ANDERSON PINHEIRO LOPES

PROBABILIDADE

Trabalho apresentado ao Curso de Formação Continuada da Fundação CECIERJ – Consórcio CEDERJ

Orientador: BIANCA COLONEZE

Grupo 1

Série: 3º ano do ensino médio

RIO DE JANEIRO – RJ

MAIO/2014

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Levantamos algumas questões: Como poderemos introduzir o estudo de teoria das probabilidades de acordo com as exigências da nossa sociedade? Quais as diretrizes norteadoras oferecidas pelos parâmetros curriculares nacionais?

Ao longo dos cursos de Ensinos Fundamental e Médio, espera-se que o aluno através de sua educação matemática possa desenvolver capacidades de: analisar, relacionar, comparar, conceituar, representar, abstrair e generalizar; e julgamento. Além disso, adquirir e desenvolver o hábito de concisão e rigor; hábitos de estudo, atenção, responsabilidade e cooperação; além de conhecer, interpretar e utilizar corretamente a linguagem matemática associando-a com a linguagem usual; adquirir conhecimentos básicos, a fim de possibilitar a integração do aluno na sociedade em que vive; desenvolver, a partir de suas experiências, um conhecimento organizado que lhe proporcione a construção de seu aprendizado; desenvolver um pensamento meditativo que lhe permita a elaboração de conjecturas, a descoberta de soluções e a capacidade de concluir; associar a Matemática a outras áreas do conhecimento; e construir uma imagem da Matemática como algo agradável e prazeroso, desmitificando o mito da “genialidade”.

A situação-problema pode ser o ponto de partida da atividade matemática. Os conteúdos podem ser abordados com a apresentação de problemas. Problemas só existem quando o aluno é levado a interpretar a questão e a estruturar e contextualizar a situação apresentada. O saber matemático deve ser considerado como um conjunto de idéias, a serem utilizadas para responder às questões levantadas.

A história da teoria das probabilidades teve início com os jogos de cartas, dados e de roleta. Esse é o motivo da grande existência de exemplos de jogos de azar no estudo da probabilidade. A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório.

Experimento Aleatório é aquele experimento que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

Já o Espaço Amostral é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral é S.

Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Dizemos que um espaço amostral S (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

Num espaço amostral equiprovável S (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento A é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de S}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Propriedades Importantes:

1. Se A e A' são eventos complementares, então:

P(A) + P(A') = 1

2. A probabilidade de um evento é sempre um número entre Æ (probabilidade de evento impossível) e 1 (probabilidade do evento certo).

$$0 \le P(S) \le 1$$

Probabilidade Condicional

Antes da realização de um experimento, é necessário que já tenha alguma informação sobre o evento que se deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

Fórmula de Probabilidade Condicional

$P(E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } E_3 \text{ e } ...\text{e } E_{n-1} \text{ e } E_n)$ é igual a $P(E_1).P(E_2/E_1).P(E_3/E_1 \text{ e } E_2)...P(E_n/E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } ...E_n\text{-}1)$.

Onde $P(E_2/E_1)$ é a probabilidade de ocorrer E_2, condicionada pelo fato de já ter ocorrido E_1;

$P(E_3/E_1$ e $E_2)$ é a probabilidade ocorrer E_3, condicionada pelo fato de já terem ocorrido E_1 e E_2;

$P(Pn/E_1$ e E_2 e $...E_n\text{-}1)$ é a probabilidade de ocorrer E_n, condicionada ao fato de já ter ocorrido E_1 e $E_2...E_n\text{-}1$.

Eventos independentes

Dizemos que E_1 e E_2 e ...E_{n-1}, E_n são eventos independentes quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros terem ou não terem ocorrido.

Fórmula da probabilidade dos eventos independentes:
$P(E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } E_3 \text{ e } ... \text{e } E_n\text{-}1 \text{ e } E_n) = P(E_1).P(E_2).p(E_3)...P(E_n)$
Probabilidade de ocorrer a união de eventos

Fórmula da probabilidade de ocorrer a união de eventos:
$P(E_1 \text{ ou } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ e } E_2)$

De fato, se existirem elementos comuns a E_1 e E_2, estes eventos estarão computados no cálculo de $P(E_1)$ e $P(E_2)$. Para que sejam considerados uma vez só, subtraímos $P(E_1 \text{ e } E_2)$.

