TAREFA 3

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 1
POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Maria de Fátima Cabral de Souza
mfatima1958@bol.com.br

PONTOS POSITIVOS

Os textos fornecidos pelo curso e a troca de experiências no fórum serviram para que eu reformulasse a minha prática em sala de aula na abordagem do tema POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS.
Segui a orientação dos roteiros de ação para ligar o estudo dos polinômios as funções já estudadas em séries anteriores. Trabalhando dessa forma notei que os alunos se familiarizaram mais rapidamente com o estudo dos polinômios.
Grande parte dos meus alunos têm facilidade no acesso a internet os orientei a pesquisar e trazer para a aula links pertinentes ao tema para compartilhar com o grupo.

PONTOS NEGATIVOS

Notei dificuldades nos pré-requisitos sendo esse o motivo de várias interrupções.
Nos fóruns observei que meus colegas introduziram polinômios de uma forma contextualizada e a minha prática foi tradicional.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Meus alunos se mostraram interessados no estudo dos polinômios. Entusiasmaram-se quando relacionei as operações iniciais (soma, subtração e multiplicação) aos algoritmos já conhecidos por eles. O grande impacto foi quando apresentei a divisão e seu algoritmo: reclamaram muito. Utilizei um tempo maior do que o previsto para trabalhar a divisão com o método da chave. Usei como ferramenta de trabalho uma espécie de ‘’ tutoria’’ onde os que sabiam mais auxiliavam os que sabiam menos. Felizmente deu certo.

ALTERAÇÕES

Na atividade 1

Na folha de atividades fiz a abordagem inicial com um exemplo do cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo. Na prática não foi bom!
No fórum temático 3 eu citei a seguinte modificação: Substituir a imagem do paralelepípedo impressa na folha de atividades por uma planificação para posterior montagem . Não é criativo nem estimulante para os alunos.
Decidi seguir o exemplo dos meus colegas cursistas e contextualizar a abordagem com um tema atual : o meio ambiente. Ficou bem melhor.

Na Atividade 1 farei a abordagem inicial de forma contextualizada citando o exemplo de uma função polinomial que representa um fato atual e preocupante envolvendo a preservação de uma espécie animal no seu habitat natural.

Atividade 1:

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Polinômios

Material necessário: Cartaz ,Quadro Branco, caneta, livro didático, folha .

Organização da classe: Turma organizada em duplas.

Habilidade a ser alcançada: Reconhecer os polinômios e algumas de suas aplicações. Pré-requisitos: Estudos anteriores de equações e expressões algébricas.

Metodologia: Apresentarei uma situação problema citando um estudo científico sobre determinada população de uma espécie animal em risco de extinção. Representada por uma função polinomial a população decresce com o passar dos anos. A abordagem irá reforçar a importância do estudo dos polinômios através de um fato atual envolvendo o meio ambiente.

Objetivos: Tornar o estudo dos polinômios mais concreto ligando-o ao cotidiano do aluno; Identificar e determinar o grau de um polinômio; Calcular o valor numérico de um polinômio.

1.Iniciando:

"...Inúmeros matemáticos contribuíram em diferentes aspectos no estudos de polinômios. Albert Girard foi um notável algebrista que se interessava também por outro assuntos,como trigonometria. Entre as contribuições de Girard, podemos citar as chamadas relações de Girard e a utilização mais antiga de abreviaturas que ainda são empregadas para denotar determinadas razões trigonométricas, por exemplo, sec para secante. ..."

Ribeiro, Jackson.MATEMÁTICA - CIÊNCIA LINGUAGEM E TECNOLOGIA. São Paulo:editora scipione, 2009. Volume 3

Geralmente usamos funções polinomiais para representar situações reais. As funções polinomiais são muito utilizadas para obter resultados numéricos, isso porque os cálculos efetuados com esse tipo de função exigem apenas adições e multiplicações. Muitos matemáticos (como o acima citado Albert Girard) dedicaram boa parte de sua ao estudo dessas funções . É inegável a importância teórica e prática do estudo dos polinômios.

Leia com atenção:

Uma equipe de cientistas, estudando a população de uma espécie de animal em risco de extinção, concluiu que o número de espécimes $f(x)$ em todo o mundo decresce, desde o final do ano de 2008, segundo a função polinomial:

$$f(x) = x^2 - 120x + 2000 \quad ,$$

em que x representa o tempo, em ano, a partir do *final de 2008*.

Agora responda:

De acordo com os dados apresentados, quantos espécimes desse animal havia em todo o planeta no final do ano de 2008?

Se a tendência observada pelos cientistas se mantiver, quantos espécimes desse animal haverá no final do ano de 2018?

O Mico-leão é um animal em extinção:

Todo dourado, só a cara dourada ou todo preto. Esses animais têm despertado a atenção pelo perigo de serem, como tantos outros j á foram, extintos.

http://fotosdenatureza.blogspot.com.br/2009/07/mico-leao.html

Fonte: http://www.zoo.ba.gov.br/upload/images/20081119050532_CRW_6899_Mico_leao_da_cara_dourada.jp

FIM DAS ALTERAÇÕES SEGUE O PT 1 REFEITO.

