



Vou de lei dos cossenos ou lei dos senos?

Dinâmica 8

1ª Série | 2º Bimestre

Aluno

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	1ª do Ensino Médio	Campo Geométrico.	Razões trigonométricas no triângulo retângulo

APRESENTAÇÃO

Olá ...

Muitos problemas em que se modela por meio de triângulos, são resolvidos utilizando o Teorema de Pitágoras ou as razões trigonométricas, mas essas ferramentas matemáticas são aplicadas apenas em triângulo retângulo, certo? Mas o que fazer para resolver um problema se o triângulo não for um triângulo retângulo?

Nesta dinâmica estaremos apresentando as Leis dos Senos e a Lei dos Cossenos. Duas leis matemáticas que vão nos auxiliar a fazer mais descobertas sobre um triângulo qualquer.

Lembre-se que o Seno e o Cosseno de um ângulo foi assunto abordado em atividades anteriores, e nessa dinâmica estaremos trazendo o assunto, porém com outra aplicação, ou seja, utilizando as leis que apresentaremos.

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • QUANTO DEVO CORRER?

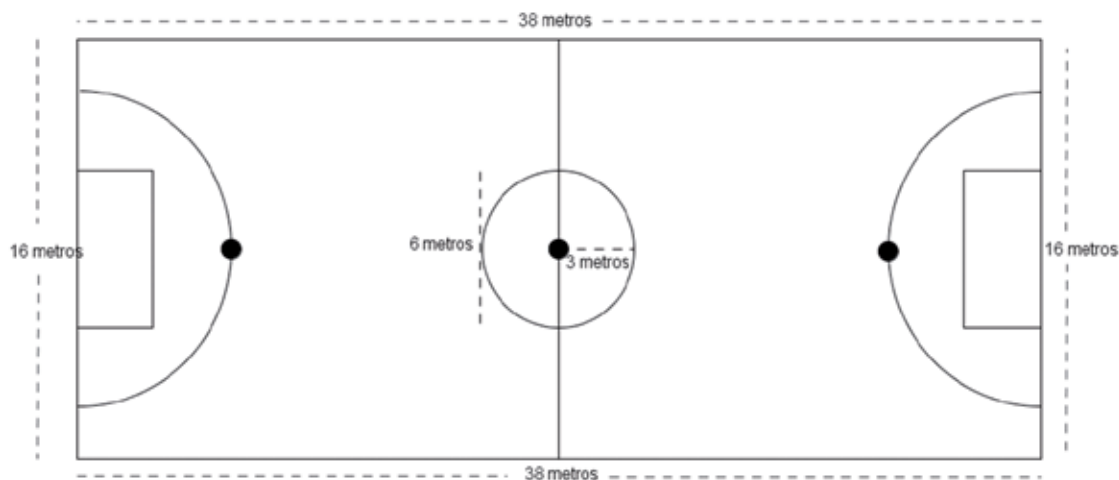
A situação problema a seguir utilizará uma quadra de futebol de salão tal como as que estão em algumas escolas. Com as marcações (dimensões) de uma quadra de futebol de salão, faremos com que nosso personagem possa achar a melhor forma de fazer seus exercícios antes de uma partida de futebol com seus amigos.

Vamos começar?

João Carlos era um esportista de fim de semana. Todo sábado, pela manhã, ele se reunia com os amigos do bairro onde morava para jogar bola, em uma quadra oficial que ficava perto de sua casa. Para se aquecer João Carlos corria em volta do campo pelo menos 3 vezes e para saber quantos metros ele correu, ele utilizava a matemática. Mas como?

Ele utilizava o perímetro, que é a soma de todos os lados da figura. Mas, alguns dias após uma semana cansativa, ao invés de se aquecer correndo em volta do campo, ele apenas corria 4 vezes a metade da quadra.

A seguir apresentamos uma planta da quadra e suas dimensões.



Com os dados que conhecemos vamos começar a atividade?

Mãos à obra!!

ATIVIDADE 1

Vamos ajudar ao João Carlos descobrir quanto ele correu?

- Se você perceber, a quadra que João Carlos joga com seus amigos é retangular. Qual seria o perímetro, ou seja, a soma de todos os lados desse retângulo?

-
-
- b. Como foi dito, João Carlos corria 3 vezes todo a quadra para se alongar. Quantos metros ele corre no total?

