

## GEOMETRIA ESPACIAL

### Introdução

#### 1) Importância:

A geometria plana foi desenvolvida a partir dos conceitos primitivos: ponto; reta; plano. Esta escrita é óbvia e intuitiva surgiu a priori como hipótese ou postulados ou ainda axiomas. Platão com o seu preciosismo construiu sólidos matemáticos e conseguiu lapidar os poliedros convexos em faces triangulares; quadrangulares; pentagonais. Esta construção é precisa, bela e harmoniosa. Teve grande importância na lapidação de pedras preciosas. As afirmações de Euclides sobre estes objetos estão vivas até os dias hoje. A relação Euler nos dar a certeza dos cálculos. E, essa importância vemos nos estudos da geometria plana e em consequência na geometria espacial. Estes elementos estão presentes na trigonometria. Na geometria analítica, nos deparamos com a distância entre dois pontos; coordenadas do ponto médio; condição de alinhamento de três pontos e muito mais.

#### Justificativa de relevância:

As indústrias de alimentos abusam no formato de seus produtos sólidos. Quando não, abusam nos formatos de suas embalagens nos induzindo a compra do produto até mesmo pelo formato de seu invólucro.

A indústria de perfumes; a indústria de embalagens para presentes necessitam de profissionais criativos e com habilidade de cálculos.

#### 2) Técnica:

Leitura; interpretação; conhecer e aplicar a linguagem dos símbolos pertinentes ao estudo dos conjuntos; conjuntos numéricos; desenho plano; desenho técnico; desenho artístico; recursos tecnológicos.

#### Justificativa de relevância:

Desenvolvimento intelectual na aprendizagem; concatenação das ideias que envolvem dois ou mais elementos ou grupos nas mais variadas situações; exigência para concursos. Exige-se: consolidar conhecimentos obtidos no Ensino Fundamental sobre as quatro operações; conceitos básicos da geometria plana; desenvolvimento sensoriais de espaço e distância.

#### 3) MATERIAL:

NOVA EJA Módulo 3 – Unidade 23.

Atividade: questões variadas com a finalidade de atingir os Objetivos de Aprendizagem da unidade 23;

Adaptação: professor Jéferson Pereira de Albuquerque.

Ferramenta utilizada: Editor de texto Office Word 2007 da Microsoft Corporation.

#### 4) VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO: a ser feita.

#### 5) AVALIAÇÃO: a ser realizada.

#### 6) BIBLIOGRAFIA UTILIZADA:

Matemática e sua tecnologia. Módulo III Matemática / Benaia Sobreira de Jesus Lima – Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2013.

356 P.: 21 X 28 CM – (Nova EJA)

ISBN: 978-85-7648-931-3

1. Matemática. 2. Logaritmos. 3. Geometria. 4 Prismas.

CDD: 510

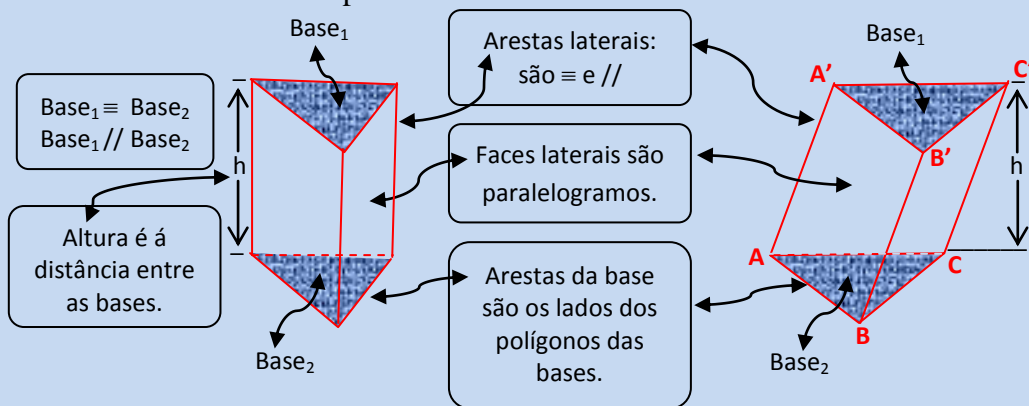
Metodologia: forma expositiva.

Tempo estimado: seis tempos de 40 minutos em sala de aula.

APRESENTAÇÃO.

GEOMETRIA ESPACIAL MÉTRICA

Identificar e diferenciar prismas e seus elementos.



**PRISMAS**  
 Os prismas são poliedros convexos que possuem duas faces (bases) congruentes em planos paralelos e as outras faces, laterais, são paralelogramos.