TAREFA 3

PLANO DE TRABALHO 1 REFEITO

FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

Matemática/3º Ano /4º Bimestre / 2012

Plano de Trabalho 1

Polinômios e Equações Algébricas

Cursista: Maria de Fátima Cabral de Souza
Tutor:_ Rodolfo Gregório

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O objetivo desse plano de trabalho é atender a orientação curricular e tornar o tema Polinômios um assunto atrativo para os alunos. É importante fazer com que o aluno reconheça os polinômios, as equações e funções polinomiais como objetos cujas operações elementares estão bem definidas e, por sorte, herdam inúmeras propriedades válidas com os conjuntos numéricos.

Estudar polinômios neste segmento é aplicar a essência da Álgebra: trabalhar com as operações desconsiderando a natureza desses objetos. Nesse momento é importante fazer ligações com estudos anteriores mostrando aos alunos que não é um assunto novo: o estudo das equações algébricas e dos polinômios teve início no ensino fundamental. No ensino médio continua sendo estudado com uma abordagem dos conceitos básicos já conhecidos acrescidos de novas teorias.

Trabalhar com as operações desconsiderando natureza dos objetos requer dos agentes, professor e aluno, uma especial atenção as dificuldades com as operações algébricas. Nesse momento se faz necessário a cautela, a atenção e o cuidado de não deixar que as abstrações necessárias ao estudo dos polinômios motive o desinteresse do alun. A facilidade de acesso a diversas formas de comunicação e, a possibilidade da utilização destes recursos para o estudos de temas importantes em sala de aula deve ser considerada. Como grande parte dos meus alunos têm facilidade no acesso a internet os oriento a pesquisar e trazer para a aula links pertinentes ao tema para compartilhar com o grupo.

Para introduzir o tema a definição de polinômios e suas características uma abordagem das operações fundamentais já trabalhadas nos conjuntos numéricos com seus algoritmos e suas respectivas propriedades. Para a totalização do plano serão necessários dezoito tempos de cinquenta minutos sendo quatorze para desenvolvimento dos conteúdos e quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

Atividade 1:

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Polinômios

Material necessário: Cartaz ,Quadro Branco, caneta, livro didático, folha .

Organização da classe: Turma organizada em duplas.

Habilidade a ser alcançada: Reconhecer os polinômios e algumas de suas aplicações. Pré-requisitos: Estudos anteriores de equações e expressões algébricas.

Metodologia: Apresentarei uma situação problema citando um estudo científico sobre determinada população de uma espécie animal em risco de extinção. Representada por uma função polinomial a população decresce com o passar dos anos. A abordagem irá reforçar a importância do estudo dos polinômios através de um fato atual envolvendo o meio ambiente.

Objetivos: Tornar o estudo dos polinômios mais concreto ligando-o ao cotidiano do aluno;Identificar e determinar o grau de um polinômio; Calcular o valor numérico de um polinômio.

Na resolução de problemas nos deparamos com em que a leitura e a compreensão do enunciado nos levam a formular expressões que permitam depois a resolução do problema por meio de uma equação oriunda das expressões obtidas. Imagine, por exemplo, que, em determinado problema o enunciado nos leve a seguinte situação:

1.Iniciando:

"...Inúmeros matemáticos contribuíram em diferentes aspectos no estudos de polinômios. Albert Girard foi um notável algebrista que se interessava também por outro assuntos,como trigonometria. Entre as contribuições de Girard, podemos citar as chamadas relações de Girard e a utilização mais antiga de abreviaturas que ainda são empregadas para denotar determinadas razões trigonométricas, por exemplo, sec para secante. ..."

Ribeiro, Jackson.MATEMÁTICA - CIÊNCIA LINGUAGEM E TECNOLOGIA. São Paulo:editora scipione, 2009. Volume 3

Geralmente usamos funções polinomiais para representar situações reais. As funções polinomiais são muito utilizadas para obter resultados numéricos, isso porque os cálculos efetuados com esse tipo de função exigem apenas adições e multiplicações. Muitos matemáticos (como o acima citado Albert Girard) dedicaram boa parte de sua ao estudo dessas funções . É inegável a importância teórica e prática do estudo dos polinômios.

Leia com atenção:

Uma equipe de cientistas, estudando a população de uma espécie de animal em risco de extinção, concluiu que o número de espécimes $f(x)$ em todo o mundo decresce, desde o final do ano de 2008, segundo a função polinomial

$$f(x) = x^2 - 120x + 2000$$,

Fonte: http://www.zoo.ba.gov.br/upload/images/20081119050532_CRW_6899_Mico_leao_da_cara_dourada.jpg

em que x representa o tempo, em ano, a partir do *final de 2008*.

Agora responda:

De acordo com os dados apresentados, quantos espécimes desse animal havia em todo o planeta no final do ano de 2008?