-
-
- c. A quadra é dividida em duas partes retangulares iguais, com 19 m de comprimento e 16 m de largura, então, qual o perímetro de cada um desses retângulos?

-
-
- d. Se João Carlos corria 4 vezes a metade da quadra, quantos metros ele correu?

-
-
- e. Qual é a diferença, em metros, da corrida que João Carlos faz normalmente da que ele realiza quando está cansado?
-
-

ATIVIDADE 2

Um amigo de João Carlos, uma vez o perguntou sobre suas corridas. João Carlos explicou que nos dias em que se sentia mais cansado corria de forma diferente. Seu amigo o contou que corria, apenas, 10 vezes em volta do círculo central da quadra. João Carlos falou que não era vantagem, pois seu amigo corria uma distância menor. Ele provará isto por meio de um cálculo simples.

Vamos ajudá-lo?

Para começar, primeiro precisamos saber o comprimento da circunferência. Para isso vamos utilizar a fórmula do comprimento da circunferência:

$$C = 2\pi r$$

Onde “C” é o valor do comprimento da Circunferência, π vale aproximadamente 3 e r é o valor do raio da circunferência, ou seja, o segmento de reta que parte do centro e vai até o lado da circunferência.

- a. Qual seria o comprimento da circunferência central da quadra?

- b. Se o Amigo der 10 voltas em torno do campo, quantos metros a mais João Carlos correu?

Recursos necessários:

- Encarte do aluno.

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR

ATIVIDADE • ANDANDO DE BICICLETA

A atividade proposta busca explorar uma situação hipotética, onde duas amigas andam de bicicleta em uma pista circular. Exploraremos as questões métricas, em especial as distâncias e deslocamentos na circunferência. A atividade procura trabalhar a Lei dos Cossenos, porém é importante lembrar outros conceitos, como o comprimento da circunferência, a área do círculo e as transformações de dm^2 para m^2 .

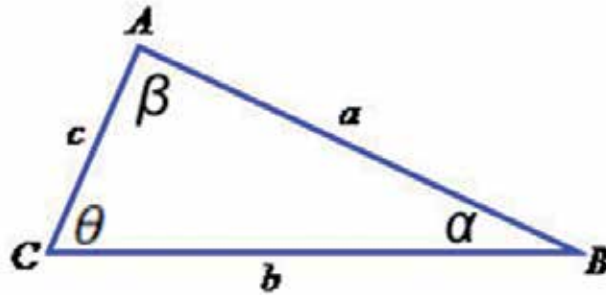
Para facilitar a compreensão inicial, apresentamos algumas informações sobre a Lei dos Cossenos, veja a seguir.

Utilizamos a lei dos cossenos em situações envolvendo triângulos não retângulos, isto é, triângulos quaisquer. Lembre-se que nesses triângulos não há ângulo reto e portanto, não valem as relações trigonométricas do seno, cosseno e tangente. Nestes casos, para conseguirmos calcularmos os valores de ângulos e as medidas de lados utilizamos a chamada lei dos cossenos. Ela é expressa pela seguinte lei de formação:

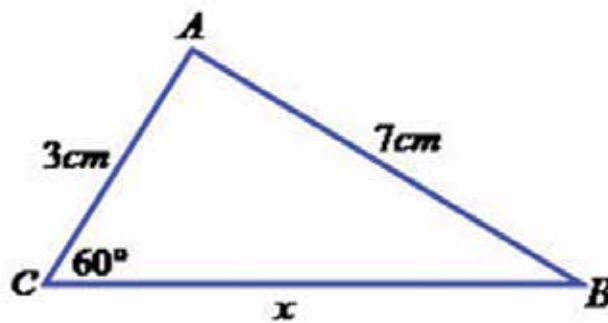
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \theta$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$$



