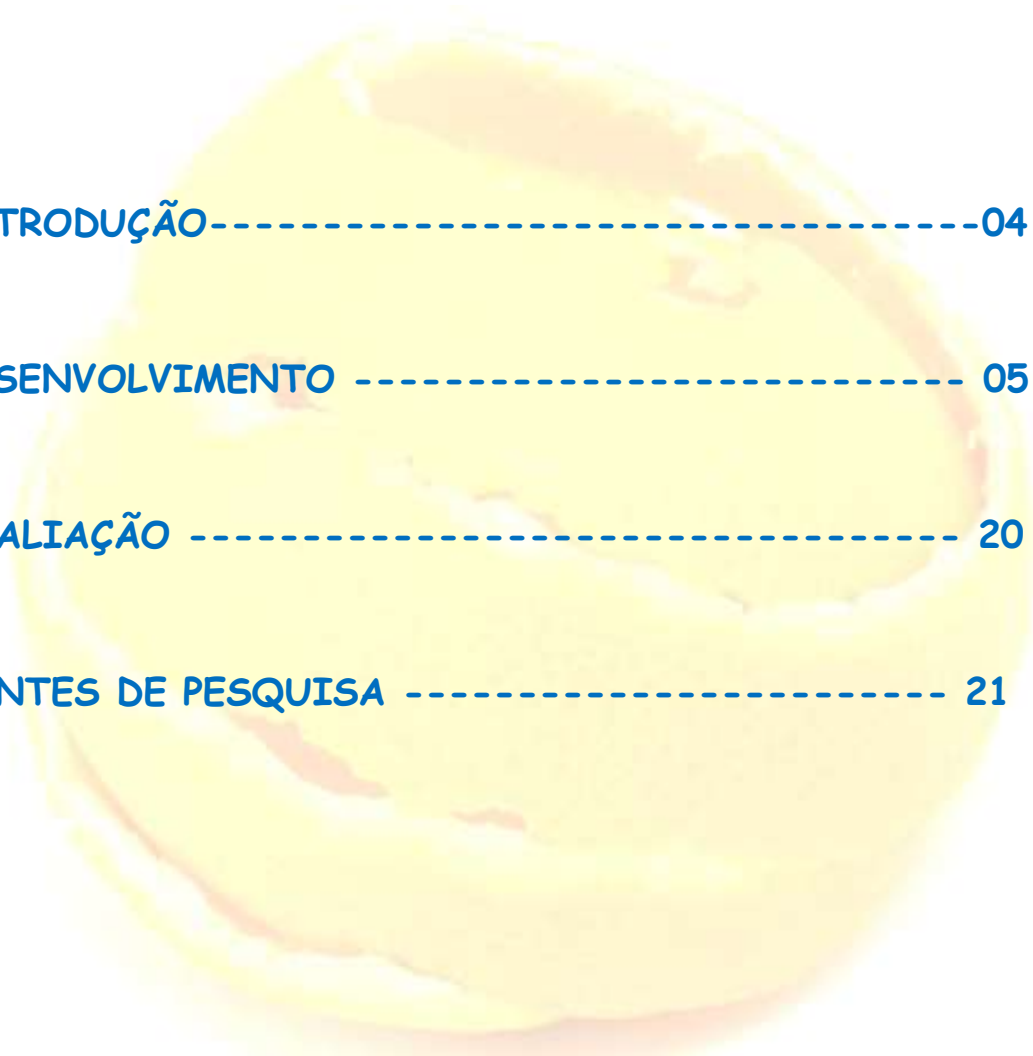
Cursista - Isa Márcia Louro Delbons

Grupo - 02

Tutora - Susi Cristine Britto Ferreira

**"A geometria é uma ciência de todas as espécies possíveis de espaços."
(Kant)**

S u m á r i o



INTRODUÇÃO	-----	04
DESENVOLVIMENTO	-----	05
AVALIAÇÃO	-----	20
FONTES DE PESQUISA	-----	21

Figura 2 - <http://www.outramedicina.com/1260/usos-da-casca-de-laranja>

INTRODUÇÃO

A geometria espacial é o estudo da geometria no espaço, na qual as figuras que possuem mais de duas dimensões, recebem o nome de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais.