Se a tendência observada pelos cientistas se mantiver, quantos espécimes desse animal haverá no final do ano de 2018?

O Mico-leão é um animal em extinção:

Todo dourado, só a cara dourada ou todo preto. Esses animais têm despertado a atenção pelo perigo de serem, como tantos outros j á foram, extintos.

http://fotosdenatureza.blogspot.com.br/2009/07/mico-leao.html

Fonte: http://www.zoo.ba.gov.br/upload/images/20081119050532_CRW_6899_Mico_leao_da_cara_dourada.jp

Agora iremos aprofundar o estudo da parte teórica e prática dos polinômios.

Equação polinomial ou algébrica é toda equação da forma p(x) = 0, em que p(x) é um polinômio:
$p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ de grau n, com $n \geq 1$.

$$\begin{cases} (a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n), \text{ são números complexos denominados coeficientes;} \\ \boldsymbol{n} \text{ é um número inteiro positivo ou nulo;} \\ \text{o maior expoente de } \boldsymbol{x}\text{, com coeficiente não-nulo, é o } \underline{\textbf{\textit{grau da expressão}}}. \end{cases}$$

Exemplos

$$\begin{cases} 4x + 6 \longrightarrow 1^{o} \text{ grau ou grau } 1 \\ x^2 + 3x \longrightarrow 2^{o} \text{ grau ou grau } 2 \\ x^3 \longrightarrow 3^{o} \text{ grau ou grau } 3 \\ 6x^5 \longrightarrow 5^{o} \text{ grau ou grau } 5 \\ x^4 + 6x^2 + 6x + 8 \longrightarrow 4^{o} \text{ grau ou grau } 4 \end{cases}$$

Raízes: As raízes de uma equação polinomial constituem o conjunto solução da equação. Para as equações em que o grau é 1 ou 2, o método de resolução é simples e prático. Nos casos em que o grau dos polinômios é 3 ou 4, existem expressões para a obtenção da solução.

Valor numérico:

Dado um polinômio ***p(x)*** é o número que se obtém substituindo ***x*** por um número real efetuando os cálculos
necessários.Exemplos:

1º) O valor numérico de $\mathbf{p(x) = 2x^2 - 3x + 5}$ para $\mathbf{x = 4}$ é:

$$p(4) = 2.4^2 - 3.4 + 5 = 32 - 12 + 5 = 25 \longrightarrow p(4) = 25$$

2º) Dado $\mathbf{p(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5x - 10}$, o valor de $\mathbf{p(x)}$ para $\mathbf{x = 3}$ é:

$$p(3) = 4.3^3 - 3.3^2 + 5.3 - 10 = 108 - 27 + 15 - 10 = 86 \longrightarrow p(3) = 86$$

3º) Se $\mathbf{p(x) = 3x^2 - 7}$, então, para $\mathbf{x = i}$, o valor numérico de $\mathbf{p(x)}$ é:

$$p(i) = 3.i^2 - 7 = 3.(-1) - 7 = -10 \longrightarrow p(i) = -10$$

Igualdade de polinômios:

Dois polinômios **p(x)** e **q(x)** são iguais se, e somente se, seus valores numéricos são iguais para qualquer valor de **x**. (sendo x um número complexo). Daí a diferença $\mathbf{p(x) - q(x) = 0}$

Tarefas proposta aos alunos:

1. *Pesquisar em livros, revistas internet textos que falem sobre os matemáticos que, com seus estudos, deram contribuições importantes para o solução de equações de diferentes graus ao longo da história.*

2. *Resolver os exercícios abaixo:*

Assinale os itens cujas expressões representam polinômios:

a) $-2x^{10} + x^3 - 1$

b) $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} - 3x + 5$

c) $(x + 4)^2$

d) $2x + 3^x - 1$

e) $\sqrt{x + 5}$

f) $\frac{1}{i}x^3 - 2x + 4i$

Determine o grau de cada polinômio seguinte:

a) $3x^4 - 6x^2 + 5x - 1$

b) $2x - x^3$

c) $x^7 + x^2 + 1$

d) $(3x^2 + 10x)^7$

e) $(4x - 1) \cdot (x^2 - x - 3)$

f) -3

g) x

Identifique o coeficiente dominante de cada um dos polinômios seguintes:

a) $10x^5 - x^3 + 100x - 99$

O polinômio $p(x) = ax + (b - 2)$ é nulo. Quais são os valores de a e b?

Para que valor(es) de a a expressão polinomial $p(x) = (2a - 1) \cdot x^3 + (1 - 4a^2)x^2 + (2 - 4a)x$ é um polinômio nulo?

Determine os valores de a, b, c e d, a fim de que $(a - 1)x^3 + (2a - b + 3)x^2 + (b - c)x + (c - 2d)$ seja nulo.