Para compreender melhor a situação apresentamos o exemplo abaixo. Utilizando a lei dos cossenos, determine o valor do segmento x no triângulo a seguir:



$$C^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ$$

$$7^2 = x^2 + 3^2 - 2 * 3 * x * \cos 60^\circ$$

$$49 = x^2 + 9 - 6 * x * 0,5$$

$$49 = x^2 + 9 - 3x$$

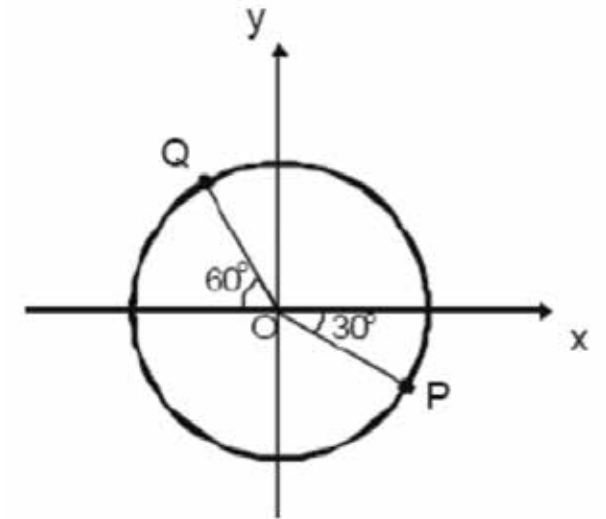
$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, temos que: $x' = 8$ e $x'' = -5$. Mas como tratamos de medidas, iremos descartar $x'' = -5$. Então o valor de x no triângulo é 8 cm.

Agora, partindo do que viu anteriormente resolva a atividade abaixo.

ATIVIDADE

Patrícia e Quely são duas amigas e resolveram andar de bicicleta numa pista cuja forma é uma circunferência. Para facilitar a representação de cada uma delas vamos adotar os pontos P e Q representando as respectivas Patrícia e Quely. Na imagem abaixo, P e Q pertencem a circunferência de centro na origem e raio 1 dm.



Com base nas informações, responda os itens abaixo.

- a. Qual é a distância, em metros, entre Patrícia e a origem?

- b. Qual é o comprimento, em decímetros, da pista?

- c. Qual é a área, em metros quadrados, da pista?

- d. Qual é a distância, em decímetros, entre Patrícia e Quely?

TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • PEQUENAS VIAGENS, GRANDES NEGÓCIOS

A atividade proposta procura calcular distâncias em triângulos não retângulos. Nela é utilizada a viagem de avião de certo empresário, e a partir de uma imagem do *Google Maps*, é traçado um triângulo, no qual iremos utilizar a Lei dos Senos para calcular o solicitado e, ainda, lembrar o conceito de perímetro de um polígono.

Para fazer uma viagem de negócios, um empresário precisa sair de sua cidade, Brasília, e visitar Lima, no Peru. Na viagem de ida, terá que efetuar uma parada (escala) na capital da Paraguai, Asuncion, para resolver alguns negócios pendentes.

Na viagem de volta, ele conseguiu um voo sem conexões, ou seja, voltaria de Lima direto para Brasília. Para saber qual seria o trajeto, pegou um mapa na internet e desenhou, com a ajuda do *software* Geogebra, um triângulo. Na ação teve que considerar os triângulos como planos. Veja que as capitais foram representadas pelos vértices da figura abaixo. Utilizando esse recurso o empresário pode calcular aproximadamente distâncias entre as cidades.

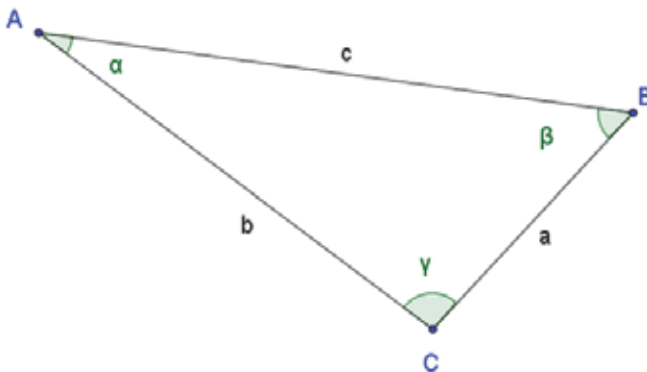


Mapa Google

Fonte: https://maps.google.com.br/maps?hl=pt&safe=off&q=mapa+am%C3%A9rica+do+sul&ie=UTF-8&hq=&hnear=0x9409341c355d34b5:0x69d40ccfc9c6e32b,Am%C3%A9rica+do+Sul&gl=br&ei=oWQSUcrFMKaE0QGv_IHYDg&ved=0CckQ8gEwAA

- a. Sabendo os ângulos, seria possível descobrir a distância entre cada cidade. Bem, quando temos o valor de pelo menos dois ângulos e de seus senos, e o valor de pelo menos um dos lados, poderemos utilizar a Lei de Seno para descobrir o outro lado.