Essas figuras ocupam um lugar no espaço, então a geometria espacial é responsável pelo cálculo do volume (medida do espaço ocupada por um sólido) dessas figuras e o estudo das estruturas das figuras espaciais.

O presente plano de trabalho tem por objetivo introduzir o conteúdo de Área da superfície esférica e Volume da esfera, onde serão utilizadas situações que estão presentes no cotidiano do aluno e levando-o a perceber que qualquer que seja o sólido geométrico temos condição de calcular o espaço que ele ocupa em determinado plano.

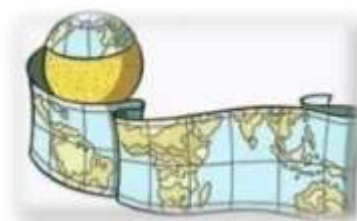
O aluno poderá comprovar através de exemplos simples que as esferas estão presentes em vários contextos de nossa vida.

O plano será desenvolvido em doze tempos de cinquenta minutos para estudo do conceito abordado e seis tempos para a avaliação do conteúdo ministrado. Não esquecendo que em cada aula dada, haverá um tempo para fixação do que foi aprendido.

Esferas e Superfícies Esféricas

A matemática presente no cotidiano

Antes de se falar em esferas e superfícies esféricas será apresentado aos alunos alguns materiais concretos para que eles percebam a diferença entre esfera e superfície esférica.



No exemplo do globo terrestre mostrarei o mapa mundo para representar a superfície da terra.

Comentarei que, embora o planeta Terra seja achatado nos polos, lembra uma esfera e que, portanto, apresenta alguns elementos inerentes a essa figura tridimensional. A linha Equador separa o planeta em dois hemisférios (= meia esfera): norte e sul. A linha do Equador circunda o planeta na sua maior volta, o que se fosse ligar um extremo ao outro em linha reta, formaria o diâmetro. Então o raio da Terra é a distância do centro do planeta a sua extremidade.

Com os exemplos dados os alunos irão perceber que a superfície esférica é a "casca" da esfera e que seu interior reunido com a superfície que representará a esfera propriamente dita.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- ✚ DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos
- ✚ ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática
- ✚ ASSUNTO: Geometria Espacial _ Esfera
- ✚ OBJETIVOS: Apresentar a esfera como um sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo.
- ✚ PRÉ-REQUISITOS: Ponto, reta, círculo e semicírculo.
- ✚ MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, computador com programa de geometria dinâmica Geogebra instalado e com os arquivos "Esfera de revolução.ggb" disponibilizado.

- ✚ ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

- ✚ **Descritores Associados :**

- H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características

Conceito de Esfera

Dado um ponto O e uma distância r , chamamos de esfera ao conjunto de pontos cuja distância até o ponto O é menor ou igual ao raio r . Se essa distância for exatamente igual a r , chamamos o conjunto de pontos de superfície da esfera, pois, neste caso, estaremos tomando somente a “casca” da esfera. Se a distância for menor do que r , teremos apenas o “miolo” da esfera (em cinza claro).

Vejam nas figura seguinte

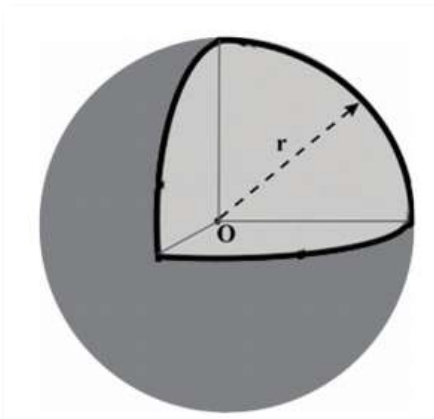


Figura 3 -

http://cejarj.cecierj.edu.br/Material_Versao7/Matematica/Mod3/MATEMATICA_Un25_Fasc8_Mod3_ProjB_V7_Ceja_Final.pdf

A superfície esférica e a esfera podem ser definidas também como superfície ou sólido de revolução, respectivamente. Se girarmos uma semicircunferência completamente, ou seja, 360° em torno de um eixo que contém seu diâmetro obtemos uma superfície esférica.

