FORMAÇAO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA - FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO – 1º BIMESTRE

Tarefa 3

Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 1

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Cursista: Edilaine de Melo Souza

Tutora: Susi Cristine Britto Ferreira

Grupo 3

Rio de Janeiro

2013

Avaliação da Execução do Plano de Trabalho 1

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Pontos positivos

Ao tratar primeiro do raciocínio envolvido obtive uma maior atenção dos alunos e, consequentemente um maior índice de acerto na resolução de situações-problema. A avaliação ocorreu em todas as suas dimensões (conceitual, procedimental e atitudinal) – o que diante de outra forma de abordagem seria uma raridade. As aulas contextualizadas fizeram toda diferença e, o fato de sempre propor atividades que envolvessem os alunos, fazendo-os se movimentar pela sala também foi um bom diferencial. A despreocupação com a memorização de fórmulas permitiu despertar neles o raciocínio lógico-dedutivo e o senso crítico, além de trazer à tona um papel mais ativo. A maioria conseguiu perceber nitidamente a relação entre o tema estudado e sua aplicabilidade no cotidiano, como por exemplo, na simples escolha de um lanche.

Pontos negativos

Devido a um problema na alocação dos alunos pelo sistema alguns só começaram a frequentar as aulas bem depois; outros se aproveitaram da situação para participar das aulas que julgavam convenientes. As interrupções causadas pelo vaivém de alunos procurando em qual turma estavam alocados foram muito prejudiciais nas primeiras semanas de aula. Isso não permitia uma continuidade e, muitos alunos que assistiam à aula pela primeira vez ficavam perdidos. A dificuldade de interpretação por parte de alguns vindos de outras escolas também foi um obstáculo. Digo isso, pois os alunos que já eram da escola no ano passado conheciam a forma de trabalho dos professores que fazem a Formação Continuada – a contextualização é colocada sempre em primeiro lugar. Já os alunos novos, não. Por muitas vezes eles me perguntaram: -“Professora, a senhora não passa ‘dever’, não? Só explica?”. Ou seja, eles não entendiam que a aula era não apenas a figura do professor passando um monte de “deveres”, mas sim um diálogo em conjunto que permitia a construção de saberes.

Alterações

Como de forma geral os alunos novos apresentavam muita dificuldade na interpretação das questões, percebi que deveria trabalhar ainda mais com exemplos práticos. Busquei também a professora de Língua Portuguesa – que também faz a Formação Continuada, por sinal – e dividi com ela meus anseios. Neste novo Plano de Trabalho insiro o contexto histórico como oportunidade de interpretação textual e ainda mais exemplos que permitam aos alunos não confundirem mais as operações de adição e multiplicação. Nesta nova proposta utilizei as dúvidas dos alunos como ponto norteador para as aulas seguintes e na 2ª aula já começo com grupos de monitoria a fim de deixar os alunos mais à vontade para interagirem e eliminarem pequenas dúvidas entre si.

Impressões dos alunos

Mesmo com toda turbulência causada pelo início das aulas e a chegada de novos alunos sinto-me muito satisfeita diante das colocações deles ao longo dos conteúdos. Percebi que o preconceito trazido por muitos em relação à Matemática foi desaparecendo pouco a pouco e, as dificuldades sendo encaradas como desafios e não apenas obstáculos. Outro fato interessante foi o de não se apegarem às fórmulas como “tábua de salvação”, mas sim, como um recurso que pode ser usado sem mera memorização. Por outro lado, infelizmente não consegui atingir a todos dessa forma. Três alunos vieram ao fim das 14 aulas para me dizer que não haviam entendido nada do que eu expliquei. Porém, ao perguntá-los o porquê de não sinalizarem as dúvidas no momento certo, eles responderam que ficaram com vergonha de dizer durante as aulas, pois a turma inteira estava entendendo e só eles não. Embora eu sempre circule pela sala, isso não foi suficiente desta vez, já que estes alunos continuaram a me ver com certa distância.

