Curso de Formação Continuada de Professores

Tarefa 4 – ***Geometria Espacial _ Esfer***	
Colégio Estadual Herbert de Souza	**Disciplina: Matemática**
Aluno: Telma Maria de Souza Martins	**Grupo:7**
Tutora: Daiana	

JOGOS

Jogo 1: Piff Geométrico

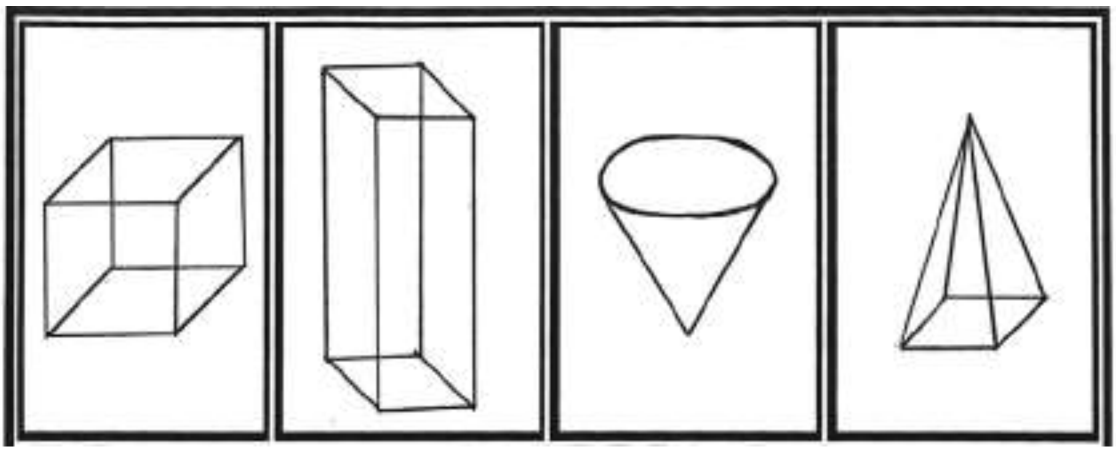
Objetivo: proporcionar uma visão mais ampla com relação a geometria espacial reconhecendo as formas geométricas espaciais, suas fórmulas e aplicações.

Material: 108 cartas sendo distribuídas em 4 coringas, 18 cartas com o desenho de sólidos geométricos (carta-figura) e 86 cartas contendo características ou exemplos
destes sólidos (carta-característica).

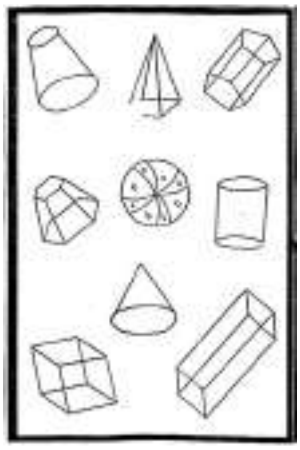
Número de jogadores: 2 ou mais.

Regras: distribuir 9 cartas para cada jogador. Este deverá ter como objetivo formar 3 trios, sendo que uma das cartas do trio, obrigatoriamente, é a carta-desenho e as outras duas contendo aracterísticas ou exemplos do mesmo (carta-característica). O coringa substitui qualquer carta com exceção dos desenhos. Em cada trio poderá ter serve para seu jogo. Em caso afirmativo, troca por uma carta que está em sua mão; caso contrário, joga-a fora e o próximo jogador faz sua jogada. O ganhador do jogo é aquele que primeiro formar os 3 trios.

Exemplos de cartas com desenhos (carta-figura):



Exemplo da carta-coringa:



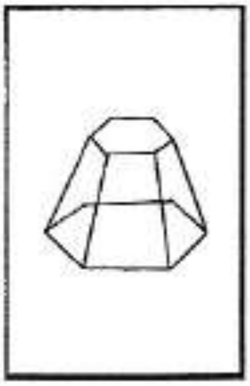
Exemplos de cartas contendo características dos sólidos (carta-característica):

Cano de água	**Faces laterais são trapézios.**	**Copo plástico Descartável**	**Π é usado para calcular volume.**

Sugestão de atividades que podem ser realizadas após o jogo:

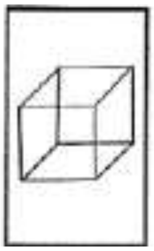
a) Qual a carta-figura que é mais fácil de combinar com as cartas-características?

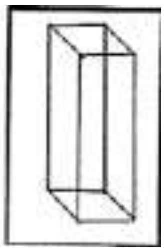
b) Se você tiver a seguinte carta-figura:

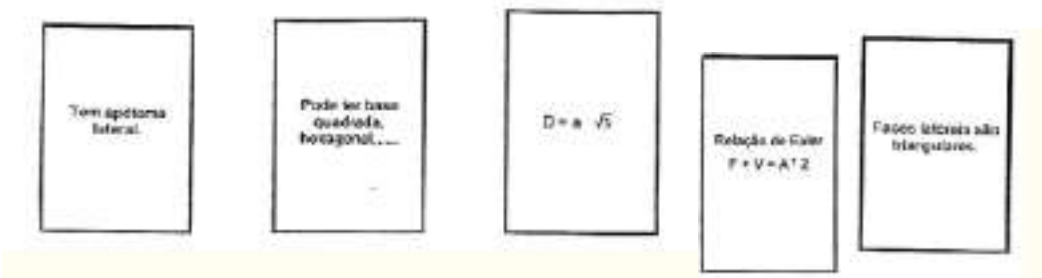


Quais as cartas-características que podem ser combinadas com ela?

c) João tem as seguintes cartas:







Ele pegou a seguinte carta do “monte” :

Citar algumas opções de jogo.