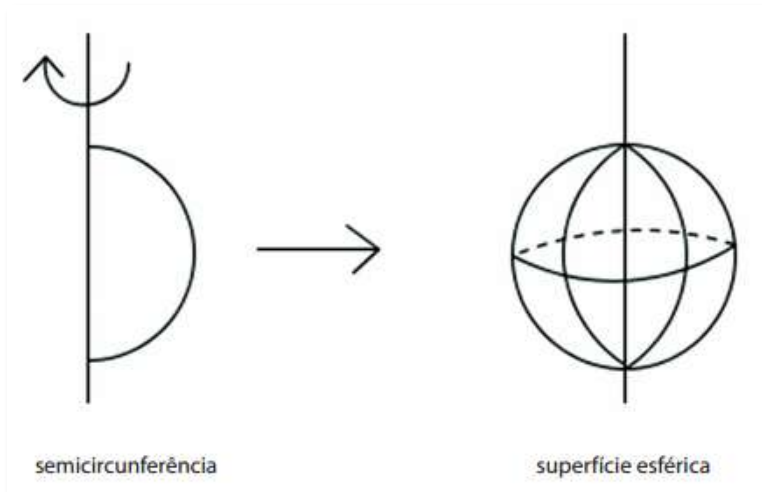


Figura 4 -

http://cejarj.cecierj.edu.br/Material_Versao7/Matematica/Mod3/MATEMATICA_Un25_Fasc8_Mod3_ProjB_V7_Ceja_Final.pdf

Agora, se girarmos um semicírculo completamente, ou seja, 360° em torno de um eixo que contém seu diâmetro obteremos uma esfera.

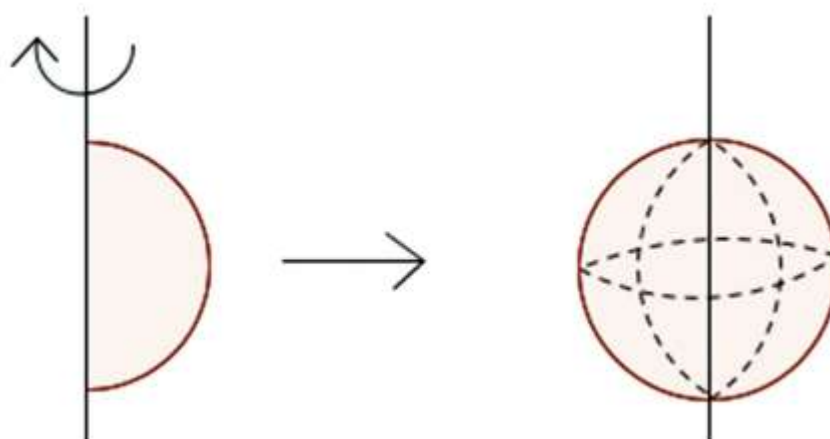


Figura 5 -

http://cejarj.cecierj.edu.br/Material_Versao7/Matematica/Mod3/MATEMATICA_Un25_Fasc8_Mod3_ProjB_V7_Ceja_Final.pdf

- ✚ Lembre-se que: um semicírculo é a metade de um círculo, ou seja, a figura completa, -o miolo mais a borda.