<u>Plano de Trabalho 1</u>

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Introdução

O Plano de Trabalho para este conteúdo tem como principal desafio direcionar o foco do estudo para a concentração e construção de raciocínio próprio ao invés de aplicações diretas de fórmulas. A percepção sobre a semelhança entre algumas situações e a resolução das mesmas será construída aos poucos, ao passo que são abordadas. Tendo os temas apresentados de modo mais investigativo e, entrelaçados em percepções cotidianas, a ferramenta para a resolução estará nas inferências que permitem ao aluno a solucionar não apenas uma, mas diferentes tipos de questões com base em estratégias definidas por ele mesmo.

Levantando-se inicialmente a questão sobre as escolhas que fazemos os alunos serão levados a refletir: “Quantas vezes somos levados a fazer escolhas?” Seja na roupa que vestiremos ou no lanche que pedimos, estamos sempre escolhendo. Por outro lado, normalmente não quantificamos essas escolhas. Mas... e se quiséssemos fazer isso? Entra em ação a Análise Combinatória – um campo de estudo que desenvolve métodos para fazer a contagem, de forma eficiente, do número de elementos de um conjunto (Barroso, 2010). Este então é o pontapé inicial para abordar esse conceito sem tratá-lo de forma metódica e ao mesmo tempo aguçando a curiosidade e estimulando a criatividade dos alunos.

A partir de questões atuais, muitas vezes vivenciadas pelos próprios alunos, este Plano de Trabalho se apoia no artigo 22 da LDB: “a educação básica tem por finalidade ‘desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhes meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores’.” Diante disto, serão abordados tópicos que estejam sempre envolvendo questões voltadas à cidadania e à coletividade sem deixar de lado as questões interdisciplinares e contextualizadas baseadas nas provas do Enem e de outras provas. Para isso, serão utilizadas 14 aulas de 50 minutos cada, sendo 12 para explanações e realização de atividades e 2 para avaliações (entre elas a autoavaliação).

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1 – ***A vida é feita de escolhas***

Duração: 100 minutos (2 aulas)

Objetivos: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo diferenciando-o do princípio aditivo.

Habilidades e Descritores relacionados:
H60: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples.

Pré-requisitos: Não há.

Organização da turma: Em duplas.

Recursos: Folha de papel “colorset”, quadro branco, fita adesiva.

Metodologia:
Levanta-se inicialmente a seguinte questão: “Você já reparou quantas vezes somos levados a fazer escolhas?” Neste momento, os alunos são levados a apresentar atividades cotidianas em que perceberam ter feito escolhas. A seguir, questiona-se: “Só havia uma opção para escolher? Quando escolhemos uma roupa, por exemplo, quantas opções há em nosso guarda-roupa?” Num breve momento os alunos são levados a refletir sobre escolhas e a utilidade em se quantificar isso. Neste ponto é apresentada a Análise Combinatória e, numa espécie de brincadeira, dois alunos são chamados para observar as opções de lanche sugeridas em uma lanchonete.

As fichas estão dispostas assim:

Coxinha	Suco de laranja	Picolé
Sanduíche natural	Guaraná natural	Mousse
Pastel de forno		

Solicita-se então, que um dos alunos escreva no quadro que opção de lanche ele escolheria sabendo-se que este lanche é formado por um salgado, uma bebida e uma sobremesa. Com isso, a turma também pode interagir, apresentando outras combinações.

Com fita adesiva, as opções disponíveis são coladas no quadro, juntamente com a tabela na qual são escritas todas as 12 opções de lanche diferentes que é possível de formar.