Fórmula de probabilidade de ocorrer a união de eventos mutuamente exclusivos:
$P(E1 \text{ ou } E_2 \text{ ou } E_3 \text{ ou } ... \text{ ou } E_n) = P(E_1) + P(E_2) + ... + P(E_n)$

2. DESENVOLVIMENTO

Probabilidade

Pré requisitos: Princípio multiplicativo, P.A, P.G., raciocínio lógico, análise combinatória e estatística
Tempo de duração: 6 aulas (300 minutos).
Recursos: aula expositiva com livro didático e uso de jogo didático proposta no laboratório de matemática.
Organização da turma: em sala de aula individual; na sala de matemática em até 4 alunos.

O que estamos propondo é dar significado e explorar ao máximo os recursos que a Probabilidade fornece. A idéia é quando explanar sobre o tema em sala de aula, entendidos os conceitos, possamos demonstrar aplicações que justifiquem tais conceitos e significados, fazendo com que o aluno explore e desenvolva cada vez mais seu raciocínio.

3. AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser parte integrante do processo ensino-aprendizagem onde o objetivo não é verificar (através de uma medição) a quantidade de informações "retidas" pelo aluno ao longo de um determinado ensinamento, já que não se concebe ensino como 'transmissão de conhecimento".

A avaliação deve servir como um instrumento de diagnóstico de processo, oferecendo elementos para uma revisão de postura de todos os componentes desse processo (aluno-professor-conteúdo-metodologia-instrumento de avaliação).

Dessa forma, restringir a avaliação a um conceito obtido em uma prova não retrata com fidelidade o aproveitamento obtido.

Assim sendo a avaliação será constituída em dois momentos:

I – de prova individual:

1ªQ – Um casal pretende ter filhos. Sabe-se que a cada mês a probabilidade da mulher engravidar é de 20%. Qual é a probabilidade dela vir a engravidar somente no quarto mês de tentativas?

2ª Q – Seis casais (marido e mulher) estão em uma sala, reunidos, conversando. Escolhendo duas pessoas ao acaso, qual a probabilidade de termos:

a) um homem e uma mulher?
b) Um marido e sua mulher?

3ªQ – Uma urna contém 50 bolas idênticas. Se as bolas forem numeradas de 1 a 50, qual a probabilidade de, em uma extração ao acaso:

(a) Obtermos a bola de numero 27?
(b) Obtermos uma bola de número par?
(c) Obtermos uma bola de número maior que 20?
(d) Obtermos uma bola de número menor ou igual a 20?

4ªQ – No lançamento de dois dados perfeitos, qual a probabilidade de que a soma dos resultados obtidos seja igual a 6?

5ªQ – Considerando todos os divisores positivos do numeral 60, determine a probabilidade de escolhermos ao acaso, um número primo.

II – de atividade em sala de aula utilizando o jogo O Problema de Monty Hall (similar ao Porta dos Desesperados):

A maneira que você joga determina suas chances de vencer, mas você pode se surpreender ao saber qual a melhor estratégia.

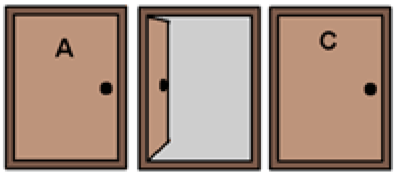
O nome do enigma matemático proposto para ser aplicado é em homenagem a Monty Hall, apresentador de um jogo televisivo norte-americano chamado “Let’s Make a Deal”, que foi ao ar há alguns anos. Em um dos jogos, Monty apresentava aos participantes três portas. No caso o professor fará o papel do apresentador Monty e as portas podem ser substituídas por caixas, por exemplo.

Atrás (ou embaixo, no caso das caixas) de uma delas há um carro (substitui por um bombom, por exemplo). Atrás das outras duas, nada. O professor sabe o que tem de cada porta, mas o aluno não sabe.

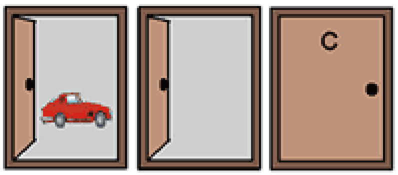
O jogo é disputado em três etapas:

1. O aluno escolhe uma porta.
2. O professor abre uma das duas outras portas que o aluno não escolheu, revelando um espaço vazio (ele nunca abre a porta que tem o carro).
3. Agora você tem a escolha de ou permanecer com a porta que escolheu na etapa 1 ou trocar para a outra porta, que ainda está fechada.