Agora observe o que foi dito no software Geogebra

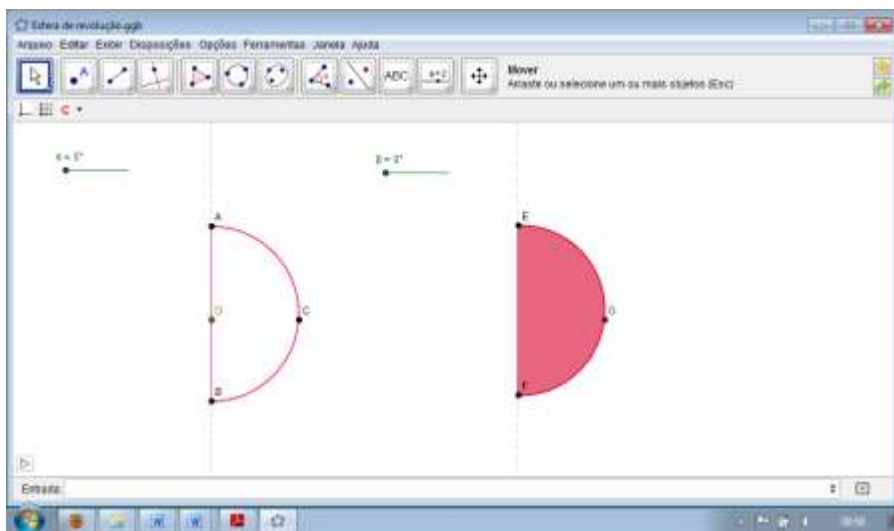


Figura 6 - <http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=129> - Roteiro de Ação -1.

Atividade 2

- ✚ **Habilidade Relacionada** – Apresentar o volume da esfera a partir da comparação com volume de outros sólidos já conhecidos dos alunos.
- ✚ **Pré –requisitos** - Volume do Cone
- ✚ **Tempo de duração** - 100 minutos
- ✚ **Recursos Educacionais Utilizados** – Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura, bola de isopor de raio 10 cm, arroz.
- ✚ **Organização da turma** – Turma organizada em grupos de 3 ou 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- ✚ **Objetivos** – Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- ✚ **Metodologia adotada** – Manuseio de material concreto
- ✚ **Descritores Associados** :

- H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume

1) Recorte, monte e cole a planificação que você recebeu do seu professor. Não cole a base!

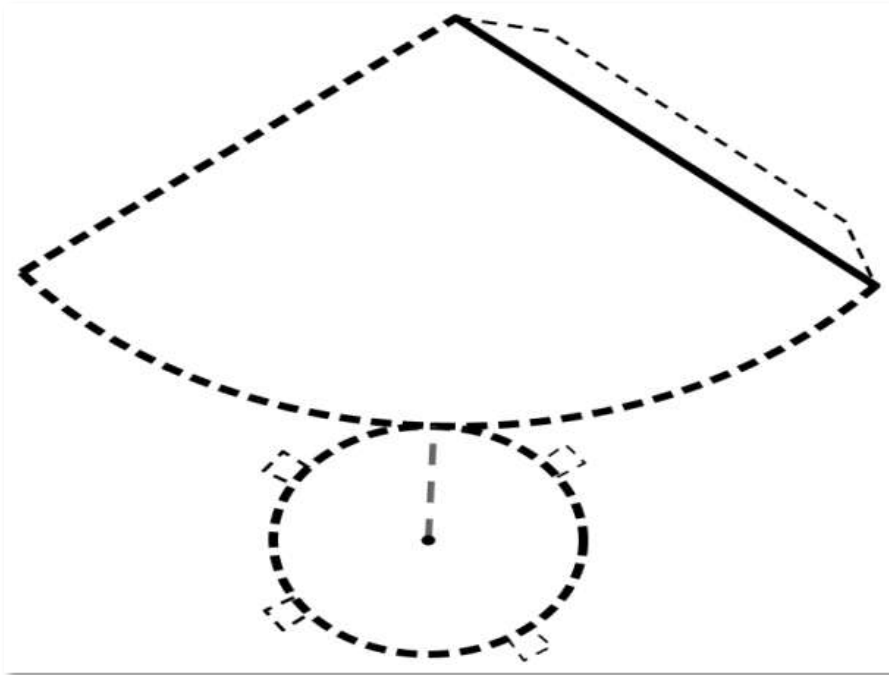


Figura 7 -<http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=129> Roteiro de ação 2

2) Que sólido geométrico você construiu? Não se esqueça de citar nome e sobrenome do sólido! _____

3) Com o auxílio de uma régua, meça a altura e o raio da base do cone construído. Que valores você encontrou? _____

4) Agora, meça o raio da semiesfera. Que valor você encontrou? _____

5) O que podemos afirmar em relação à medida da altura do cone, do raio de sua base e do raio da semiesfera? Eles são iguais? Discuta com os seus colegas.