De forma análoga, é apresentado a situação proposta no Roteiro de Ação 1 e, com base nessa nova situação são levantadas novas questões. A seguir:

Pedro decidiu comemorar seu aniversário juntamente com sua namorada Deise, saindo para jantar num restaurante. Na hora marcada, Pedro chegou à casa de Deise, que estava nervosa, pois não conseguia achar a combinação ideal, de roupas, para sair. Ainda nervosa, Deise apresentou a Pedro as roupas que dispunha para escolher. Veja as opções que Deise possuía:

1 - Com essa quantidade de roupa, de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir, usando uma camisa, uma calça e um par de sapatos?

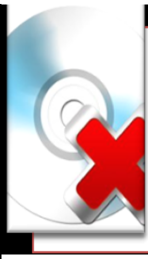
Deise disse a Pedro que gostaria muito de usar a camisa de cor rosa. Pediu a opinião de Pedro sobre qual combinação usar.

2 - Após essa decisão de quantas maneiras diferentes Deise poderia se vestir?

A partir destas atividades, apresentam-se dois princípios elementares no campo da Análise Combinatória: Princípio Aditivo e Princípio Multiplicativo.

Princípio Aditivo

Se A e B são dois conjuntos que têm interseção vazia, A com *m* elementos e B com *n* elementos, então o conjunto formado pela união dos elementos de A e de B tem *m+n* elementos.



Princípio Multiplicativo

Se um acontecimento A pode ocorrer de *m* maneiras diferentes e se, para cada uma das maneiras possíveis de ocorrências de A, um segundo acontecimento B pode ocorrer de *n* maneiras diferentes, então o número de maneiras de ocorrer o acontecimento A seguido do acontecimento B é *m. n*.

Para fixar...

Fichas de atividades envolvendo o princípio aditivo e princípio multiplicativo.

Ficha 1

1) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é:

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

RESPOSTA: ALTERNATIVA B

Ficha 2

1) Miguel foi a um restaurante e lá encontrou várias opções para um jantar com entrada, prato principal, sobremesa, bebidas e que a escolha de cada item seja independente da escolha feita em outro item.

Nesse cardápio cada convidado terá direito a escolher uma opção de entrada, uma de prato principal, uma de sobremesa, e uma bebida.

A pergunta é: Quantos jantares diferentes podem ser servidos, considerando 3 opções de entrada, 8 de prato principal, 5 de sobremesa e 4 de bebidas?

(A) 16
(B) 20
(C) 38
(D) 480

RESPOSTA: ALTERNATIVA D

Por meio deste material os alunos são levados a perceber a diferença entre os dois princípios.

Hora de compartilhar...

Ao fim de cada aula é sugerido aos alunos que, tendo oportunidade de acesso à internet, pesquisem sobre um determinado tema e compartilhem com seus colegas de turma por e-mail. O "Hora de compartilhar" da respectiva aula é: *<u>Princípio multiplicativo</u>*

Atividade 2 – *Permutando as ideias*

Duração: 100 minutos (2 aulas)

Objetivos: Identificar a natureza dos problemas de contagem e aplicar o conceito de permutação.

Habilidades e Descritores relacionados:

H60: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples.

C2 - Resolver problemas de contagem que envolva permutação simples.

Pré-requisitos: Não há.

Organização da turma: Em grupos com até 4 integrantes.

Recursos: Cadeiras, quadro branco, fichas numeradas de 1 a 4.

Metodologia:

Os alunos são solicitados a observarem as 4 cadeiras e as 4 fichas numeradas dispostas em frente ao quadro branco. Nesse momento, 4 alunos voluntários podem levantar, pegar uma das fichas numeradas e escolher uma das cadeiras para se sentar. A partir de então, peço que a turma vá dizendo a ordem das fichas numeradas.

1 2 3 4	2 1 3 4	3 1 2 4	4 1 2 3
1 2 4 3	2 1 4 3	3 1 4 2	4 1 3 2
1 3 2 4	2 3 1 4	3 2 1 4	4 2 1 3
1 3 4 2	2 3 4 1	3 2 4 1	4 2 3 1
1 4 2 3	2 4 1 3	3 4 1 2	4 3 1 2
1 4 3 2	2 4 3 1	3 4 2 1	4 3 2 1

Ao contarem, os alunos perceberão que há 24 maneiras diferentes dos quatro alunos se disporem nas cadeiras. Neste momento aproveito para levá-los a pensar sobre o raciocínio usado. Será que há algum modo que não seja relacionando caso a caso? Apresento então o conceito de Permutação simples (P_n).