Sendo $p(x) = x^2 - 5x + 3$, obtenha o valor numérico de p para:

a) $x = 0$

b) $x = 1$

c) $x = 2$

d) $x = 1 + i$

e) $x = i$

Encontre o valor numérico da expressão polinomial $p(x) = (x - 2)^3 + 4x - 5$ para:

a) $x = -1$ b) $x = 3$ c) $x = \frac{3}{2}$

Atividade 2:

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Operações com polinômios .

Material necessário: Quadro Branco, caneta, livro didático.

Organização da classe: Turma organizada em duplas.

Habilidade a ser alcançada: Usar os algoritmos conhecidos no estudo dos conjuntos numéricos para efetuar as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão nas operações com polinômios

Pré-requisitos: Conhecer os algoritmos das operações elementares com números reais.

Metodologia: Utilizando exemplos com números reais, destacarei os procedimentos dos algoritmos de cada operação, fazendo em seguida as operações com polinômio mostrando ao aluno que os procedimentos são os mesmos.

Objetivo: Induzir os alunos as fazer as operações de soma, subtração, multiplicação de e divisão de polinômios utilizando os algoritmos já conhecidos.

Vamos iniciar:.

Operações com polinômios:

Por meio de exemplos, vamos retomar operações conhecidas no estudo de expressões algébricas, como adição, subtração e multiplicação de polinômios, além da multiplicação de um número real por um polinômio.

Exemplo 1

⇨ Soma:

Se $p(x) = 3x^2 + 2x - 1$ e $q(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 5$, temos ***p(x) + q(x):***

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & 3x^2 & + 2x & - 1 \\
+ & x^3 & + 4x^2 & - 2x & - 5 \\
\hline
 & x^3 & + 7x^2 & - 0x & - 6
\end{array}
$$

$p(x) + q(x) = x^3 + 7x^2 - 6$

Exemplo2

⇨ Subtração:

Se $p(x) = 3x^2 - 4x + 1$ e $q(x) = 5x^2 - 3x + 4$ temos ***p(x) - q(x)*** :

$$
\begin{array}{r}
3x^2 - 4x + 1 \\
\underline{- (5x^2 - 3x + 4)}
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{rrr}
3x^2 & - 4x & + 1 \\
- 5x^2 & + 3x & - 4 \\
\hline
- 2x^2 & - 1x & - 3
\end{array}
$$

$p(x) - q(x) = - 2x^2 - x - 3$

Exemplo3

⇨ Multiplicando um número real por um polinômio:

Dado $p(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ temos que ***7· p(x)*** será:

$$7 \cdot p(x) = 7\,(2x^3 - 4x^2 + 5x - 3) = 14x^3 - 28x^2 + 35x - 21$$

ou:

$$
\begin{array}{rrrr}
2x^3 & - 4x^2 & + 5x & - 3 \\
x & & 7 & \\
\hline
14x^3 & - 28x^2 & + 35x & - 21
\end{array}
$$

$7 \cdot p(x) = 14x^3 - 28x^2 + 35x - 21$

Exemplo4

⇨ Multiplicação de dois polinômios:

Dados p(x) = 3x - 4 e q(x) = -2x + 5 temos ***p(x).q(x):***

$$p(x).q(x) = (3x - 4).(-2x + 5) = -6x^2 + 15x + 8x - 20 = -6x^2 + 23x - 20$$

ou:

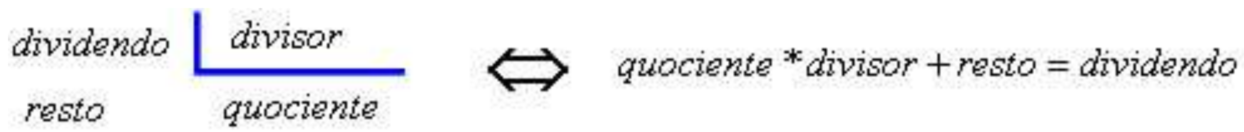
$$\begin{array}{r} 3x - 4 \\ \underline{x \quad -2x + 5} \\ 15x - 20 \\ \underline{-6x^2 + 8x \qquad} \\ -6x^2 + 23x - 20 \end{array}$$

$$\boldsymbol{p(x).q(x)} = -6x^2 + 23x - 20$$

Exemplo5

⇨ Divisão:

Quando trabalhamos com divisão, utilizamos também a multiplicação no processo. Observe o seguinte esquema:



Observe a divisão de um polinômio por um monômio:

Dados: $p(x) = 12x^3 + 4x^2 - 8x$ e $q(x) = 4x$, temos que $p(x) \div q(x)$ será:

$$\frac{12x^3 + 4x^2 - 8x}{4x} = 3x^2 + x - 2$$

ou:

$$
\begin{array}{rl}
12x^3 + 4x^2 - 8x & \underline{|\ 4x \qquad} \\
-12x^3 \qquad\qquad & \ 3x^2 + x - 2 \\
\hline
0x + 4x^2 \qquad & \\
-4x^2 \qquad & \\
\hline
0x \ \ -8x & \\
+8x & \\
\hline
0 \qquad &
\end{array}
$$