6) Vamos encher a semiesfera com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o e despejando o seu conteúdo na semiesfera, até completá-la. Quantas vezes você repetiu este processo? _____

7) Se tivéssemos uma esfera inteira, seriam necessários _____ cones para enchê-la.

8) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera em relação ao volume do cone?

9) Você lembra a fórmula do volume do cone? Vamos escrevê-la? Você deve ter visto no bimestre anterior que a fórmula do volume do cone é dada por

$$V = \frac{1}{3} A_b . h = \frac{1}{3} \pi r^2 . h$$

10) E como ficaria a fórmula do volume da esfera, a partir do que você descobriu no item 8)? Tente escrevê-la em função do raio r da esfera, já que a altura h do cone é igual a este raio, ou seja, $h = r$.

$$V = 4 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 . h = \frac{4}{3} \pi r^2 . r = \frac{4}{3} \pi r^3$$

11) Agora que você já sabe como calcular o volume da esfera, diga qual é o volume da semiesfera que você recebeu? Use a medida do raio que você encontrou no item 4.

12) E se for uma esfera inteira, qual seria o volume?

13) Calcule também o volume do cone que você montou. Que valor você encontrou? É o mesmo que o de seu colega?

14) Vamos preencher a tabela abaixo com as informações que você obteve nos itens anteriores?

Sólido	Raio	Volume
Cone		
Esfera		

Atividade 3:

- ✚ **Habilidade Relacionada** – Levar o aluno a deduzir como calcular a área da superfície esférica partindo da fórmula do volume deste sólido.
- ✚ **Pré –requisitos** - Volume da esfera e volume da pirâmide
- ✚ **Tempo de duração** - 100 minutos
- ✚ **Recursos Educacionais Utilizados** – Folha de atividades, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis.
- ✚ **Organização da turma** – Em duplas ou trios, proporcionando trabalho organizado e colaborativo.
- ✚ **Objetivos** - Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da ideia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.
- ✚ **Metodologia adotada** – Manuseio de material concreto.
- ✚ **Descritores Associados:**
 - H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
 - H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.



Figura 8 -<http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=129> Roteiro de ação 4

A bola de futebol é usada para a prática do esporte nas suas diversas variações. Normalmente são fabricadas em couro sintético, pois sua espessura varia muito menos do que a do couro natural, e consiste de várias camadas que são revestidas com uma cobertura à prova d'água. As bolas são finalizadas, tradicionalmente, à mão por costureiros habilidosos, apesar de que, cada vez mais as bolas são produzidas por máquinas.

É um dos principais ícones do esporte, sendo universalmente reconhecida como símbolo do mesmo. Estima-se que sejam produzidas anualmente 40 milhões de bolas de futebol no mundo, número que sobe para 60 milhões em anos de Copa do Mundo de futebol.

Ela é originada de um poliedro que sofre deformação até tomar a forma aproximada da esfera. Observe que sua superfície é formada de pentágonos em preto e hexágonos em branco.

1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.

2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.

3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou? Caso os alunos tenham dificuldades em calcular a área do papel A4 utilizado, lembre-os que se trata de um retângulo, cuja área é dada por: $A = b \cdot h$.

4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.