De uma maneira geral, no caso de *n* objetos ou pessoas, o número de modos de escolher o objeto que o ocupará o primeiro lugar é *n*, para o segundo lugar é *n – 1*, e assim por diante, até o último lugar que só poderá escolhido de um único modo. Cada ordenação desses n objetos ou pessoas é chamada de uma permutação simples (P_n) e tem como resultado:

$$P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots 1 = n\,!$$

Para fixar...

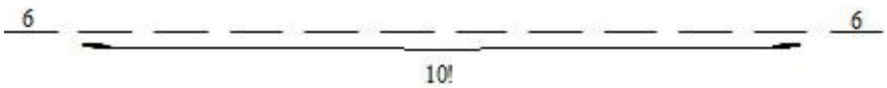
Será feita uma eleição na turma para nomear 10 monitores (alunos que se coloquem à disposição dos grupos para orientar quanto aos exercícios bem como apresentar as ideias do grupo para toda turma. Feito isso, é distribuído para cada um dos grupos 2 das 4 situações propostas a seguir e estabelecido um tempo de 10 minutos para que estes resolvam as questões. Depois do tempo determinado cada monitor apresentará a solução do seu grupo para toda turma.

<u>*Situação 1: O pulo do gato*</u>

Ana criou uma senha para seu computador e colocou a seguinte dica: “animal preferido”. No entanto, para que o acesso não seja fácil a qualquer um, ela salvou a senha com um anagrama da palavra GATO. Caso ela esqueça esse anagrama, quantas tentativas, no máximo, ela fará para conseguir acertar a senha?

<u>*Situação 2: Fila indiana*</u>

De quantas maneiras distintas podemos colocar em fila indiana 6 homens e 6 mulheres, sendo que o primeiro da fila seja um homem e a última seja uma mulher?



<u>*Situação 3: Família*</u>

Ao se posicionarem para uma tradicional foto de família, Ana, Claúdio, Felipe, Monique e Laura se colocam um ao lado do outro. De quantas maneiras diferentes eles podem se organizar para essa fotografia?

<u>*Situação 4: Unidos para sempre*</u>

Marcos e Paula são namorados. Para comemorar o aniversário de Paula, Marcos convidou as 2 melhores amigas dela para irem todos juntos ao cinema. Sabendo-se que havia 4 cadeiras reservadas para eles e que, Marcos e Paula em nenhuma hipótese sentam-se separados, de quantas maneiras distintas eles e as amigas podem se sentar?

Atividade 3 – ***Fatorial: uma surpresa interessante***

Duração: 50 minutos (1 aula)

Objetivos: Reconhecer uma multiplicação na forma n.(n-1).(n-2)... . 2.1 como fatorial de um número n.

Habilidades e Descritores relacionados:
H60: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples.

Pré-requisitos: Simplificação de frações.

Organização da turma: Em duplas.

Recursos: Lápis, borracha e lista de atividades.

Metodologia:

Boa parte dos problemas da Análise Combinatória são resolvidos por um produto de números naturais consecutivos, como 4.3.2.1, por exemplo. Em geral, produtos deste tipo são escritos com a noção de fatorial – simbolizado por ! (ponto exclamativo). A partir daí os alunos são apresentados a problemas envolvendo permutação simples e levados a pensar no fatorial como um modo simples de abreviar produtos gigantescos.

Com base na seguinte lista de exercícios os alunos serão levados a relembrar simplificação de frações e calcular de modo mais simples expressões envolvendo fatorial.

Para fixar...

Lista de atividades com os alunos reunidos em duplas.

