FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CICIERJ/CONSÓRCIO CERDERJ

MATEMÁTICA 3º ANO – 2012

PROGRAMA DE TRABALHO

CURSISTA: TANIA PINHEIRO DOS SANTOS

TUTOR: SUSIE CHRISTINE

TAREFA 3

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

Pontos Positivos

O objetivos desse programa de trabalha era fazer o aluno ler, interpretar e, com isso resolver os problemas propostos.

O objetivo foi alcançado, pois trabalhar com interação com a professora de Língua Portugues foi o que de melhor no trabalho proposto. Além de ajuda-la, contribui para os alunos perceberem que o conhecimento não é fracionado, e sim integrado com as outras áreas do conhecimento.

Observei que alguns alunos chegam até o terceiro ano sem saber ler, interpretar um pequeno enunciado de um problema e como consequência não chegam a conclusão da melhor solução para o problema proposto.

Os alunos acharam interessante essa nova abordagem da Matemática, pois os fiz ler um texto, interpretá-los e em seguida fazer um debate sobre o assunto. Foi uma aula diferente do tradicional onde se propõe exercícios e os alunos só decoram o que aprenderam e depois se esquecem do que foi visto.

Pontos Negativos

O ponto negativo na minha proposta foi que os alunos não estavam acostumados com essa nova dinâmica e alguns se recusaram a fazer a tarefa e digo: tudo são experiências e as novidades nos fazem criar barreiras, mas foram poucos os alunos que não quiseram a proposição.

Manterei nas próximas tarefas sempre mostrar a inter-relação dos conhecimentos para que os alunos percebam que o conhecimento é um todo e não uma parte.

Alterações

As alterações feitas foram realizadas no trabalho que reenviei. O que acrescentei e não havia acrescentado foi o roteiro de avaliação 1 da plataforma para fixação dos conhecimentos adquiridos no meu programa de trabalho.

Impressões dos alunos

Os alunos ficaram um pouco embarreirados com a novidade de Língua Portuguesa, Matemática e Fisica trabalharem juntas, pois eles partem ainda do tradicionalismo, que o conhecimento é fracionado e não integrado.

As impressões que tive deles é que estes não serão mais os mesmos daqui por diante no que tange a aprendizagem do conhecimento integrado.

Proximo trabalho trasncreverei os depoimentos dos alunos para que vocês da plataforma vejam como direcionam o modo do professor fazer uma nova práxis.

PROJETO DE TRABALHO: NÚMEROS COMPLEXOS

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

MUNICIPIO: DUQUE DE CAXIAS

INSTITUIÇÃO: C.E.PROF.JOSÉ DE SOUZA HERDY

PERÍODO DE REALIZAÇAO: 20 DE AGOSTO A 30 DE AGOSTO

ÁREA DE ABRANGÊNCIA: ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO

MEDIO

INTRODUÇÃO

Consta-se uma grande dificuldade por parte dos alunos em solucionar questões onde os enunciados faz-se necessária leitura, interpretação e para finalizar, resolvê-las. Observa-se que os alunos chegam ao terceiro ano do ensino médio com deficiência de operacionalizar as quatro operações bem como a dificuldade em ler e interpretar questões de enunciados complexos para aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente sejam aplicados.

A proposta em questão para minimizar a essa dificuldade em ler e interpretar os enunciados, e assim trabalhar a solução para estes, já que o ensino dos números complexos incide em interpretação das questões além de conhecimentos matemáticos aprendidos em séries anteriores.

O que se propõe nesse trabalho é fazer uma inter-relação entre as áreas dos conhecimentos, no caso a Língua Portuguesa e a Matemática que no contexto é o da aprendizagem dos números complexos em face de demonstrar aos alunos que este conjunto significa o englobamento de outros conjuntos na operacionalização matemática.

OBJETIVOS:

- Levar o aluno a transferir o que aprendeu, mostrando, por exemplo, que sabe utilizar símbolos e cálculos matemáticos na solução de um problema.
- Desenvolver no aluno o processo de leitura e interpretação dos enunciados sobre questões sobre os números complexos com a finalidade de solução destes.
- Relacionar a área da Língua Portuguesa com a área da Matemática, pois a primeira faz-se intrínseca na solução de questões matemáticas.
- Diferenciar as várias formas de textos matemáticos para que o aluno ambiente-se em ler e interpretar para solução de questões.

DESENVOLVIMENTO

1ª aula: Leitura e interpretação de um texto. - 2 aulas de 50min.

Recurso: Utilização de um texto xerocado e dado a cada um dos alunos. Primeiro fazer uma leitura silenciosa, depois uma leitura em voz alta, em seguida conversar sobre o texto e discutir sobre se eles fossem os matemáticos daquela época que instrumentos ou ideias teriam para equacionar uma questão matemática cujo resultado fosse negativo. Abrir debate e após isso, o aluno iria responder as questões pertinentes do texto para avaliar se este entendeu o que foi lido e debatido.

Partindo do pressuposto que para solucionar uma questão corretamente o aluno tem que ter a habilidade de ler e compreender um texto para solucionar uma questão, o professor inicia a introdução dos números complexos com a história deste.