Verificando → quociente * divisor + resto = dividendo

$4x * (3x^2 + x - 2) + 0$

$12x^3 + 4x^2 - 8x$

Exemplo5

Dados: p(x) = $6x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5$ e q(x) = $2x^2 - 4x + 5$ e q(x) = 4x , temos que p(x) ÷ q(x) será:

$$
\begin{array}{rl}
6x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5 & \underline{|\ 2x^2 - 4x + 5} \\
-6x^4 + 12x^3 - 15x^2 \qquad\qquad & \ 3x^2 + x - 1 \\
\hline
0x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 9x - 5 & \\
-2x^3 + 4x^2 - 5x \qquad & \\
\hline
0x^3 - 2x^2 + 4x - 5 & \\
2x^2 - 4x + 5 & \\
\hline
0 \qquad\qquad &
\end{array}
$$

Verificando → quociente * divisor + resto = dividendo

$(3x^2 + x - 1) * (2x^2 - 4x + 5) + 0$

$6x^4 - 12x^3 + 15x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 5x - 2x^2 + 4x - 5$

$6x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5$

Propriedades

Em linguagem Matemática (na Álgebra) o conjunto dos polinômios é um anel (de integridade), ou seja, dados quaisquer polinômios , e quando munido das operações usuais de soma e multiplicação, as seguintes propriedades são válidas:

A soma	O produto
Comutativa: $p\ x + q\ x = q\ x + p\ x$	Comutativo $p\ x \cdot q\ x = q\ x \cdot p\ x$
Associativa: $p\ x + q\ x\ + r\ x = p\ x + \ q\ x + r\ x$	Associativo $p\ x \cdot q\ x\ \cdot r\ x = p\ x \cdot\ q\ x \cdot r\ x$
Existe elemento Neutro (único!) $p\ x + 0 = 0 + p\ x = p\ x$	Existe elemento Neutro (único!) $p\ x \cdot 1 = 1 \cdot p\ x = p\ x$
Existe o simétrico $p\ x + \left[-p\ x\right] = \left[-p\ x\right] + p\ x = 0$	Não existe o simétrico para $p\ x \neq$ constante
Vale a distributividade $p\ x \left[q\ x + r\ x\right] = p\ x \cdot q\ x + p\ x \cdot r\ x$	
Não há divisores de zero $p(x) \neq 0$ e $q\ x \neq 0 \Rightarrow p\ x \cdot q\ x \neq 0$	

. Dispositivo prático de Briot-Ruffini na divisão por x - a:

Há um dispositivo que permite efetuar as divisões por polinômios do tipo x - a de uma maneira mais simples e rápida chamado de dispositivo prático. Veja:

termo constante do divisor, com sinal trocado	*coeficientes de x do dividendo p(x)*	*termo constante do dividendo p(x)*
	coeficientes do quociente	*resto*

Exemplo

Exemplo

Vamos determinar o quociente e o resto da divisão de $p(x) = x^3 + 6x^2 - 5x + 2$ por $x + 1$.

Dispomos os coeficientes de p e a raiz de $x + 1$ conforme o esquema.

$$\begin{array}{r|rrr:r} -1 & 1 & 6 & -5 & 2 \\ \hline & & & & \end{array}$$

Repetimos o 1.º coeficiente do polinômio p, nesse caso, 1. Em seguida, efetuamos o cálculo $1 \cdot (-1) + 6$ e obtemos o 2.º coeficiente do quociente.

$$\begin{array}{r|rrr:r} -1 & 1 & 6 & -5 & 2 \\ \hline & 1 & \underbrace{1 \cdot (-1) + 6}_{5} & & \end{array}$$

Efetuamos o cálculo $5 \cdot (-1) + (-5)$ e obtemos o 3.º coeficiente do quociente.

$$\begin{array}{r|rrr:r} -1 & 1 & 6 & -5 & 2 \\ \hline & 1 & \underbrace{1 \cdot (-1) + 6}_{5} & \underbrace{5 \cdot (-1) + (-5)}_{-10} & \end{array}$$

Efetuamos o cálculo $(-10) \cdot (-1) + 2$ e obtemos o resto da divisão.

$$\begin{array}{r|rrr:r} -1 & 1 & 6 & -5 & 2 \\ \hline & 1 & \underbrace{1 \cdot (-1) + 6}_{5} & \underbrace{5 \cdot (-1) + (-5)}_{-10} & \underbrace{(-10) \cdot (-1) + 2}_{12} \end{array}$$

Observando o esquema, temos que o quociente e o resto da divisão são, respectivamente, $q(x) = x^2 + 5x - 10$ e $r = 12$.