Prisma reto: um prisma é reto quando suas arestas laterais são perpendiculares às suas bases. Reto é igual a 90°. Acima nós temos: Prisma reto e oblíquo, ambos de base triangular, com principais elementos destacados.

**Paralelepípedo:** É um prisma reto cujas bases são retângulos.

$V = a \cdot b \cdot c$

$A_T = 2ab + 2ac + 2bc$

$d^2 = a^2 + b^2$   
 $D^2 = d^2 + c^2$   
 $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$   
 $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

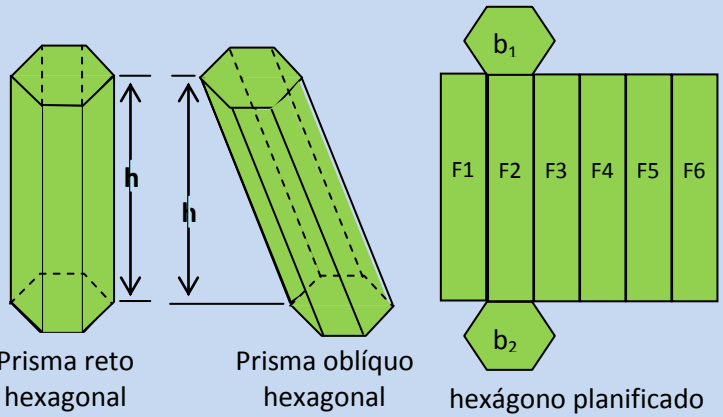
**Cubo:** é um prisma reto cujas bases são quadradas.

$V = a^3$

$A_T = 6a^2$

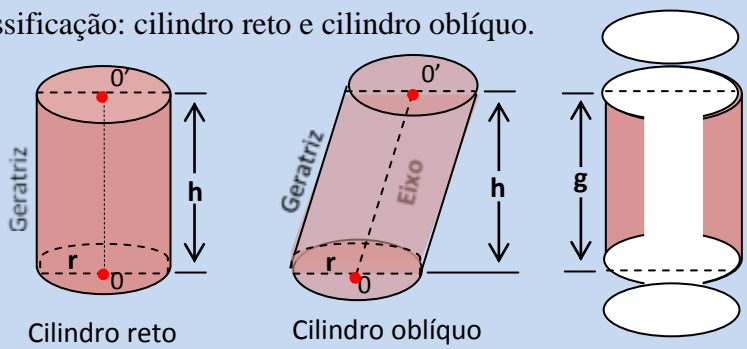
$d^2 = a^2 + a^2$   
 $D^2 = d^2 + a^2$   
 $D^2 = a^2 + a^2 + a^2$   
 $D^2 = 3a^2$   
 $D = a\sqrt{3}$

Classificação: prisma reto e prisma oblíquo.



**Área Total da Superfície do Prisma:**  
 $A_{TOTAL\ PRISMA} = 2 \cdot A_b + A_L$   
 $A_{TOTAL\ PRISMA} = 2 \cdot A_b + 6A_F$   
 NO HEXÁGONO A ÁREA LATERAL TEM 6 FACES.  
**O VOLUME DE QUALQUER PRISMA É:**  
 $V_{PRISMA} = A_b \cdot h$

Classificação e Planificação de um cilindro:  
 Classificação: cilindro reto e cilindro oblíquo.

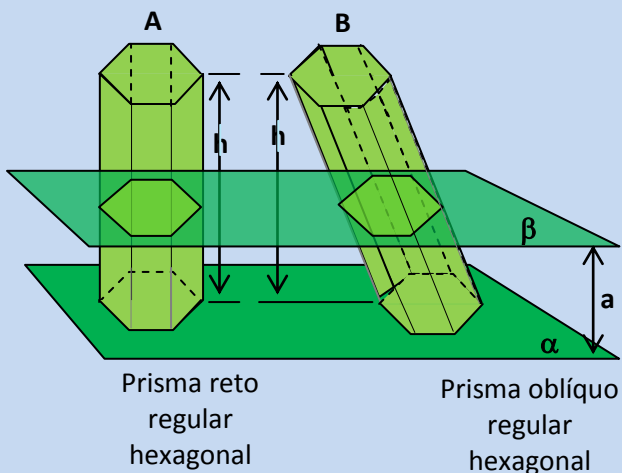


$A_{LATERAL\ CILINDRO} = 2\pi rh$   
 $A_{TOTAL\ CILINDRO} = 2\pi rh + 2\pi r^2$

Superfície lateral  
 $2\pi r$   
 $h = g$

$V_{CILINDRO} = A_b \cdot h$

## APRESENTAÇÃO. PRINCÍPIO DE CAVALIERE



Bonaventura Francesco Cavaliere nasceu na Itália em 1598. Foi discípulo de Galileu e publicou em 1635 a Teoria do indivisível, que hoje é conhecida como princípio de Cavalieri. Na época, sua teoria foi amplamente criticada, mas esse princípio foi uma base importante para o desenvolvimento do cálculo integral.