Atividade 4 – ***Arranjo e Combinação***

Duração: 250 minutos (5 aulas)

Objetivos: Identificar a natureza dos problemas de contagem e aplicar os conceitos de arranjo e combinação simples.

Habilidades e Descritores relacionados:

H60: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples.

C3 - Resolver problemas de contagem que envolva arranjo simples.

Pré-requisitos: Princípio multiplicativo.

Organização da turma: Em duplas.

Recursos: Notícias impressas e lista de atividades.

Metodologia:

Distribuem-se folhas com as notícias a seguir para que, a partir destas levantem-se as seguintes questões:

1. *De acordo com a recomendação da Anatel, os números de celulares de São Paulo, na antiga configuração, deveriam iniciar com os dígitos 6, 7, 8 e 9. Qual é a quantidade máxima de números de telefones celulares, que podemos obter com a antiga configuração?*

2. *Qual a intenção ao se acrescentar um dígito nos números de telefonia móvel de SP?*

3. *Com a nova configuração, os números de telefones celulares em São Paulo passaram a ser formados por 9 dígitos escolhidos entre 0,1,2,3,4,5,6,7,8 e 9. Porém o 2º dígito jamais pode ser 0 (zero). Você imagina o porquê de esses novos números de celulares não poderem apresentar o algarismo 0 (zero) como seu 2º dígito?*

CBN
A RÁDIO QUE TOCA NOTÍCIA
SÃO PAULO

COMENTARISTAS BOLETINS EDITORIAS

QUARTA, 25/07/2012

Celulares de São Paulo terão um dígito a mais a partir do próximo domingo

Telefones de todas as operadoras da Região Metropolitana de SP e municípios pertencentes à área com DDD 11 terão de acrescentar o algarismo 9 antes do atual número.

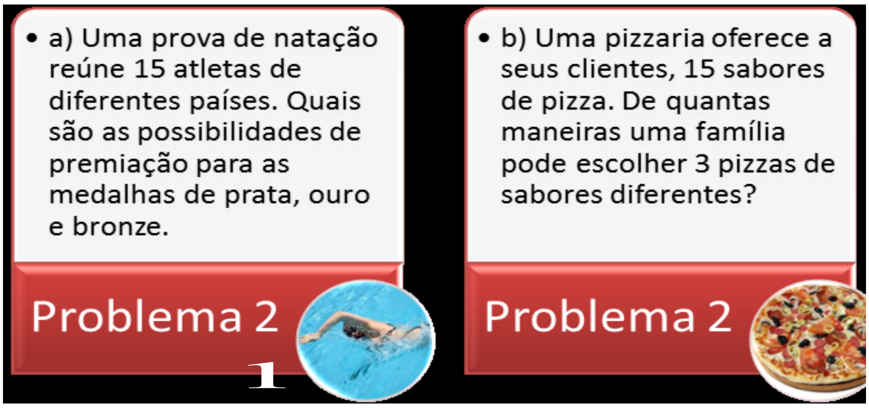
Telefone celular modelo Nokia 6280 (Foto: Wikimedia)

"A partir deste domingo (29/07/12) os números de celulares de São Paulo e outros 63 municípios ganharão um 9 à esquerda. A medida, conduzida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão que regula o setor, é obrigatória e gratuita para o DDD 11. Ela vai possibilitar o aumento da capacidade de numeração de 44 milhões para 90 milhões. Hoje, existem 34,2 milhões de chips ativos e 8 milhões nos estoques das operadoras. Ou seja, 95% dos números já têm praticamente um dono."

Fonte: Agência Estado

4. *De acordo com a notícia, a nova numeração proporcionaria a capacidade máxima de 90 milhões números de telefones celulares em SP. Essa afirmação está correta? Justifique sua resposta.*

Discutem-se as soluções das questões anteriores bem como se apresentam novas situações que remetam ao conceito de Arranjo Simples, porém, sem que os alunos detenham-se a esse conceito.