Tarefas propostas aos alunos:

Objetivos das tarefas:

. a constatação feita pelo aluno de que as propriedades se verificam
. a prática da utilização dos algoritmos na resolução de problemas envolvendo operações com polinômios
. a utilização do dispositivo Briot-Ruffini na divisão por x - a

Operações com polinômios:

. Agora, considere que $p\ x = 2x+1$, $t\ x = x^3 - 2x^2 + x - 1$, $u\ x = x^4 - 5x + 2$ e $v\ x = -x^3 - x - 1$. E, quando possível, calcule as operações indicadas abaixo, indicando o resultado, quociente e resto, quando foro caso. Se a operação não for possível justifique!

a) $p\ x - u\ x$

b) $v\ x \cdot u\ x$

c) $p\ x + u\ x - v\ x$

d) $p\ x \div v\ x$

e) $u\ x \div t\ x$

f) $v\ x \cdot p\ x - v\ x \cdot u\ x$

g) $v\ x \cdot u\ x + p\ x$

h) $u\ x + p\ x$

i) $[p\ x]^2 - [u\ x]^2$

j) $[v\ x]^2$

Dispositivo prático:

. Aplicando o dispositivo prático de Briot-Ruffini, calcule o quociente e o resto da divisão de:

a) $p(x) = 5x^2 - 3x + 2$ por $h(x) = x + 3$.

b) $p(x) = x^4 + 3x^2 + x - 5$ por $h(x) = x + 2$.

c) $p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 2x + 1$ por $h(x) = x - 4$.

d) $p(x) = 2x^3 - 10x^2 + 8x - 3$ por $h(x) = x - 5$.

e) $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 2$ por $h(x) = 2x - 1$.

f) $p(x) = x^2 - 2x + 1$ por $h(x) = 3x + 1$.

Utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini, determine o quociente e o resto da divisão de:

a) $2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$ por $x - 2$ $q(x) = 2x^2 + x - 3;\ r = 0$

b) $2x^3 + 2x^4 + 3 - x^2 - x$ por $x + 1$ $q(x) = 2x^3 - x;\ r = 3$

c) $\frac{8}{3}x^2 - 3x + x^3 + \frac{2}{3}$ por $x - \frac{1}{3}$ $q(x) = x^2 + 3x - 2;\ r = 0$

d) $-2x^4 + 11x^3 - x^2 - 21x + 5$ por $x - 5$

$q(x) = -2x^3 + x^2 + 4x - 1;\ r = 0$

Aplique o dispositivo de Briot-Ruffini e determine o quociente e o resto da divisão de:

a) $-2x^4 + 9x^3 - 7x + 4$ por $x - 4$

$q(x) = -2x^3 + x^2 + 4x + 9;\ r = 40$

b) $-39x + x^3 + 18$ por $x - 6$ $q(x) = x^2 + 6x - 3;\ r = 0$

c) $-6x + x^4 + 8 - 3x^2$ por $x - 2$

Atividade 3:

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Divisão por (x - a): Teorema do resto e o Teorema de D'Alembert

Material necessário: cartaz, quadro branco, caneta e livro didático do aluno.

Organização da classe: Turma organizada em duplas.

Habilidade a ser alcançada: Fazer o aluno compreender e efetuar operações com números complexos em sua forma algébrica.

Pré-requisitos: Operações com polinômios
Objetivo: Aprender uma maneira mais simples e rápida de dividir um polinômios por outro do tipo (x - a).

Metodologia: A partir de exemplos aplicar o teorema de D'Alembert na divisão de um polinômio por (x - a)

1.Iniciando:

O teorema do resto

O teorema do resto diz que um polinômio G(x) dividido por um binômio x – a terá resto R igual a P(a), para
x = a.

O teorema de D'Alembert

O teorema de D'Alembert é uma consequência imediata do teorema do resto, ambos são voltados para a divisão de um polinômio por um binômio do tipo x – a.

Este teorema diz que: ***o resto da divisão de um polinômio p(x) por (x - a) é p(a).***

Consequência do Teorema:

Então um polinômio qualquer Q(x) será divisível por (x – a) quando p(a) = 0, ou seja, a é raiz do polinômio.

Exemplo 1

Calcule o resto da divisão $(x^2 + 3x – 10) : (x – 3)$.

Como diz o Teorema de D'Alembert, o resto (R) dessa divisão será igual a:

$$P(3) = R$$
$$P(3) = 3^2 + 3 * 3 - 10 = R$$
$$P(3) = 9 + 9 - 10 = R$$
$$P(3) = 18 - 10 = R$$
$$P(3) = 8 \quad (\text{resto da divisão})$$

Exemplo 2

Verifique se $x^5 - 2x^4 + x^3 + x - 2$ é divisível por $x - 1$.

Segundo D'Alembert, um polinômio é divisível por um binômio se $P(a) = 0$.

$$P(1) = (1)^5 - 2*(1)^4 + (1)^3 + (1) - 2$$
$$P(1) = 1 - 2 + 1 + 1 - 2$$
$$P(1) = 3 - 4$$
$$P(1) = -1 \quad (\text{resto da divisão})$$

Então como o resto não foi zero $x^5 - 2x^4 + x^3 + x - 2$ não é divisível por $x - 1$.