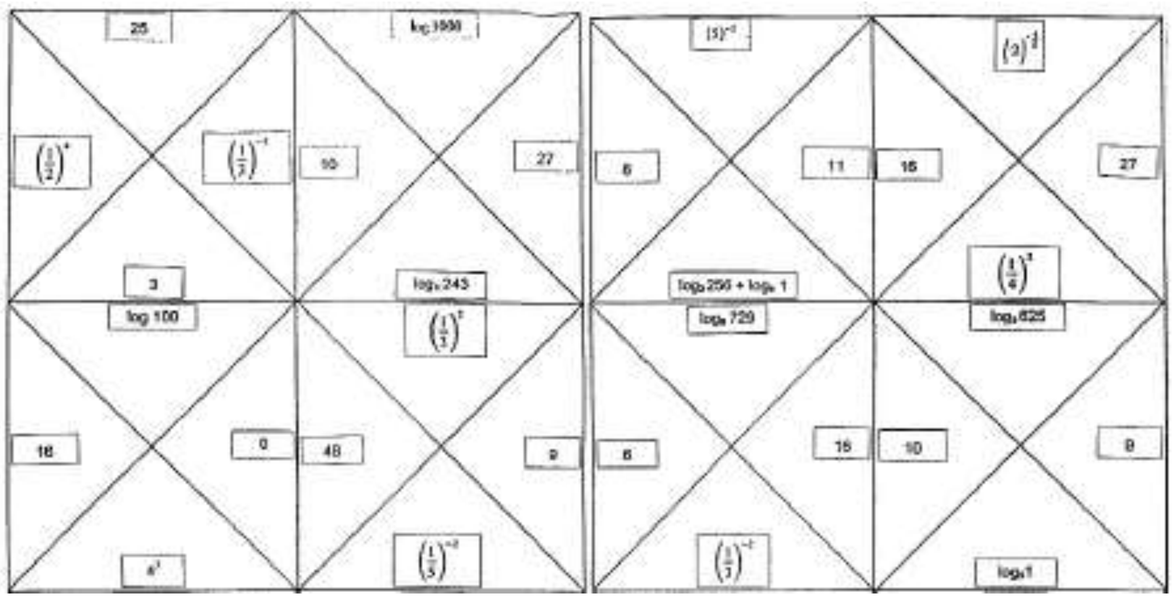
Jogo 2: Logaritmonencial

Objetivo: revisar conteúdos referentes a logaritmos e exponenciais, resolvendo os cálculos mentalmente.

Material: 24 quadrados divididos em 4 partes iguais, cada parte contendo operações ou resultados de logaritmos e exponenciais.

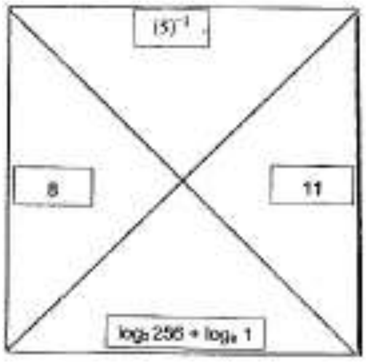
Número de jogadores: 2, 3 ou 4.

Regras: Distribuir as peças igualmente entre os participantes. Sortear o primeiro o jogar, que deve colocar a peça na mesa e anotar numa tabela de pontos o maior resultado contido nesta peça. O próximo deve colocar uma peça encostada naquela que está sobre a mesa, fazendo corresponder cálculo e resultado e marcando na tabela o resultado do cálculo que completou. Caso o jogador não tenha uma peça para colocar, passa a vez e perde o número de pontos que o próximo jogador fará, desde que ainda tenha cartas. No final do jogo, não tendo mais como colocar peças, o jogador perde o número de pontos do maior resultado possível de cada uma destas peças. Ganha o jogo quem tem o maior número de pontos.os de peças.