Fonte natação: http://www.sxc.hu/photo/1129359 - **Autor:** PLRANG Images for design
Fonte pizza: http://www.sxc.hu/photo/1194324 - **Autor:** Emre Nacigil

É feita então a seguinte pergunta: Em qual dos dois problemas a ordem da escolha faz diferença no resultado? Em qual caso a ordem é relevante? Ao perceberem que na letra a é importante observar que o chegar em 1º lugar não será o mesmo que chegar em 3º, portanto, a ordem de chegada fará toda diferença no resultado. Já na questão da pizza (questão b), não importa a ordem de escolha da pizza, as pizzas continuarão sendo as mesmas. No primeiro caso temos um problema de arranjo simples, que pode ser rapidamente solucionado pelo princípio multiplicativo, com base nas opções de chegada (15 opções para a medalha de ouro, 14 para a medalha de prata e 13 para a medalha de bronze → 15.14.13).

Podemos tratar esse problema como o agrupamento de 15 elementos tomados 3 a 3: $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$, onde n é o total de elementos e p é a quantidade de elementos que constituirá cada agrupamento.

Por outro lado, no problema 2, temos um caso de combinação, onde a ordem de escolha dos elementos não fornece um novo resultado. Nessa situação, até poderíamos pensar como arranjo inicialmente, mas, depois deveríamos lembrar que a sequencia de pizzas portuguesa – calabresa – frango é a mesma que calabresa – frango – portuguesa; portanto, alguns agrupamentos chegam a um resultado errado quando tratados como arranjo, já que como arranjo todos os resultados são considerados distintos – o que neste caso, não seria.

Para fixar...

Lista de atividades resolvidas no quadro branco em conjunto com as duplas. A seguir:

1. *Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) – Minas Gerais*

No meio da "invasão tecnológica" que toma conta de nossas vidas, dona Antônia esqueceu sua senha bancária justamente na hora de efetuar um saque. Ela lembra que a senha é formada por quatro algarismos distintos, sendo o primeiro 5 e o algarismo 6 aparece em alguma outra posição. Qual é o número máximo de tentativas que o banco deveria permitir para que dona Antônia consiga realizar o saque?

Solução:

Basicamente devemos saber se a ordem dos elementos a serem combinados é importante ou não. Em se tratando de senhas, a ordem de cada número é muito importante, pois a senha 5123 é diferente da senha 5321.

O exercício nos informa que o primeiro dígito é o número 5, e o número 6 estará em algum dos outros 3 dígitos. Sendo assim, teremos a seguinte situação.

1º Caso (6 no segundo dígito): _5_ _6_ _8 possibilidades_ _7 possibilidades_ = $A_{8,2}$

2º Caso (6 no terceiro dígito) : _5_ _8 possibilidades_ _6_ _7 possibilidades_ = $A_{8,2}$

3º Caso (6 no quarto dígito): _5_ _8 possibilidades_ _7 possibilidades_ _6_ = $A_{8,2}$

Teremos a resposta somando as possibilidades de cada caso, ou seja:

$A_{8,2}+A_{8,2}+A_{8,2}=3.A_{8,2}$

Esse número três é proveniente das possibilidades que existem para as posições do número 6 nesta senha. Com isso teremos que as tentativas deveriam ser:

$$3.A_{8,2} = 3.\frac{8!}{(8-2)!} = 3.\frac{8.7.6!}{6!} = 3.8.7 = 168\ possibilidades\ para\ esta\ senha.$$

2. Numa caixa há 9 bolas numeradas de 1 a 9. Quantas dezenas podem ser formadas ao retirar duas bolas em seguida, sem repô-las?

Solução:

$A_{9,2} = \frac{9!}{7!} = 9.8 = 72$ ou, de forma mais simplificada pelo princípio multiplicativo, basta pensar que na primeira retirada há 9 opções de escolha e na segunda, apenas 8.