3

Sejam dois sólidos A e B apoiados em um plano  $\alpha$  horizontal. Se qualquer outro plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$  que seccionar os dois sólidos, determinar duas regiões planas de mesma área, então podemos concluir que os sólidos A e B entre os planos  $\alpha$  e  $\beta$  têm o mesmo volume.

Objetivos de aprendizagem.

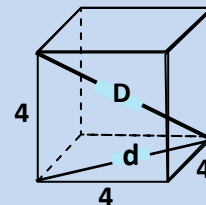
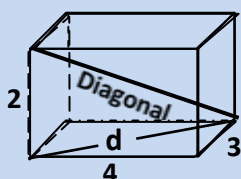
- Identificar e diferenciar prismas e seus elementos;
- Identificar e diferenciar cilindros e seus elementos;
- Calcular diagonal do prisma e da face de um prisma;
- Conhecer o princípio de Cavalieri;
- Calcular a área lateral, total e o volume de um prisma;
- Calcular a área lateral, total e o volume de um cilindro.

Resumo.

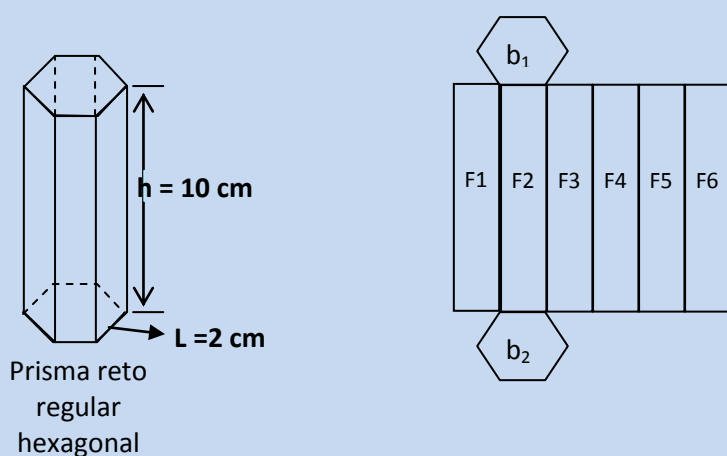
- Prismas são poliedros convexos que têm duas faces paralelas e congruentes (chamadas bases) e as demais faces em forma de paralelogramos (chamadas faces laterais);
- Quando o prisma for reto, a altura é dada pela distância entre as bases. As arestas são os lados dos polígonos das bases e das faces laterais;
- Área Superfície Prisma = 2 vezes Área da Base + Área Lateral;
- Volume Prisma = Área da Base x Altura;
- Todo objeto tridimensional composto pela sobreposição de infinitos círculos de mesmo diâmetro e com os centros pertencentes a uma mesma reta é denominado cilindro;
- A altura do cilindro é dada por meio da distância entre os planos das bases. A reta que passa pelo centro das bases é chamada eixo do cilindro;
- As geratrizes são segmentos paralelos ao eixo cujas extremidades são pontos da circunferência.

ATIVIDADE:

1ª) Questão: calcule o Volume e a Área Total da Superfície do Paralelepípedo e do Cubo em centímetros.