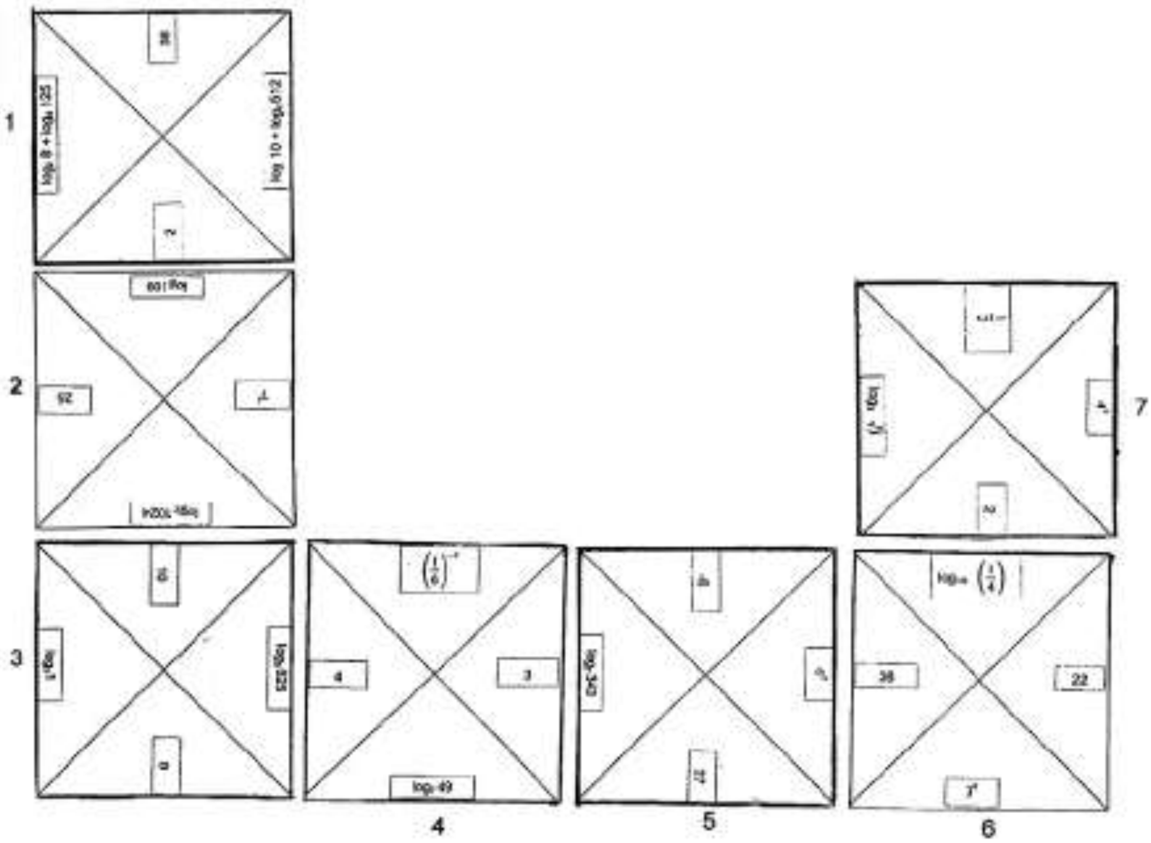


Sugestão de atividades que podem ser realizadas após o jogo:

a) Joana iniciou o jogo com a peça abaixo. Que carta Pedro, o próximo a jogar, poderia ter colocado?



b) Paulo jogou as peças 1, 3, 5 e 7 e Márcia as outras.
• Quem está ganhando o jogo até o momento?
• Qual a melhor peça a ser colocada na próxima jogada?



1. Introdução

A fórmula para calcular o volume da esfera é uma das informações que são exigidas nos cursos de matemática do Ensino Médio. Uma das estratégias para aperfeiçoar o estudo dessa fórmula é a de explorá-la a partir de um conjunto de experiências.

2. Objetivos

Aplicar a fórmula para o cálculo do volume de uma esfera a partir de experiências que permitam construir estimativas. Interpretar a fórmula analisando as respectivas unidades.

3. Desenvolvimento

Tempo estimdo:8 aulas de 50 minutos.

Público-alvo: alunos da 2ª série do Ensino Médio

Materiais:

Bolinhas de gude, provetas com àgua, folhas contendo as atividades e os procedimentos; caderno, lápis, borracha, régua, calculadora e computador com internet.

Estratégias

1) Levar para a sala de aula várias bolinhas de gude e desafiar os alunos: como fazer o cálculo do volume desses objetos, mas sem a utilização da fórmula?

2) Depois do desafio, propor a utilização de uma proveta com água, na qual as bolinhas serão imersas. Discutir com a sala o procedimento que deverá ser utilizado para medir o deslocamento de água na proveta (em função do número de bolinhas).

3) Formar grupos de quatro alunos, distribuindo uma proveta e dez bolinhas iguais para cada grupo. A partir das discussões anteriores, pedir que os alunos registrem o volume deslocado e calculem o volume médio dessas bolinhas:

- $V_{\text{médio}} = \frac{V_{\text{Deslocado}}}{N} \Rightarrow N = 10 \Rightarrow V_{\text{médio}} = \frac{V_{\text{Deslocado}}}{10}$

4) Discutir com a sala as unidades utilizadas para medir o volume de um corpo. Qual a unidade mais usada? A partir dessa pergunta, retomar alguns problemas clássicos de transformação de unidades. Quantos litros correspondem a um metro cúbico?

5) Apresentar aos alunos a fórmula usada no cálculo do volume de uma esfera:

- $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

6) Para as dez bolinhas usadas na experiência, faça uma estimativa da medida do raio e calcule o volume de uma das bolinhas, considerando PI igual a 3,14.

7) Qual a diferença entre o valor obtido na fórmula e o valor calculado na experiência?

8) Calcular a porcentagem do desvio entre esses dois valores:

- $$\%\ \text{desvio} = \frac{\text{valor da fórmula} - \text{valor da experiência}}{\text{valor da fórmula}}$$

9) Quais as relações que podemos construir com a fórmula do volume da esfera? Como obter o raio da esfera conhecendo o valor do seu volume?

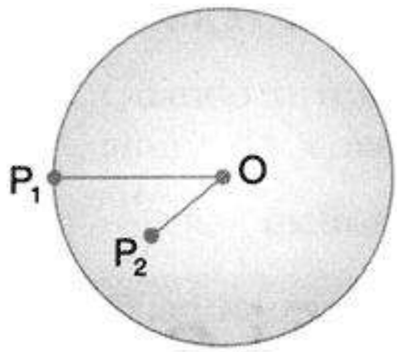
- $$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{3 \times V}{4 \times \pi} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3 \times V}{4 \times \pi}}$$

10) Citar vários exemplos de esfera (como, por exemplo, a bola de futebol). Imaginar o raio de algum objeto esférico calculando o seu volume a partir desse dado. Propor o caminho inverso: no caso, imaginando o volume de um objeto esférico (para que se possa calcular a medida do seu raio).