3. Em época de eleição para o grêmio estudantil do colégio, tiveram 12 candidatos aos cargos de presidente, vice-presidente e secretário. De quantos modos diferentes estes candidatos poderão ocupar as vagas deste grêmio?

Solução: 12.11.10 = 1320 modos.

4. Uma empresa de refrigerantes lançou uma promoção durante uma Copa do Mundo. Cada tampinha viria com uma aposta para a colocação (primeiro até terceiro lugares) das seleções participantes. Por exemplo, uma tampinha viria com "1. Brasil", gravada em seu fundo, e outra com "1. Alemanha" ou "3. Suécia". Ao final da Copa, quem tivesse tampinhas com os resultados corretos, poderia trocá-las por um brinde.
Suponhamos que houvesse 25 seleções participantes. Quantas tampinhas diferentes poderia haver no mercado (sem considerar as do mesmo tipo sendo fabricadas)?

Solução: 25. 24. 23 = 13 800 tampinhas

5. Atualmente automóveis de todo o país trafegam identificados por placas cujo modelo é formado por três letras e quatro números. As letras são escolhidas entre 26 disponíveis de nosso alfabeto e os algarismos são escolhidos entre os 10 que compõem o nosso sistema de numeração. Esse sistema foi implantado em 1990. Antes desse novo sistema de emplacamento dos veículos de transito ser implantado em 1990, os automóveis do país utilizavam placas compostas por 2 letras e 4 números.

Reflita sobre isso e responda à questão proposta ao lado.

Atividade 5 – ***Arrumando as ideias prováveis***

Duração: 100 minutos (2 aulas)

Objetivos: Identificar a natureza dos problemas de contagem e aplicar o conceito de permutação com elementos repetidos.

Habilidades e Descritores relacionados:
H60: Resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinações simples.
C3 - Resolver problemas de contagem que envolva arranjo simples.
H67: Resolver problemas envolvendo probabilidade
C1 - Resolver problemas que envolvam o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento como a razão entre o numero de casos favoráveis e o numero de casos possíveis, em espaços equiprováveis finitos.

Pré-requisitos: Princípio multiplicativo, arranjo, combinação.

Organização da turma: Em duplas.

Recursos: Notebook, folhas impressas com notícias, talões da mega-sena disponíveis em casas lotéricas.

Metodologia:

Distribui-se folhas impressas com a seguinte notícia:

Mega-Sena da Virada sai para três apostas

Vencedores ganharam R$81,5 milhões cada; eles têm 90 dias para retirar. Apostadores são das cidade de Franca, São Paulo e Aparecida de Goiânia.

Do G1, em São Paulo — 453 comentários — Tweetar 292 — Recomendar 2,1 mil

Sorteio da Mega-Sena da Virada aconteceu em São Paulo (Foto: Roney Domingos/G1)

A Mega-Sena da Virada, da Caixa Econômica Federal (CEF), saiu para três apostas na noite desta segunda-feira (31). Os vencedores são das cidades de Franca e São Paulo (SP) e de Aparecida de Goiânia (GO). Os sortudos vão receber R$ 81,5 milhões cada.

Os números sorteados foram: **33 - 14 - 52 - 36 - 32 - 41**.

Na segunda faixa de premiação, 1.368 apostadores acertaram cinco dezenas e vão levar R$ 27.413,18 cada, e 113.258 apostadores acertaram quatro dezenas, e vão receber R$ 473,01 cada.

Os ganhadores têm um prazo de 90 dias para retirar o prêmio em qualquer agência da Caixa no país. O comprovante original de aposta é o único documento que habilita ao recebimento do prêmio.

Fonte: http://g1.globo.com/loteria/noticia/2012/12/mega-sena-da-virada-sai-para-tres-apostas.html

Seria possível quantificar os resultados possíveis para o sorteio da mega-sena? Sim! Estudando probabilidade conseguimos ter uma previsão sobre as diferentes combinações possíveis a partir dos 60 números fornecidos no cartão.