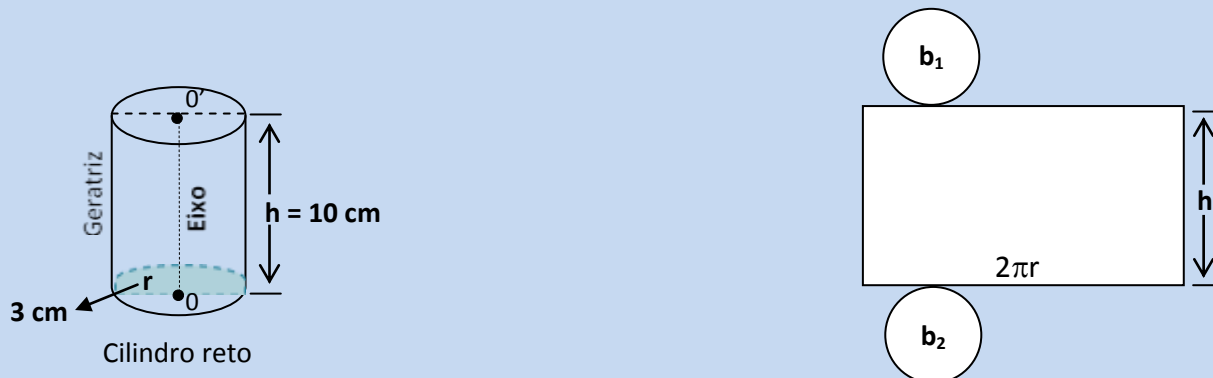


2ª) Questão: calcule o Volume e a Área Total da Superfície do prisma hexagonal regular em centímetros.



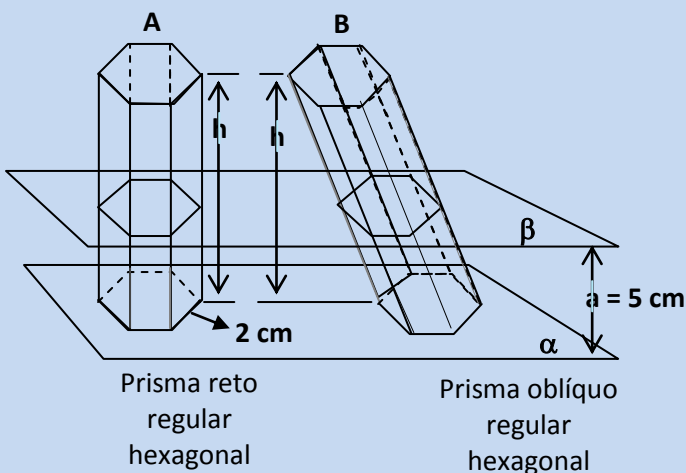
Prisma reto regular hexagonal

3ª) Questão: calcule o Volume a Área lateral e a Área Total do Cilindro em centímetros.



Cilindro reto

4ª) Questão: calcule o Volume do Poliedro A e o Volume do Poliedro B que estão entre os Planos  $\alpha$  e  $\beta$  em cm.



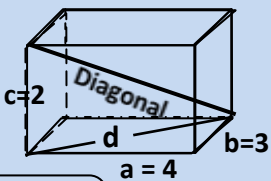
Prisma reto regular hexagonal

Prisma oblíquo regular hexagonal

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

1ª) Questão: calcule o Volume e a Área Total da Superfície do Paralelepípedo e do Cubo em centímetros.

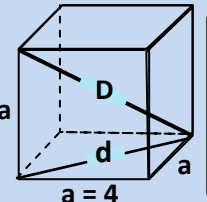
$V = a \cdot b \cdot c$   
 $V = 4 \cdot 3 \cdot 2$   
 $V = 24 \text{ cm}^3$



$d^2 = a^2 + b^2$   
 $d^2 = 16 + 9$   
 $d^2 = 25$   
 $d = \sqrt{25}$   
 $d = 5 \text{ cm}$

$D^2 = d^2 + c^2$   
 $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$   
 $D^2 = d^2 + c^2$   
 $D = \sqrt{25 + 4}$   
 $D = \sqrt{29}$   
 $D = 5,4 \text{ cm}$

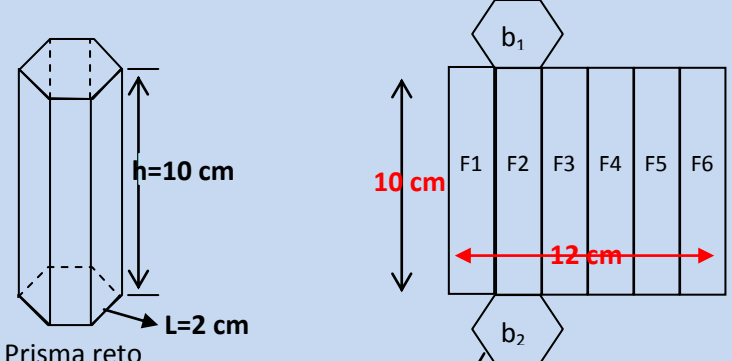
$V = a^3 = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$



$d^2 = a^2 + a^2$   
 $d = \sqrt{32} = 5,7 \text{ cm}$   
 $D^2 = a^2 + a^2 + a^2$   
 $D = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$A_T = 6a^2 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ cm}^2$

2ª) Questão: calcule o Volume e a Área Total da Superfície do prisma hexagonal em centímetros.