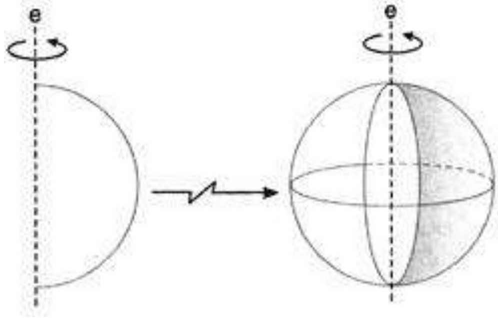
4 . Atividades

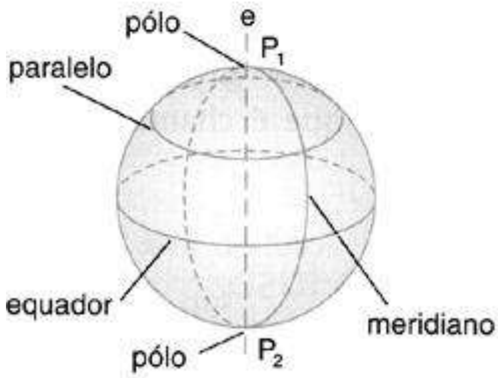
1) Calcule o volume de uma esfera com diâmetro igual a 12 cm, considerando o valor do PI igual a 3,14. A partir desse resultado, imagine que esse volume corresponda também ao volume de vinte bolinhas de gude totalmente iguais. Qual deverá ser o valor aproximado do raio dessas bolinhas?

2) Imagine uma caixa cúbica preenchida com 27 bolinhas iguais e com raio igual a 2 cm. Faça um desenho e analise a medida possível para a aresta desse cubo. Calcule o volume aproximado dos espaços não ocupados pelas bolinhas (considere PI igual a 3,14).



$d_{O,P} \leq r$





Anexo I :Recursos adicionais

Na sala de informatica assimilando conceitos através do site:
http://wiki.sj.cefetsc.edu.br/wiki/images/f/f7/Estudo_da_esfera_pronto3.swf

Lista I Esfera

1ª Questão : Uma superfície esférica de raio 13 cm é cortada por um plano situado a uma distância de 12 cm do centro da superfície esférica , determinando uma circunferência . O raio dessa circunferência , em cm é :

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

2ª Questão : Uma superfície esférica de raio 5 cm é cortada por um plano situado a uma distância de 3cm do centro da superfície esférica , determinando uma circunferência . A área dessa circunferência , em cm2 é :

$a)9\pi$

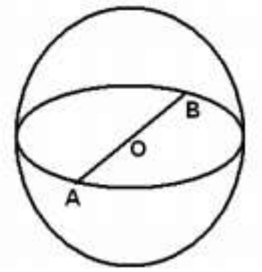
$b)16\pi$

$c)25\pi$

$d)36\pi$

$e)49\pi$

3ª Questão : Um inseto vai se deslocar sobre uma superfície esférica de 50cm , desde um ponto A até um ponto B , diametralmente opostos , conforme a figura .



O menor trajeto possível , que o inseto pode percorrer tem comprimento igual a :

$a)\frac{\pi}{2m}$

$b)\pi m$

$c)\frac{3\pi}{2m}$

$d)2\pi m$

$e)3\pi m$

4ª Questão : A razão entre a área lateral do cilindro eqüilátero e da superfície esférica , da esfera nele inscrita , é :

a)1
b)1/3
c)1/2
d)1/4
e)2/3

5ª Questão : (UFSM) A área da superfície de uma esfera e a área total de um cone reto são iguais . Se o raio da base do cone mede 4cm e o volume do cone é $16\pi cm^3$, o raio da esfera é dado por :

$a)\sqrt{3}cm$

$b)2cm$

$c)3cm$

$d)4cm$

$e)4+\sqrt{2}cm$

6ª Questão : (UEPE) Derretendo uma peça maciça de ouro esférica , quantas peças de mesma forma pode confeccionar com este ouro , se o raio das novas peças é um terço do raio anterior ? Admita que não houve perda de ouro durante o derretimento .

a) 3
b) 9
c) 18
d) 21
e) 27

7ª Questão : (UFC) Um vaso em forma de cilindro circular reto tem medida de raio da base 5cm,altura 20cm e contém água até a altura de 19cm (despreze a espessura das paredes do vaso). Assinale a alternativa na qual consta o maior número de esfera de aço , de 1cm de raio cada que podemos colocar no vão a fim de que a água não transborde .

a) 14
b) 15
c) 16
d) 17
e) 18

8ª Questão : (MACKENZIE) A razão entre os volumes das esferas circunscrita e inscrita a um mesmo cubo é :

$a)\sqrt{3}$

$b)2\sqrt{3}$

$c)3\sqrt{3}$

$d)\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$e)\frac{3\sqrt{3}}{2}$

9ª Questão : (UFRRJ) Sendo S uma esfera de raio r , o valor pelo qual deveríamos multiplicar r , a fim de obtermos uma nova esfera S , cujo volume seja o dobro do volume S é :

$a)\sqrt[3]{2}$

$b)2\sqrt[3]{2}$

$c)2$

$d)\sqrt{3}$

10ª Questão : Determine o raio de uma esfera de superfície $36\pi cm^2$.

Gabarito Lista I Esfera

1ª Questão : Uma superfície esférica de raio 13 cm é cortada por um plano situado a uma distância de 12 cm do centro da superfície esférica , determinando uma circunferência . O raio dessa circunferência , em cm é :

f) 1

$$R^2 = d^2 + r^2$$
$$13^2 = 12^2 + r^2$$
$$169 = 144 + r^2$$
$$169 - 144 = r^2 \Rightarrow 25 = r^2 \Rightarrow \sqrt{25} = r \Rightarrow 5 = r$$

g) 2
h) 3
i) 4
j) 5

2ª Questão : Uma superfície esférica de raio 5 cm é cortada por um plano situado a uma distância de 3cm do centro da superfície esférica , determinando uma circunferência . A área dessa circunferência , em cm2 é :

$a)9\pi$

$b)16\pi$

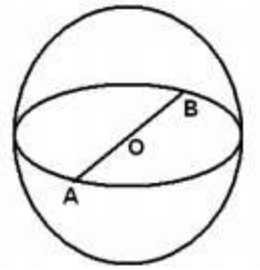
$$R^2 = d^2 + r^2$$
$$5^2 = 3^2 + r^2 \Rightarrow 25 = 9 + r^2 \Rightarrow 25 - 9 = r^2 \Rightarrow 16 = r^2 \Rightarrow \sqrt{16} = r \Rightarrow r = 4$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 4^2\pi \Rightarrow A = 16\pi$$

$c)25\pi$

$d)36\pi$

$e)49\pi$

3ª Questão : Um inseto vai se deslocar sobre uma superfície esférica de 50cm , desde um ponto A até um ponto B , diametralmente opostos , conforme a figura .