Texto:

Números Complexos (A história de $\sqrt{-1}$)

A história mostra a necessidade da invenção de novos números no progresso ordenado da civilização e na evolução da Matemática. A história de $\sqrt{-1}$, a unidade imaginária, e de $x + yi$, o número complexo, origina-se no desenvolvimento lógico da teoria algébrica.

Antigamente considerar a raiz quadrada de um número negativo invariavelmente provocava rejeição. Parecia óbvio que um número negativo não fosse quadrado, conclui-se daí que tais raízes quadradas não tinham nenhum significado. Esta atitude prevaleceu por muito tempo.

Talvez a mais antiga menção a uma raiz quadrada de um número negativo seja a expressão $\sqrt{81 - 144}$, que aparece na Stereometria, de Heron de Alexandria (50 d.C.); o próximo registro é a tentativa de Diofnto de resolver a equação $336 x^2 + 24 = 172 x$, cuja solução aparece à quantidade $\sqrt{1849 - 2016}$.

A primeira expressão clara de dificuldade com a raiz quadrada de um número negativo foi manifestada na Índia, por Mahavira, que escreveu: “Como a natureza das coisas, um negativo não é um quadrado, não admite raiz quadrada”.

Atribuiu-se a Cardamo o crédito de algum progresso ao introduzir números complexos na solução de uma equação cúbica, ainda que considerasse "fictícios". Também se credita a ele o uso da raiz quadrada de um número negativo ao resolver o problema: Dividir 10 em duas partes tais que o produto... "seja 40". De início Cardamo declarou impossível. Depois, no entanto, com espírito audaz, ele continuou e encontrou 5 + √ - 15 e 5 - √ - 15 e mostrou que estes números de fato têm soma 10 e produto 40.

Rafael Bomballi introduziu o nosso √-1. Albert Girard (16370 introduziram simbolismos tais com "-2"). René Descartes (1637) contribuiu com os termos de "real "e "imaginário". Leonard Euler (1748) usava i para √-1. Carl Frederic Gauss (1832) introduziu o termo "número complexo".

Com base na leitura realizada sobre a história de √-1, responda:

a) Qual a ideia principal do texto? (Apresentar informações sobre a história dos números complexos)

b) De acordo com o texto, que matemático utilizava a letra i para representar √-1? (Leonard Euler)

c) Cite algumas contribuições de Cadarmo para a evolução dos números complexos. (Foi o primeiro a utilizar a raiz quadrada de um número negativo para resolver um problema, escreveu sobre o cálculo como números imaginários...).

Depois da leitura, compreensão e resposta as questões, o professor abre uma discussão de como o aluno poderia resolver questões onde no momento surgissem raízes negativas e onde poderia ser usada no dia a dia deste. Neste momento o professor diz que este assunto se encontra nas áreas de engenharia, física e geometria.

3ª aula: Revisão de Conjuntos – Duração de dois tempos aula(50min)

Recursos: Quadro branco, régua e canetas coloridas para exposição das ideias do conteúdo Números Complexos fazendo a relação com conhecimentos já aprendidos por este.

Nesse momento o professor faz a representação destes conjuntos no quadro levando o aluno a pensar a diferenças destes na hora de ler um enunciado de um problema para solução desta.

Conjunto dos números naturais – N

0 1 2

Conjunto dos números inteiros – Z

-2 -1 0 1 2

Conjunto dos números racionais – Q

-2 -1 1/3 -1 -1/2 0 ½ 1 1 ½ 2

Conjunto dos números reais – R

-2 -√2 -1 -1/2 0 ½ 1 √2 2

Em seguida faz um diagrama envolvendo todos os conjuntos aprendidos e por ultimo os complexos.

Depois de uma breve revisão dos conjuntos o professor propõe uma questão para que o aluno resolva com base na leitura e interpretação do enunciado.

Ex: Para que valores de x a expressão abaixo está definida em R?

$X^2 + 9 = 0$?

Soluçao: $x^2 = -9$

$X = +/- \sqrt{-9}$

Pergunta-se: Há solução para questão no conjunto dos reais?

Levar o aluno a concluir e relembrar o que foi aprendido no 9º ano e no 1º ano do Ensino Médio que não existe resposta em R, mas que em outro conjunto denominado Complexos a solução existe.

Prossegue a explicação.

Obs.: No universo real, essa equação não há solução, pois não existe número real que elevado ao quadrado resulte em -9. Mas, se reconsiderarmos que a questão e colocarmos outro enunciado.

Para que valores de x a expressão definida abaixo há solução em C?

Nesse momento o professor de onde o aluno parou finaliza a equação demonstrando que existe um número i, não real, tal que $i^2 = -1$.

$X^2 = -9 \rightarrow x^2 = (-1).\ 9 \rightarrow x^2 = 9i^2 \rightarrow x = +\sqrt{9i^2}$ e $x = -\sqrt{9i^2}$

Como $(+/- 3i)^2 = 9\ i^2 = 9.\ (-1) = -9$, temos

Para o conjunto dos números complexos a solução

$S = \{3i, -3i\}$

Nesse momento explica-se que R é subconjunto de C.