A Lei dos senos funciona assim:



Seja ABC um triângulo qualquer cujos ângulos α , β e γ desse triângulo e a , b e c são lados que são opostos dos respectivos ângulos conforme figura acima.

Todo o triângulo as razões entre as medidas dos lados e os senos dos respectivos ângulos opostos a esses lados são proporcionais.

Lei dos Senos

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

Neste caso, ele sabe a distância entre Brasília e Asuncion, ela é de aproximadamente 1460 km, e sabe, também, o valor do ângulo oposto a este lado que é de 30° . Para sabermos a distância entre Asuncion e Lima, podemos simplesmente utilizar a Lei do Seno.

Agora, com as informações fornecidas, complete as lacunas e vamos descobrir, juntos, a distância entre Asuncion e Lima: (obs.: utilize $\text{sen } 53^\circ = 0,8$ e $\text{sen } 30^\circ = 0,5$). Você pode precisar também deste valor: $\text{sen } 97^\circ = 0,99$

- b. Com as informações fornecidas, você conseguiria descobrir a distância entre Lima e Brasília?

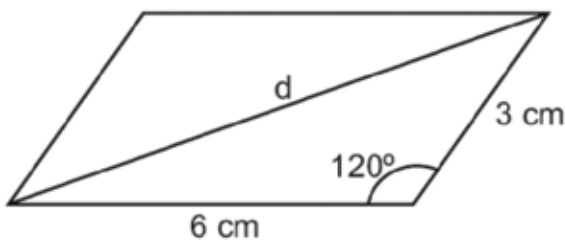
- c. Utilizando os resultados anteriores, quantos quilômetros aproximadamente ele gastaria nesta viagem?

QUARTA ETAPA

QUIZ

QUESTÃO • (SAERJINHO/2011)

Observe o paralelogramo abaixo.



Dados:
$\text{sen}120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{cos}120^\circ = -\frac{1}{2}$

Qual é a medida da diagonal d desse paralelogramo?

- a. $3\sqrt{7}$ cm
- b. $3\sqrt{5}$ cm
- c. $3\sqrt{3}$ cm
- d. $(45+18\sqrt{3})$ cm
- e. $(45-18\sqrt{3})$ cm



QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUIZ



ETAPA FLEX

PARA SABER +

A seguir apresentamos alguns links para auxiliá-lo na consolidação deste conhecimento matemático. Não deixe de ver cada um deles, certo?

1. PERSPECTIVAS: MATEMÁTICA – EPISÓDIO 02 – GEOMETRIA: A MATEMÁTICA DO ESPAÇO

http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_zoo&view=item&item_id=3317

Geometria: A Matemática do Espaço – No segundo vídeo da série Perspectivas Matemática são apresentados vários objetos e edificações em diversas cidades do país e do mundo, destacando suas formas e ângulos.

- Duração: 20 minutos
 - Série: Perspectivas matemáticas
 - Palavras chave deste vídeo: perspectivas, matemática, sistemas, dietas matemáticas, equação, fórmula, tabelas, gráficos, balança, linear, geometria, ângulos, objetos, edificações, linhas, retas, formas, aprendizagem e gestão.
2. <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31102>

Objetivo

Proporcionar o estudo e a compreensão do teorema dos senos, a fim de que sua aplicação na resolução de problemas tenha significado para o aluno.

Descrição

A animação apresenta, por meio da decomposição de um triângulo escaleno em dois triângulos retângulos, que em um triângulo planar seus lados são diretamente proporcionais aos senos dos ângulos opostos apresentando, assim, a lei dos senos ou teorema dos senos

Observação

Para visualizar esse recurso é necessário instalar o Flash Player. Disponível em: <http://get.adobe.com/br/flashplayer/?promoid=BUIGP>

3. Laboratório de informática (2 aulas)

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=5027>

Professor, o vídeo apresentado contém todas as informações sobre o assunto, mas caso você queira que os alunos façam uma leitura sobre o assunto, a página apresenta o assunto de uma forma bem didática.