O menor trajeto possível , que o inseto pode percorrer tem comprimento igual a :

$a)\dfrac{\pi}{2m}$

$b)\pi m$

$$50cm = 0{,}5m$$
$$\frac{2\pi r}{2} \Rightarrow \pi r \Rightarrow 0{,}5\pi = \frac{\pi}{2}$$

$c)\dfrac{3\pi}{2m}$

$d)2\pi m$

$e)3\pi m$

4ª Questão : A razão entre a área lateral do cilindro eqüilátero e da superfície esférica , da esfera nele inscrita , é :

a)1

b)1/3

$$Cilindro equilátero \Rightarrow h = 2r$$
$$Al = 2\pi r h \Rightarrow Al = 2\pi .r.2r \Rightarrow Al = 4\pi r^2$$
$$Esfera inscrita cilindro \Rightarrow R = r$$
$$A = 4\pi r^2$$
$$\frac{4\pi r^2}{4\pi r^2} = 1$$

c)1/2

d)1/4

e)2/3

5ª Questão : (UFSM) A área da superfície de uma esfera e a área total de um cone reto são iguais . Se o raio da base do cone mede 4cm e o volume do cone é $16\pi cm^3$, o raio da esfera é dado por :

$a)\sqrt{3}cm$

$b)2cm$

$c)3cm$

$d)4cm$

$e)4+\sqrt{2}cm$

$$Volume cone = \frac{\pi r^2.h}{3} \Rightarrow 16\pi = \frac{4^2\pi h}{3} \Rightarrow 48\pi = 16\pi h \Rightarrow 48 = 16h \Rightarrow h = \frac{48}{16} \Rightarrow h = 3$$
$$g^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow g^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow g^2 = 25 \Rightarrow g = \sqrt{25} \Rightarrow g = 5$$
$$4\pi R^2 = \pi r(g + r)$$
$$4R^2 = 4(5+4)$$
$$R^2 = 9 \Rightarrow R = \sqrt{9} \Rightarrow R = 3$$

6ª Questão : (UEPE) Derretendo uma peça maciça de ouro esférica , quantas peças de mesma forma pode confeccionar com este ouro , se o raio das novas peças é um terço do raio anterior ? Admita que não houve perda de ouro durante o derretimento .

f) 3

g) 9

$$V1 = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$V2 = \frac{4\pi\left(\frac{r}{3}\right)^3}{3} \Rightarrow V2 = \frac{4\pi .\frac{r^3}{27}}{3} \Rightarrow V2 = \frac{4\pi r^3}{81}$$
$$\frac{V1}{V2} = \frac{\frac{4\pi r^3}{3}}{\frac{4\pi r^3}{81}} \Rightarrow \frac{V1}{V2} = \frac{4\pi r^3}{3}.\frac{81}{4\pi r^3} \Rightarrow \frac{V1}{V2} = \frac{81}{3} \Rightarrow \frac{V1}{V2} = 27$$

h) 18

i) 21

j) 27

7ª Questão : (UFC) Um vaso em forma de cilindro circular reto tem medida de raio da base 5cm,altura 20cm e contém água até a altura de 19cm (despreze a espessura das paredes do vaso). Assinale a alternativa na qual consta o maior número de esfera de aço , de 1cm de raio cada que podemos colocar no vão a fim de que a água não transborde .

f) 14

$$Vcilindro = B.h$$

$$V = \pi 5^2.1 \Rightarrow V = 25\pi \Rightarrow V = 25\pi$$

g) 15

$$Vesfera = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow V = \frac{4\pi .1^3}{3} \Rightarrow V = \frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{25\pi}{\frac{4\pi}{3}} \Rightarrow 25\pi .\frac{3}{4\pi} = \frac{75}{4} = 18{,}75$$

$$Logo\,18\,esferas.$$

h) 16
i) 17
j) 18

8ª Questão : (MACKENZIE) A razão entre os volumes das esferas circunscrita e inscrita a um mesmo cubo é :

$a)\sqrt{3}$

$b)2\sqrt{3}$

$c)3\sqrt{3}$

$d)\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$e)\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$$esferainscrita \Rightarrow r = \frac{a}{2} \Rightarrow V1 = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow V1 = \frac{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3}{3} \Rightarrow V1 = \frac{4\pi a^3}{24}$$

$$esferacircunscrita \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V2 = \frac{4\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3}{3} \Rightarrow V2 = \frac{4\pi a^3.3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow V2 = \frac{12\pi a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow V2 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{V2}{V1} = \frac{\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}}{\frac{4\pi a^3}{24}} \Rightarrow \frac{V2}{V1} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}.\frac{24}{4\pi a^3} \Rightarrow \frac{V2}{V1} = \frac{24\sqrt{3}}{8} \Rightarrow \frac{V2}{V1} = 3\sqrt{3}$$

9ª Questão : (UFRRJ) Sendo S uma esfera de raio r , o valor pelo qual deveríamos multiplicar r , a fim de obtermos uma nova esfera S , cujo volume seja o dobro do volume S é :