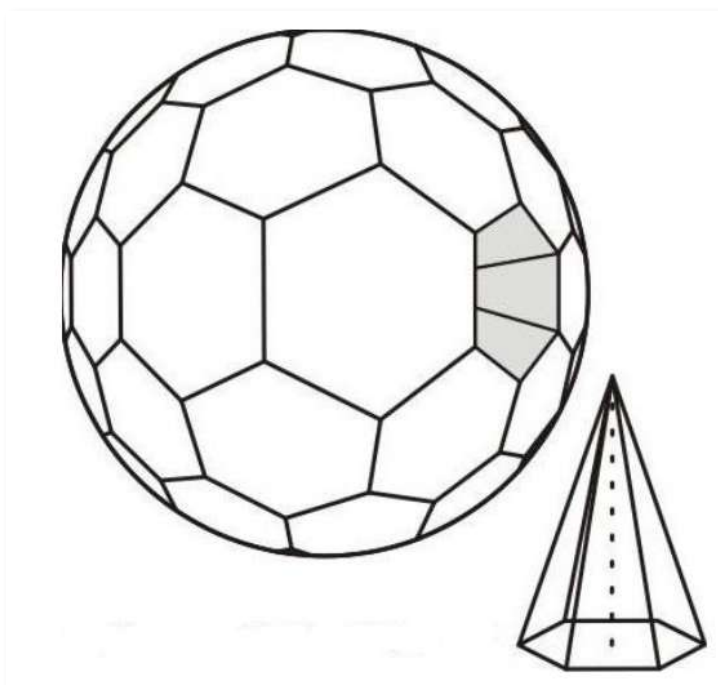


Figura 9 -<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=129> Roteiro de ação 4

5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem?

6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem? Note que a superfície esférica é formada por uma infinidade de polígonos. Mostre aos seus alunos que a área dessa superfície pode ser escrita como a soma das áreas dos polígonos, ou seja,

$$A_{SE} = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

e o volume da esfera pode ser escrito como a soma do volume das pirâmides. Sendo assim:

$$V_E = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

7) Você lembra como é a fórmula do volume da pirâmide? Converse com seus colegas e escreva-a. Se você não lembrou, vamos rever a fórmula do volume da pirâmide? Ela é dada por:

$$V_P = \frac{1}{3} A_b \cdot h$$

8) Observe novamente a figura do item 4. O que podemos afirmar quanto à altura da pirâmide? Não esqueça que cada pirâmide tem como vértice o centro da bola e a base compõe a superfície esférica.

9) Então, como podemos escrever a fórmula do volume da pirâmide em função do raio da esfera?

10) Agora que você já sabe que o volume da esfera é igual à soma do volume das n pirâmides, tente reescrevê-lo em função do raio da esfera. Esperamos que seu aluno deduza que a altura da pirâmide é igual ao raio da esfera, ou seja:

$$h=R$$

Assim, temos que o volume da pirâmide pode ser escrito da seguinte forma:

$$V_P = \frac{1}{3} A_b \cdot R$$

E, portanto, o aluno deverá chegar que o volume da esfera é dado por:

$$V_E = \frac{1}{3} A_1 \cdot R + \frac{1}{3} A_2 \cdot R + \frac{1}{3} A_3 \cdot R + \dots + \frac{1}{3} A_n \cdot R$$

Que tal reescrever o volume da esfera de forma a isolar os termos que se repetem? Tente! Após isolar os termos que se repetem no volume da superfície esférica, os alunos terão a seguinte sentença:

$$V_E = \frac{1}{3} R (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)$$

- 11) Com as respostas obtidas nos itens 5 e 11, reescreva o volume da esfera.
12) Você já sabe calcular o volume da esfera, correto? Qual é a fórmula para este cálculo? Você deve ter visto que o volume da esfera é dado por:

$$V_E = \frac{4}{3} \pi R^3$$

- 13) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera, considerando os itens 12 e 13? Existe alguma relação nas respostas dadas nestes itens?
14) E a que conclusão podemos chegar quanto a área da esfera? Ao reescrever o volume da esfera no item 12, temos que:

$$V_E = \frac{1}{3} R \cdot A_{SE}$$

Assim:

$$V_E = \frac{1}{3} R \cdot A_{SE} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Basta isolar A_{SE} . Ficamos com a seguinte fórmula:

$$A_{SE} = 4\pi R^2$$

- 15) Agora que você já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando $\pi = 3,14$, preencha a tabela abaixo:

Raio da esfera	Área
1	
2	
4	
8	
16	

16) Vamos voltar ao problema inicial? Meça o raio da bola de isopor e responda: quanto de couro será necessário para recobrir a esfera, melhor, a bola de futebol?

17) Compare sua resposta com a sua estimativa. Os valores são aproximados?

Atividades extras:

Esta atividade será feita baseado no roteiro de ação 2.