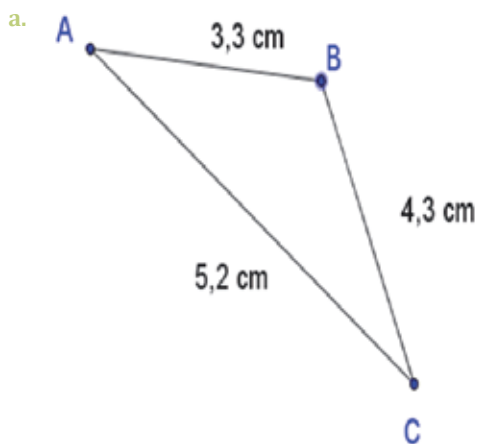
http://www.fisicaecidadania.ufjf.br/conteudos/outros/lei_dos_cossenos/lei_dos_cossenos.html

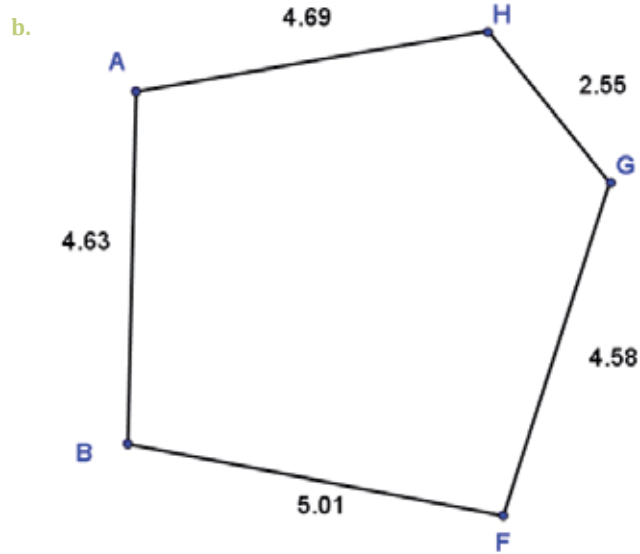
Outra boa sugestão para a dedução da fórmula da “Lei dos cossenos” pode ser encontrada em atividades on-line no link:

http://www.atractor.pt/mat/sem_palavras/lei_cossenos.html

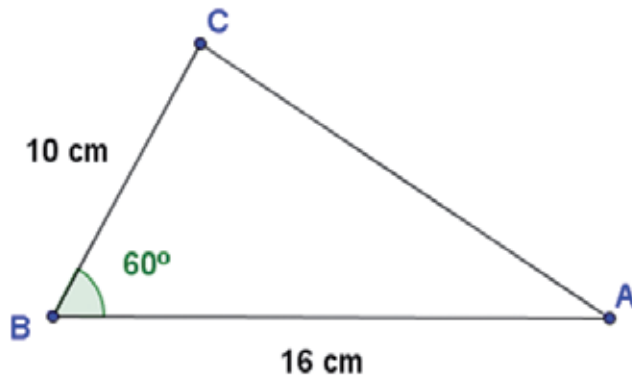
AGORA, É COM VOCÊ!

1. Encontre o perímetro dos polígonos abaixo:



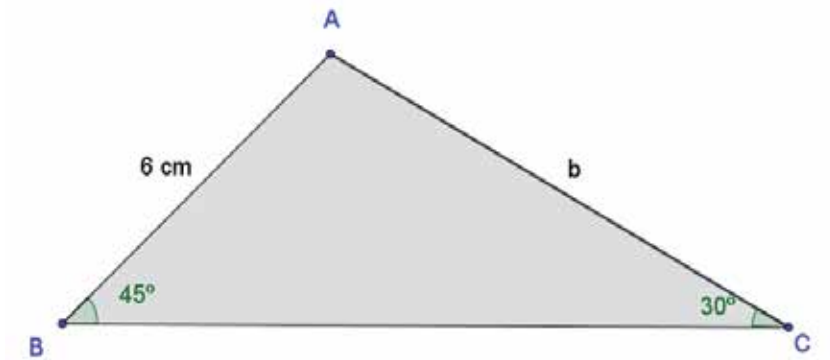


2. Utilizando a Lei dos Cossenos, encontre o valor de x:



Obs: Utilize $\cos 60^\circ = 0,5$.

3. Utilizando a Lei dos Senos, encontre o valor de "a":



Obs.: Utilize

$$\text{sen}45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$$