$a)\sqrt[3]{2}$

$b)2\sqrt[3]{2}$

$c)2$

$d)\sqrt{3}$

$$V1 = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{4\pi(ar)^3}{3} = \frac{8\pi r^3}{3}$$

$$4\pi a^3 r^3 = 8\pi r^3 \Rightarrow 4a^3 = 8 \Rightarrow a^3 = 2 \Rightarrow a = \sqrt[3]{2}$$

10ª Questão : Determine o raio de uma esfera de superfície $36\pi cm^2$.

$$A = 4\pi r^2$$

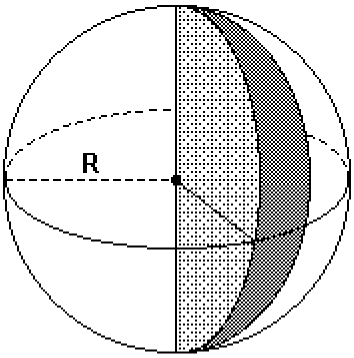
$$36\pi = 4\pi r^2$$

$$36 = r^2 \Rightarrow \sqrt{36} = r \Rightarrow r = 6$$

Lista II Esfera

1ª Questão : Um plano secciona uma esfera de 34 cm de diâmetro . Determine o perímetro da secção obtida , sendo 8 cm a distância do plano ao centro da esfera .

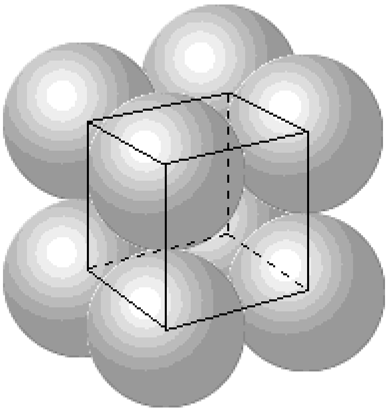
2ª Questão : Uma quitanda vende fatias de melancia embaladas em plástico transparente . Uma melancia com forma esférica de raio de medida R cm foi cortada em 12 fatias iguais , onde cada fatia tem a forma de uma cunha esférica , como representado na figura .



Sabendo-se que a área de uma superfície esférica de R cm é $4\pi R^2 cm^2$ determine , em função de π e de R :

a) A área da casca de cada fatia de melancia(fuso esférico)
b) Quantos cm² de plástico foram necessários para embalar cada fatia (sem nenhuma perda e sem sobrepor camadas de plástico) , ou seja qual é a área da superfície total de cada fatia .

3ª Questão : (UFRS) No desenho abaixo , em cada um dos vértices do cubo está centrada uma esfera , cuja medida do diâmetro é igual à medida da aresta do cubo .



A razão entre o volume da porção do cubo ocupado pelas esferas e o volume do cubo é :

$a)\ \frac{\pi}{6}$

$b)\ \frac{\pi}{4}$

$c)\ \frac{\pi}{2}$

$d)\ \frac{\pi}{5}$

$e)\ \frac{\pi}{3}$

4ª Questão : (Ita 2005) A circunferência inscrita num triângulo eqüilátero com lados de 6 cm de comprimento é a interseção de uma esfera de raio igual a 4 cm com o plano do triângulo.
Então, a distância do centro da esfera aos vértices do triângulo é (em cm)

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

5ª Questão : (Uerj 2001) O modelo astronômico heliocêntrico de Kepler, de natureza geométrica, foi construído a partir dos cinco poliedros de Platão, inscritos em esferas concêntricas, conforme ilustra a figura abaixo:

(LER, J. "*Dissertatio e Narratio*". Turim: Bottega d'Erasmo, 1972.)

A razão entre a medida da aresta do cubo e a medida do diâmetro da esfera a ele circunscrita , é :

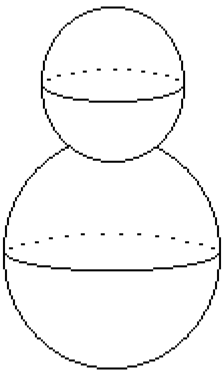
$a)\sqrt{3}$

$b)\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$c)\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$d)\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

6ª Questão : (UERJ) Ping Oin recolheu 4,5m³ de neve para construir um grande boneco de 3m de altura , em comemoração à chegada do verão no Pólo Sul.
O boneco será composto por uma cabeça e um corpo ambos em forma de esfera , tangentes , sendo o corpo maior que a cabeça , conforme mostra a figura a seguir : Para calcular o raio de cada uma das esferas , Pin Oin aproximou π por 3 .

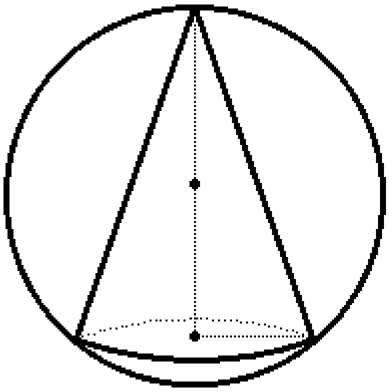


Calcule , usando a aproximação considerada , o raio das duas esferas .