Exemplo4

Verifique se $p(x) = x^3 - x^2 - 3x - 1$ é divisível por $x + 1$

Observe que o teorema se refere às divisões de polinômios por binômios do tipo $x - a$. Dessa forma, devemos nos atentar para o binômio do problema: $x + 1$. Ele pode ser escrito da seguinte maneira: $x - (-1)$. Assim, teremos:

$$R = P(-1)$$
$$P(-1)= (-1)^3 - (-1)^2 - 3\cdot(-1) - 1$$
$$P(-1) = -1 - 1 + 3 - 1$$
$$P(-1) = 0$$

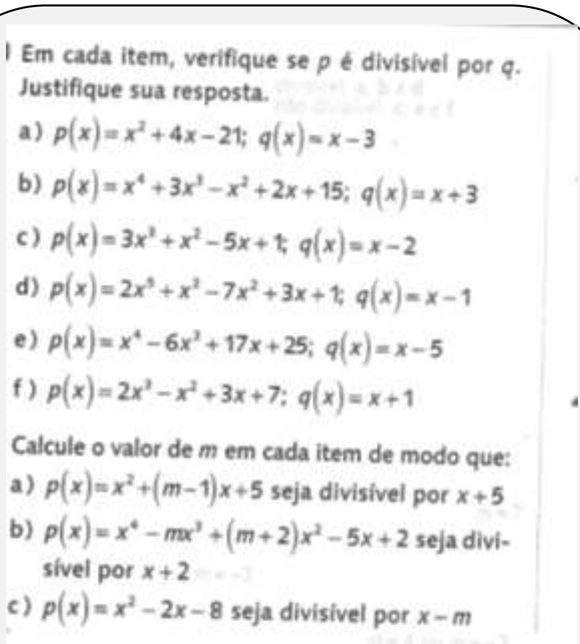
O resto da divisão é zero, logo, podemos afirmar que $p(x)$ é divisível por $x + 1$.

É importante observar:
Como $p(-1)$ foi zero concluímos que -1 é raiz do polinômio $x^3 - 2x^2 - 3x - 1$

Tarefas proposta aos alunos:

Objetivo da tarefa:

. A aplicação do Teorema do resto e do Teorema de D'Alembert na divisão por $x - a$.



Em cada item, verifique se p é divisível por q. Justifique sua resposta.

a) $p(x) = x^2 + 4x - 21$; $q(x) = x - 3$

b) $p(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 + 2x + 15$; $q(x) = x + 3$

c) $p(x) = 3x^3 + x^2 - 5x + 1$; $q(x) = x - 2$

d) $p(x) = 2x^5 + x^3 - 7x^2 + 3x + 1$; $q(x) = x - 1$

e) $p(x) = x^4 - 6x^3 + 17x + 25$; $q(x) = x - 5$

f) $p(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 7$; $q(x) = x + 1$

Calcule o valor de m em cada item de modo que:

a) $p(x) = x^2 + (m-1)x + 5$ seja divisível por $x + 5$

b) $p(x) = x^4 - mx^3 + (m+2)x^2 - 5x + 2$ seja divisível por $x + 2$

c) $p(x) = x^2 - 2x - 8$ seja divisível por $x - m$

.Avaliação:

Nesse momento já poderei avaliar o aprendizado dos meus alunos para decidir se criarei novas estratégias para o efetivo sucesso da aprendizagem ou seguirei, agora apresentando o teorema fundamental da álgebra e as relações de Girard.

Atividade 4:

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Teorema Fundamental da álgebra e as Relações de Girard

Objetivos: Resolução de equações

Material necessário: Quadro branco, caneta, folha de atividades para o aluno.

Organização da classe: Turma organizada em duplas

Habilidade a ser alcançada: Resolver equações utilizando o teorema fundamental da álgebra e as relações de Girard

Pré-requisitos: Saber determinar as raízes das equações de 1º e 2º graus

Metodologia: Destacarei a importância do teorema na álgebra e aplicarei as relações de Girard para solucionar equações polinomiais, resolvendo com a participação dos alunos exemplos práticos .

Iniciando:

Teorema fundamental da álgebra *(demonstrado pelo matemático Gauss em 1799)*

Toda equação algébrica p (x) de grau $n \geq 1$ possui pelo menos uma raiz complexa(real ou não).

Relações de Girard

As relações de Girard são fórmulas matemáticas que relacionam os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.Veremos algumas situações:

Na equação do ***2º grau***:

Considerando a equação do 2º grau e a sua decomposição em fatores do 1º grau:

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ com $a \neq 0$ onde x_1 e x_2 são as raízes.

Desenvolvendo o produto, temos:

$ax^2 + bx + c = a\,[x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2\,]$

Dividindo todos os termos por ***a*** , vem:

$$x^2 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a} = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2$$

Pela igualdade de polinômios , temos:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad e \qquad x_1 x_2 = -\frac{c}{a}$$

Na equação do 3º grau:

Consideremos a equação algébrica do 3º grau $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, $a \neq 0$ e sejam x_1, x_2 e x_3 as suas raízes. A sua decomposição em fatores do 1º grau é:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

Desenvolvendo o produto, temos:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = a[x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)x - x_1 x_2 x_3]$$

Dividindo todos os termos por ***a***, vem:

$$x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)x - x_1 x_2 x_3$$

Pela igualdade de polinômios , temos:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}$$

Tarefas propostas aos alunos:

Objetivo da tarefa:. A aplicação das relações de Girard para solucionar equações.