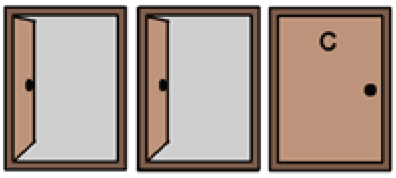
Digamos que o aluno escolha a porta A. O professor abre uma das outras duas portas, como por exemplo a B.



Agora o aluno tem a opção de trocar para a porta C ou permanecer com sua escolha original, A. Se escolher ficar, pode se dar bem...



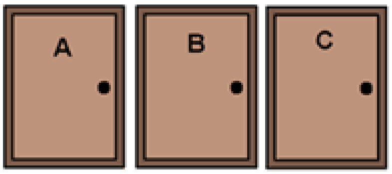
ou não.



Por outro lado, se o aluno trocar para C, ele pode se dar bem... ou não.

O que o aluno faz? Fica com sua escolha original ou troca depois que o professor abre a porta? Por quê?

Solução: no Problema de Monty Hall vale a pena mudar. Suas chances de ganhar são duas vezes maiores do que quando você permanece com sua escolha original. Tal fato surpreende muitas pessoas. Você tem uma chance de 1/3 escolher a porta que esconde o carro. Como o fato de o Monty escolher uma outra porta pode fazer alguma diferença? O carro não mudou de posição.



Aqui está o motivo pelo qual é melhor mudar: Se escolher a porta A, você terá uma chance de 1/3 de vencer, já que a probabilidade de o carro estar atrás da porta A é de 1/3. A probabilidade de o carro estar atrás da porta B é de 1/3 e a probabilidade de o carro estar atrás da porta C também é de 1/3 (a soma das probabilidades dever ser igual a 1, já que o carro está atrás de uma das três portas).

A probabilidade de o carro estar atrás da porta B ou da porta C é de 2/3.

Vamos supor que Monty abra a porta B e descubra que ela está vazia. A probabilidade de o carro estar atrás da porta B ou da porta C ainda é de 2/3, mas sabemos que a probabilidade de o carro estar atrás da porta B é igual 0 já que temos certeza de que ele não está lá. Portanto, a probabilidade de o carro estar atrás da porta C é agora igual a 2/3. A soma das probabilidades ainda é igual a 1: 1/3 para A, 0 para B, 2/3 para C.

Você ainda não está convencido? Faça a seguinte experiência: Existem 1.000.000 portas. Você escolhe uma delas e espera que o carro esteja lá. Você tem uma chance em um milhão de estar certo. A chance de o carro estar atrás de uma das demais portas é de 999.999 em um milhão. Monte abre 999.998 portas e descobre que todas estão vazias. Sua escolha original tinha uma chance em um milhão de estar correta. Se você estivesse errado, a mudança certamente faria com que você achasse o carro. Você muda?

Objetivo:

Ensinar, de uma maneira mais divertida e de fácil visualização e compreensão, alguns conceitos de probabilidade.

As tarefas ora assim exercitadas exigem uma solução mais criativa pois visa o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, da estimativa e percepção, desafiando o aluno que deseja aprofundar e/ou ampliar seus conhecimentos, dando enfoque diferente para aqueles que possam ter dificuldades com questões tradicionais que exigem memorização de algoritmos, sobressaindo no cálculo mental servindo também com estímulo.

4. REFERÊNCIAS

HAZZAN, Samuel, **Fundamentos de Matemática Elementar – vol. 5: combinatória e probabilidade**. São Paulo: Atual Editora, 1994

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental – Ministério da Educação – 2ed. – Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

LOPES, Anderson Pinheiro, **Abordagem e Aplicação em Análise Combinatória**. Trabalho apresentado à Universidade Estácio de Sá como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática. Rio de Janeiro, 2005.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; TEIXEIRA, José Carlos; MACHADO, Nilsin José; GOULART, Márcio Cintra; CASTRO, Luiz Roberto da Silveira; MACHADO, Antonio dos Santos. **Matemática: 1ª série, 2º grau**, 8ª Ed. rev. Ed. Atual, 1990. São Paulo.

http://www.somatematica.com.br/emedio/probabilidade2.php acessado em 02/05/2014.