7ª Questão : Aumentando em 10% o raio de uma esfera , a sua superfície aumentará :

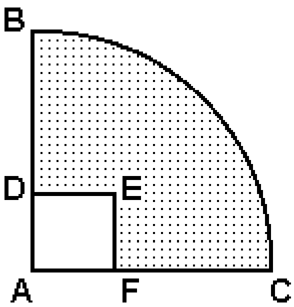
a) 21%
b) 11%
c) 31%
d) 24%
e) 30%

8ª Questão : (PUC-SP) Um cone circular reto , cujo raio da base é 3cm , está inscrito em uma esfera de rio 5cm , conforme mostra a figura a seguir :



O volume do cone corresponde a que porcentagem do volume da esfera ?
a) 26,4%
b) 19,5%
c)16,2%
d) 21,4%
e) 18,6%

9ª Questão : (UFMG) Observe a figura :



Nessa figura , ABC é um quadrante de círculo de raio 3cm e ADEF é um quadrado , cujo lado mede 1 cm .
Considere o sólido gerado pela rotação de 360° , em torno da reta AB, da região hachurada na figura .

Sabe-se que o volume de uma esfera de raio r é igual a $\frac{4\pi r^3}{3}$ .Assim sendo , esse sólido tem volume de :

$a) 14\pi cm^3$

$b) 16\pi cm^3$

$c) 15\pi cm^3$

$d) 17\pi cm3$

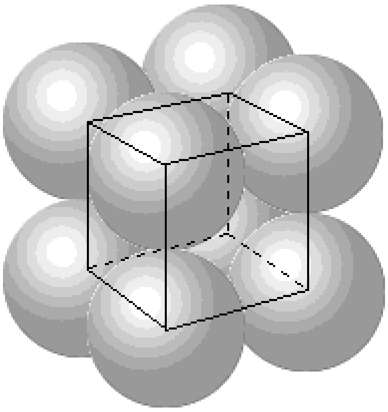
10ª Questão : (Pucsp 2002) A tira seguinte mostra o Cebolinha tentando levantar um haltere, que é um aparelho feito de ferro, composto de duas esferas acopladas a um bastão cilíndrico.

Gabarito Lista II Esfera

1ª Questão : Um plano secciona uma esfera de 34 cm de diâmetro . Determine o perímetro da secção obtida , sendo 8 cm a distância do plano ao centro da esfera .

$$d = 34 \Rightarrow R = 17$$
$$x^2 + 8^2 = 17^2 \Rightarrow x^2 + 64 = 289 \Rightarrow x^2 = 289 - 64 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225} \Rightarrow x = 15$$
$$Perímetro = 2\pi r \Rightarrow P = 30\pi$$

2ª Questão : (UFRS) No desenho abaixo , em cada um dos vértices do cubo está centrada uma esfera , cuja medida do diâmetro é igual à medida da aresta do cubo .



A razão entre o volume da porção do cubo ocupado pelas esferas e o volume do cubo é :

$a)\ \frac{\pi}{6}$

$b)\ \frac{\pi}{4}$

$c)\ \frac{\pi}{2}$

$d)\ \frac{\pi}{5}$

$e)\ \frac{\pi}{3}$

$$volumeesfera = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow V = \frac{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3}{3} \Rightarrow V = \frac{4\pi a^3}{24} \Rightarrow V = \frac{\pi a^3}{6}$$
$$volumecubo = a^3$$
$$\frac{volume\ porção}{volumecubo} = \frac{\frac{\pi a^3}{6}}{a^3} \Rightarrow \frac{\pi}{6}$$

3ª Questão : (Uerj 2001) O modelo astronômico heliocêntrico de Kepler, de natureza geométrica, foi construído a partir dos cinco poliedros de Platão, inscritos em esferas concêntricas, conforme ilustra a figura abaixo:

(LER, J. "*Dissertatio e Narratio*". Turim: Bottega d'Erasmo, 1972.)

A razão entre a medida da aresta do cubo e a medida do diâmetro da esfera a ele circunscrita , é :

$a)\sqrt{3}$

$b)\frac{\sqrt{3}}{2}$

$diâmetroesfera = a\sqrt{3}$

$\frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$c)\frac{\sqrt{3}}{3}$

$d)\frac{\sqrt{3}}{4}$

4ª Questão : Aumentando em 10% o raio de uma esfera , a sua superfície aumentará :

a) 21%
b) 11%

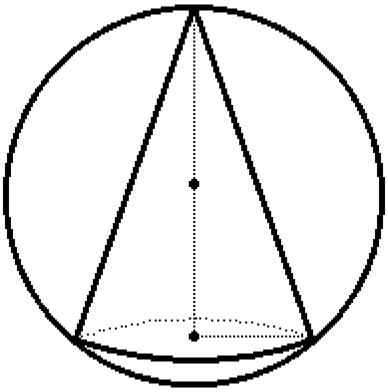
$A = 4\pi r^2$

c) 31% $A = 4\pi(1{,}1r)^2 \Rightarrow A = 4\pi 1{,}21r^2$

21%

d) 24%
e) 30%

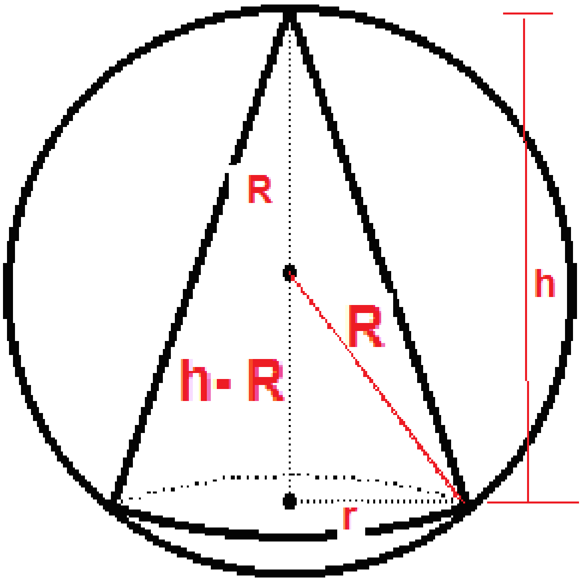
5ª Questão : (PUC-SP) Um cone circular reto , cujo raio da base é 3cm , está inscrito em uma esfera de rio 5cm , conforme mostra a figura a seguir :