Para descontrair um pouco, apresento o link http://dicaserespostas.blogspot.com.br/2008/12/gerador-de-combinaes-para-jogar-na.html, que traz um gerador de combinações para a Mega-Sena e peço que cada aluno venha clicar e anotar sua combinação.

Os alunos são levados então a pensar a respeito das seguintes questões:

1. Nesses agrupamentos a ordem das dezenas, em cada jogo, é fator determinante na composição dos jogos? Justifique.

2. Se uma pessoa escolhe 8 dezenas para concorrer, quantas combinações diferentes de 6 algarismos é possível formar?

3. Sabendo que um jogo simples é a combinação de 6 dezenas e, que cada jogo simples custa R$ 2,00, quanto uma pessoa pagará pelo jogo caso escolha 15 dezenas para concorrer?

A solução é discutida em conjunto com a turma, evidenciando o fato de que a ordem das dezenas não resulta em um novo agrupamento.

A partir de então é apresentada a ideia de se calcular o quanto um determinado evento é provável de ocorrer. Como exemplo, utilizaremos ainda o sorteio da Mega-Sena, como se pode ver ao lado.

Essa probabilidade é calculada por:

$$P(X) = \frac{n^\circ \ \ de \ resultados \ favoráveis}{n^\circ \ \ total \ de \ possibilidades} \Rightarrow$$

$$P(1) = \frac{1}{50.063.860}$$

Avaliação

Duração: 100 minutos (2 aulas)

Os alunos serão avaliados continuamente por meio de listas de atividades, discussões com o grupo acerca dos assuntos apresentados, um simulado de exercícios, além de uma autoavaliação realizada na última aula. As avaliações sinalizarão dificuldades e obstáculos a serem eliminados para que os alunos cheguem ao final das aulas capazes de:

- Compreender e aplicar o princípio fundamental da contagem.
- Compreender a relação entre a análise da situação-problema e os conceitos/fórmulas de permutação, arranjo e combinação na resolução de problemas.

Obs. Em anexo, o questionário para a autoavaliação dos alunos.

Referências

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS. **Análise Combinatória**. Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente à 3ª série do Ensino Médio – 1º bimestre / 2013. Disponíveis em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br. Acesso em 22 fev. 2013.

BARROSO, Juliane M. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010.

BRASIL ESCOLA. **Análise Combinatória**. Disponível em http://www.brasilescola.com/matematica/analise-combinatoria.htm. Acesso em 18 fev. 2013.

MEC: Portal do Professor. Disponível em http://portaldoprofessor.mec.gov.br/linksCursosMateriais.html?categoria=117. Acesso em 18 fev. 2013.

MEC: Rede Interativa Virtual de Educação. Disponível em http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/arranjo/arranjo.swf. Acesso em 18 fev. 2013.

ANEXO

Questionário para Autoavaliação

Para cada pergunta foram apresentadas cinco alternativas, exceto em algumas, com duas alternativas ("sim" e "não"), as quais estão identificadas nas questões. As alternativas são:

- *Sempre*
- *Quase sempre*
- *Às vezes*
- *Nunca*
- *Não se aplica*

1. As aulas corresponderam às suas expectativas:
2. O professor domina o conteúdo e está atualizado.
3. Os recursos didáticos utilizados na disciplina são de boa qualidade.
4. Você conseguiu acompanhar os conteúdos apresentados.
5. A sequência e organização dos conteúdos da disciplina são adequadas.
6. A turma é assídua às aulas, comprometida e responsável.
7. Há interesse e envolvimento da turma com a aprendizagem na disciplina.
8. Você esteve atento durante as apresentações dos conteúdos temáticos da disciplina e empenhado na execução das tarefas propostas.
9. Você esclarece suas dúvidas em devido tempo.
10. Você faz análise de seus erros após a percepção dos mesmos.