Prisma reto hexagonal

Seis triângulos equiláteros:  
 $A_b = 6 \cdot A_{\Delta} \Leftrightarrow A_b = 6 \sqrt{3}$

**O VOLUME DE QUALQUER PRISMA É:**

$$V_{\text{PRISMA}} = A_b \cdot h$$

$$V_{\text{HEXÁGONO}} = 6 \cdot A_{\Delta} \cdot 10$$

$$V_{\text{HEXÁGONO}} = 6 \cdot L^2 (\sqrt{3}) / 4 \cdot 10$$

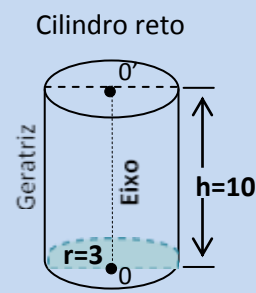
$$V_{\text{HEXÁGONO}} = (3(4 \sqrt{3}) / 2) \cdot 10$$

$$V_{\text{HEXÁGONO}} = 6 \sqrt{3} \cdot 10$$

$$V_{\text{HEXÁGONO}} = 60 \sqrt{3} \text{ cm}^3 = 102 \text{ cm}^3$$

$A_{\text{TOTAL PRISMA}} = 2 \cdot A_b + 6A_F$   
 $A_{\text{TOTAL PRISMA}} = 2 \cdot 6 \sqrt{3} + 120 \Leftrightarrow A_{T-P} = 12 \cdot 1,7 + 120$   
 $A_{\text{TOTAL PRISMA}} = 20,4 + 120 \Leftrightarrow A_{T-P} = 140,4 \text{ cm}^2$

3ª) Questão: calcule o Volume a Área lateral a Área Total do Cilindro em centímetros.



Cilindro reto

$A_{\text{LATERAL CILINDRO}} = 2\pi rh$   
 $A_{\text{LATERAL CILINDRO}} = 6,28 \cdot 30$   
 $A_{\text{LATERAL CILINDRO}} = 188,40 \text{ cm}^2$   
  
 $A_{\text{TOTAL CILINDRO}} = 2\pi rh + 2 A_b$   
 $A_{\text{TOTAL CILINDRO}} = 188,40 + 2 \cdot 28,3$   
 $A_{\text{TOTAL CILINDRO}} = 188,40 + 56,6$   
 $A_{\text{TOTAL CILINDRO}} = 245 \text{ cm}^2$

b<sub>1</sub>

$V_{\text{CILINDRO}} = A_b \cdot h$   
 $V_{\text{CILINDRO}} = 28,3 \cdot 10 \Leftrightarrow V_C = 283 \text{ cm}^3$

Superfície lateral

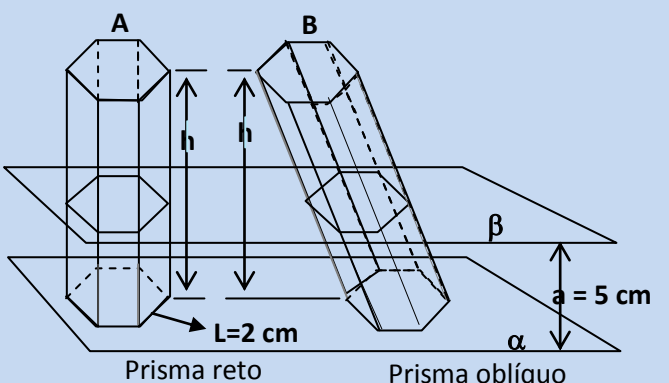
2πr

h = g

b<sub>2</sub>

$A_b = \pi r^2 = 3,14 \cdot 9 \Leftrightarrow A_b = 28,3 \text{ cm}^2$

4ª) Questão: calcule o Volume do Poliedro A e o Volume do Poliedro B que estão entre os Planos α e β em cm.



Prisma reto regular hexagonal

Prisma oblíquo regular hexagonal

$V_A = V_B$   
 $V_A = A_b \cdot h$   
 $V_A = 6\sqrt{3} \cdot a$   
 $V_A = 6\sqrt{3} \cdot 5$   
 $V_A = 6 \cdot 1,7 \cdot 5$   
 $V_A = 10,2 \cdot 5$   
 $V_A = 51 \text{ cm}^3$  ou  $V_A = 30\sqrt{3} \text{ cm}^3$

Área da base tem Seis triângulos equiláteros:

 $A_b = 6 \cdot A_{\Delta} \Leftrightarrow A_b = 6 \sqrt{3}$   
 $A_{\Delta} = (L^2 \sqrt{3}) / 4$