O volume do cone corresponde a que porcentagem do volume da esfera ?

a) 26,4%

b) 19,5%



$$(h-R)^2 + r^2 = R^2$$

$$(h-5)^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow h^2 - 10h + 25 + 9 = 25$$

$$h^2 - 10h + 9 - = 0$$

$$\frac{-b}{a} = 10 \quad \frac{c}{a} = 9$$

$$h1 = 1 \quad h2 = 9$$

$$\log o\, h = 9$$

$$Vcone = \frac{\pi . 3^2 . 9}{3} \Rightarrow V = 27\pi$$

$$Vesfera = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow V = \frac{500\pi}{3}$$

$$\frac{500\pi}{3} \quad 100\%$$

$$27\pi \quad x\%$$

$$2700\pi = \frac{500\pi x}{3} \Rightarrow 8100\pi = 500\pi x$$

$$x = \frac{8100}{500} \Rightarrow x = 16{,}2$$

c)16,2%

d) 21,4%

e) 18,6%

6ª Questão : O volume de uma esfera é $\frac{1372\pi}{3} cm^3$.Calcule o raio da esfera .

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow \frac{1372\pi}{3} = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow 1372 = 4r^3 \Rightarrow \frac{1372}{4} = r^3 \Rightarrow 343 = r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{343} \Rightarrow r = 7$$

7ª Questão : Uma esfera de raio R está inscrita em um cilindro . O volume do cilindro é igual a :

$a)\dfrac{\pi R^3}{3}$

$b)\pi R^3$

$c)2\pi R^3$

$d)2R^3$

$r = R$

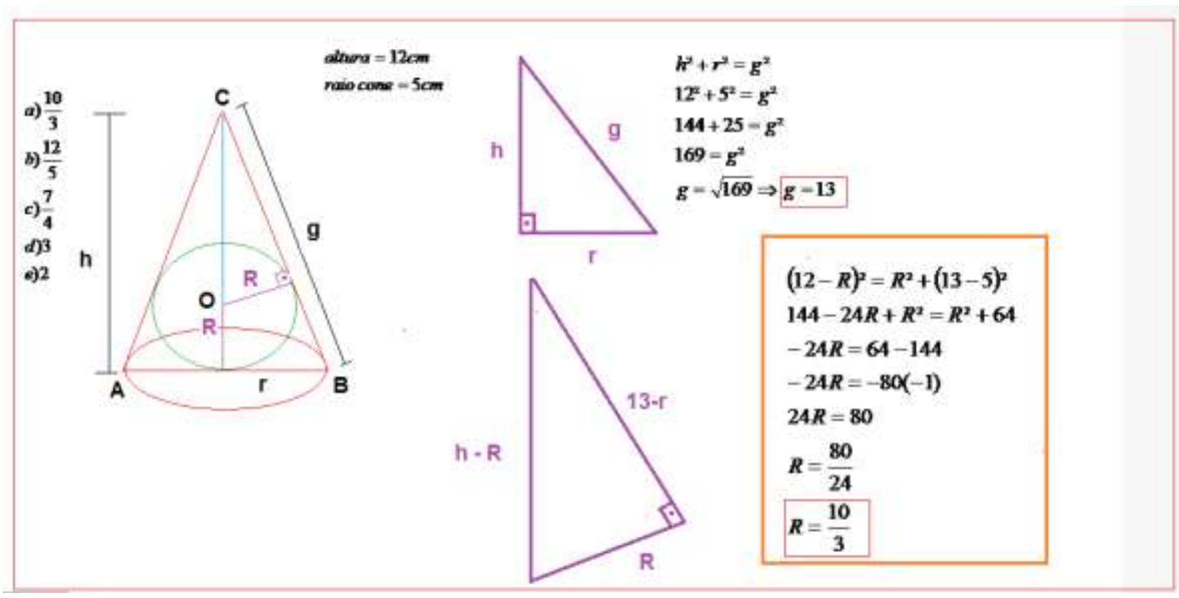
$h = 2R$

$V = \pi R^2.h \Rightarrow V = \pi R^2.2R \Rightarrow V = 2\pi R^3$

8ª Questão : Calcule a área de uma superfície esférica de raio medindo 3 cm .

$A = 4\pi r^2 \Rightarrow A = 4\pi.3^2 \Rightarrow A = 36\pi$

9ª Questão : Um cone circular reto tem altura igual a 12cm e raio da base 5cm. O raio da esfera inscrita neste cone mede , em cm :



5. Avaliação

A aula deverá ser avaliada com base na pertinência dos métodos propostos na primeira atividade, na qualidade das intervenções feitas pelos alunos nas etapas de análise dos casos e na desenvoltura observada na realização dos exercícios propostos ao final da aula.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONJORNO, José Roberto. Matemática - fazendo a diferença. São Paulo : FTD, 2006.

GASPARIM, João Luiz. Uma didática para a pedagogia histórico-crítica. 2ª ed.- Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2003.
Revista Nova Escola. Indisciplina. Editora Abril. n° 226, outubro de 2009.
VASCONCELOS, Celso dos S. Construção do Conhecimento em Sala de Aula. São Paulo, SP : Libertad, 1993.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula.** Disponível em: <http://www.somatematematica.com.br>

Roteiros de Ação e textos base

http://wiki.sj.cefetsc.edu.br/wiki/images/f/f7/Estudo_da_esfera_pronto3.swf. Acesso em 18 de novermbro de 2012.

http://www.educador.brasilescola.com/trabalho-docente/o-que-e-aprendizagem.htm. **Acesso em 30 de out. 2012.**