(SESI. RJ. Matemática Módulo 4, RJ, 1999.) Uma bola de sorvete de 6cm de diâmetro é servida numa casquinha cônica, cuja abertura tem 5 cm de diâmetro e cuja profundidade é de 12 cm. Se a bola de sorvete derreter totalmente, haverá vazamento?



Estas atividades serão feitas baseado no roteiro de ação 5.

Já parou para imaginar como seria a Terra se ela fosse realmente o Planeta Água? O pesquisador Jack Cook, do Woods Hole Oceanographic Institution, um instituto de pesquisas dos Estados Unidos sobre oceanos, fez isso. Cook calculou a quantidade de água existente em todo o globo e chegou a surpreendente imagem a seguir.

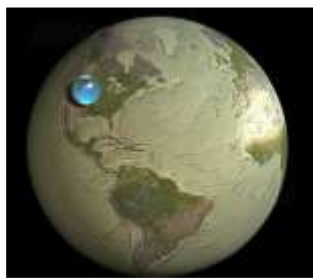






Figura 10 - <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=129> Roteiro de ação 5



Considere a Terra como uma esfera de raio 6.370 km. Qual é a sua área superficial?

Agora, descubra a área da superfície coberta de água, sabendo que ela corresponde a aproximadamente a $\frac{2}{3}$ da superfície terrestre.

Se pudéssemos reunir em esferas toda a água do planeta, os diâmetros delas seriam:

 1385 km	Toda água do planeta 1,39 bilhões de km ³
 406 km	Água doce do planeta 35,03 milhões de km ³
 272 km	Água doce subterrânea 10,53 milhões de km ³
 58 km	Água doce superficial 104,59 mil km ³

Guia do Estudante: Atualidades e Vestibulares+ENEM. Abril: São Paulo, 2009.

A razão entre o volume da esfera que corresponde à água doce superficial e o volume da esfera que corresponde à água doce do planeta é:

- a) $1/343$
- b) $1/49$
- c) $1/7$
- d) $29/136$
- e) $136/203$

Avaliação

A avaliação será feita todos os dias, pois os alunos irão trabalhar em pequenos grupos e os mesmos irão discutir entre si os seus resultados onde vou avaliar o aproveitamento e sanar as dúvidas da seguinte forma:

- Atividades em sala.
- Lista de exercícios do livro didático
- Durante as aulas observando o interesse e a participação do aluno.

É um processo contínuo e diário. Avalio se ele está desenvolvendo as competências necessárias em relação ao conteúdo ministrado. É feita em cada aula, em cada atividade seja individual ou não. Ao final do ciclo ele é avaliado individualmente, através de uma avaliação escrita onde posso juntar com as avaliações diárias e concluir se o mesmo alcançou os objetivos propostos no período e em relação ao conteúdo ministrado.

Este plano foi preparado em função da realidade da minha turma.

Referências Bibliográficas

Roteiros de Ação: 1, 2, 4 – Esferas e Superfície Esférica área e Volume - Curso de Formação Continuada oferecido pelo CEDERJ/CECIEJ, em parceria com a SEEDUC – 4º bimestre.

HTTP://projeto seeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 05/11/2013

Endereços eletrônicos acessados de 05/11/2013 a 19/11/2013

<<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAFRP0AC/aula-matematica-17-esfera>>

<http://cejarj.cecierj.edu.br/Material_Versao7/Matematica/Mod3/MATEMATICA_Un2_5_Fasc8_Mod3_ProjB_V7_Ceja_Final.pdf>

< <http://www.tocadacotia.com/cultura/geografia/globo-terrestre>>

<<http://www.blogdaemme.com/tag/bolhas-de-sabao/>>

<<http://www.outramedicina.com/1260/usos-da-casca-de-laranja>>

<<http://www.fotosantesedepois.com/laranja-amarga-para-insonia/>>

<<http://www.esportesexpress.com/bilhar-sinuca/bolas-de-sinuca/jogo-de-bolas-de-sinuca-bilhar-snooker-54mm-unibol-cod-54-07>>

<<http://pt.dreamstime.com/imagens-de-stock-terra-3d-image8394004>>

<<http://esquadraodoconhecimento.wordpress.com/2011/12/13/geometria-espacial/>>