Calcule a soma e o produto das raízes das equações.

a) $2x^2+6x-2=0$ $r_1+r_2=-3;\ r_1r_2=-1$

b) $x^3-3x^2+4x-6=0$ $r_1+r_2+r_3=3;\ r_1r_2r_3=6$

c) $-2x^4+8x^3-x^2+3x+4=0$ $r_1+r_2+r_3+r_4=4;\ r_1r_2r_3r_4=-2$

d) $3x^5+4x^3-2x^2+5x-1=0$ $r_1+r_2+r_3+r_4+r_5=0;\ r_1r_2r_3r_4r_5=\frac{1}{3}$

Escreva as relações de Girard para $-x^4+3x^3+5x^2-2x+8=0$, sendo r_1, r_2, r_3 e r_4 as raízes dessa equação. $r_1+r_2+r_3+r_4=3;\ r_1r_2r_3r_4=-8;$ $r_1r_2+r_1r_3+r_1r_4+r_2r_3+r_2r_4+r_3r_4=-5;\ r_1r_2r_3+r_1r_2r_4+r_1r_3r_4+r_2r_3r_4=-2$

Determine k, de modo que 2 seja uma das raízes da equação $x^3+kx^2+20x-12=0$. -9

Sabendo que 2 é uma raiz simples da equação $x^3+2x^2-13x+10=0$, determine o seu conjunto solução. $\{-5, 1, 2\}$

Resolva a equação $x^3+5x^2-18x-72=0$, sabendo que -3 é uma de suas raízes. $\{-6, -3, 4\}$

Sabendo que 1 e 3 são raízes da equação $x^4-8x^3+24x^2-32x+15=0$, determine o seu conjunto solução. $\{1, 3, 2-i, 2+i\}$

Solucione a equação polinomial $x^4-7x^3+13x^2+3x-18=0$, sabendo que 3 é raiz dupla da equação. $\{-1, 2, 3\}$

Resolva a equação $x^5+5x^4+6x^3-2x^2-7x-3=0$, sabendo que -1 é raiz tripla da equação. $\{-3, -1, 1\}$

Sabe-se que 5 é raiz da equação $x^3-5x^2+x+m=0$.

a) Determine o valor de m. $m=-5$

b) Resolva a equação. $\{+5, -i, i\}$

(Fuvest-SP) O polinômio $P(x)=x^3-x^2+x+a$ é divisível por $x-1$. Ache todas as raízes complexas de P(x). $\{1, -i, i\}$

(Fuvest-SP) O número 2 é raiz dupla da equação $ax^3+bx+16=0$. Determine a e b. $a=1$ e $b=-12$

.Avaliação: *Atividade avaliada através da observação do desempenho dos alunos.*

.

AVALIAÇÃO :

A avaliação envolve aluno e professor e deverá acontecer uma reflexão sobre a prática docente sobre as competências e habilidades alcançadas.

.

A observação do desempenho dos alunos nas atividades propostas em aula é por mim avaliada. (50 minutos para cada tarefa avaliada num total de 100 minutos - 2 tarefas)

. Saerj Se faz necessária a correção da prova com a *observação do desempenho dos alunos no que se refere ao tema abordado.*

. Avaliação escrita individual (100 minutos)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PAIVA, Manoel..Matemática Paiva.São Paulo:Editora Moderna,2010. Vol. 3.

STOLCCO, Kátia; IGNES, Maria.Matemática Ensino Médio.São Paulo:Editora Saraiva,2010.Vol.3

DANTE, Roberto.Matemática DANTE. São Paulo: Editora àtica,2009.Vol. Único

RIBEIRO, Jackson, Matemática Ciência e Tecnologia, São Paulo: editora scipione, 2012.Vol.3

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy.Matemática Fundamental do 2 º Grau, São Paulo: editora FTD, 1994.Vol. Único

http://www.matematicadidática.com/matemática/médio/equações algébricas.htm. Acesso em:09.novembro. 2012.

http://www.brasilescola.com/matematica/divisao-de-polinomios.htm. Acesso em 10.novembro.2012

http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/polinom/polinom.htm 11. Acesso em novembro.2012

http://fotosdenatureza.blogspot.com.br/2009/07/mico-leao.html. Acesso em 30.novembro.2012

http://www.zoo.ba.gov.br/upload/images/20081119050532_CRW_6899_Mico_leao_da_cara_dourada.jpg.Acesso em 30.11.2012

Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ.Projeto SEEDUC.Formação Continuada. 3º Ano. Roteiros de ação .Textos.Ensino Médio – Matemática 4º bimestre/2012. Disponíveis em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br.