Identificando o número complexo (a, 0) com número real a: $(a, 0) \leftrightarrow a$.

Ao fazer essa identificação, constata-se que R é subconjunto de C, ou seja, R c C.

As definições de adição e multiplicação e suas propriedades comportam-se para os números complexos da forma (a, 0) como se fosse reais a.

Ex: (1,0) identifica-se com o número real 1.

1) Resolva a equação $x^2 + 16 = 0$ em cada conjunto: (Nas questões abaixo trabalha-se C1, C2 e C3 da habilidade H36)

a) Números reais;

b) Números complexos.

2) A solução dada para equação $x^2 + 2x + 5 = 0$ no conjunto dos números complexos é dada por:

a) I, - i b) 2i, - 2i c) -1 + 2i d) 2 + i , 2 – i

3) Resolva as equações do 2º grau no universo dos números complexos:

A) $X^2 + 100 = 0$

B) $X^2 + 4X + 5 = 0$

C) $X^2 - 6x + 13 = 0$

<u>4ª Aula: Operações com os números complexos – 2 aulas de 50 min</u>

A Unidade Imaginária

Cria-se assim um nome e um símbolo para o número complexo (0,1). Ele será chamado de unidade imaginária e indicada por i.

Obs.: $i^2 = i \cdot i = (0,1).(0,1) = (0.0 – 1.1, 0.1 + 1.0) = (-1. 0) = -1$

$I^2 = -1$

Forma Algébrica

Um número complexo qualquer z = (a, b) pode ser escrito da seguinte maneira:

Z = (a,b) = (a + 0, b + 0) = (a,0) + (0,b) (I)

Como (0,b) = (b.0).(0.1) (II)

Pois (b.0).(0,1) = (b.) – 0.1, 1 +0 .0) = (0,b) temos:

Z= (a,b) = (a,0) + (0,b) = (a,0) + (b.0) . (0,1) → Z = a + bi

Então todo número complexo z = (a,b) pode ser escrito na forma:

$Z = a + bi$ (a €R, b € R e $i^2 = -1$

$Z = a \quad + \quad bi$

Re(z)=a Im(z) = b → parte imaginária

Parte real

Depois das demonstrações parte-se para explicação das operações com números complexos com as respctivas definições e demonstrações.

1) Adição e Subtração

Dados z1 a + bi e z2 = c + di

A soma de z1 + z2 é dada por:

Z1 + Z2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i

A diferença de z1 e z2 é dada por:

Z1 - z2 = (a + bi) – (c + d) = (a – c) + (b – d)i

2) Multiplicação: dados os complexos z1 = a + bi e z2 = c + di, o produto entre z1 e z2 é dado pela mesma regra de multiplicação de polinômios – propriedade distributiva.

(a + bi). (c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2. Como (i^2 = - 1), temos: ac + adi + cdi + bd(-1) → (ac – bd) + (adi + cdi)

3) Conjugado de C

Definimos como conjugado de um número complexo $z = a + bi$ o complexo $z = a – bi$

Dois números complexo conjugados têm, respectivamente, partes iguais e partes imaginárias simétricas.

4) Divisão: Obtemos o quociente de dois números complexos $z1 = a + bi$ e $z2 = c + di$ por:

$Z1 = \quad z1 . z2 \quad = \quad (a + bi) . (c – di) \quad = ac – adi + cdi – bdi^2$

$Z2 \quad z2 . z2 \quad (c + di) . (c – di) \quad c^2 - cdi + cdi – d^2i^2$

$= \ (ac + bd0 + (cb – ad)i$

$C^2 \ + d^2$

Aplicação dos conceitos dados:

Sejam $z1 = - 1 + 6i$ e $z2 = 3 – 2i$. Calcule:

a) $Z1 + z2 = (- 1 + 6i) + (3 – 2i) = 2 + 4i$

b) $Z1 - z2 = (- 1 + 6i) – (3 – 2i) = - 4 + 8i$ Obs: Retornar as operações de sinais.

c) $Z1 . z2 = (- 1 + 6i) . (3 – 2i) = -3 + 2i + 18i – 12i^2 =$

$= - 3 + 20i – 12 (-1) = -3 + 20i +12 = 9 + 20i$

Aplicação da divisão:

Calcule o quociente: $\frac{5 - 2i}{3 + 4i} = \frac{(5 - 2i) \cdot (3 - 4i)}{(3 + 4i)\ (3 - 4i)} =$

$= \frac{15 - 20i - 6i + 8i^2}{9 - 12i + 12i - 16i^2} = \frac{15 - 26i + 8(-1)}{9 - 16(-1)}$

$= \frac{23 - 26i}{25}$

Obs: Cada quesito é trabalhado de modo que o aluno acompanhe o processo, além de fazer uma revisão das regras de sinais no que tange as operações de subtração, multiplicação e divisão. Conhecimentos estes que terão que ser resgatado ao longo do processo de entendimento das operações nos complexos.

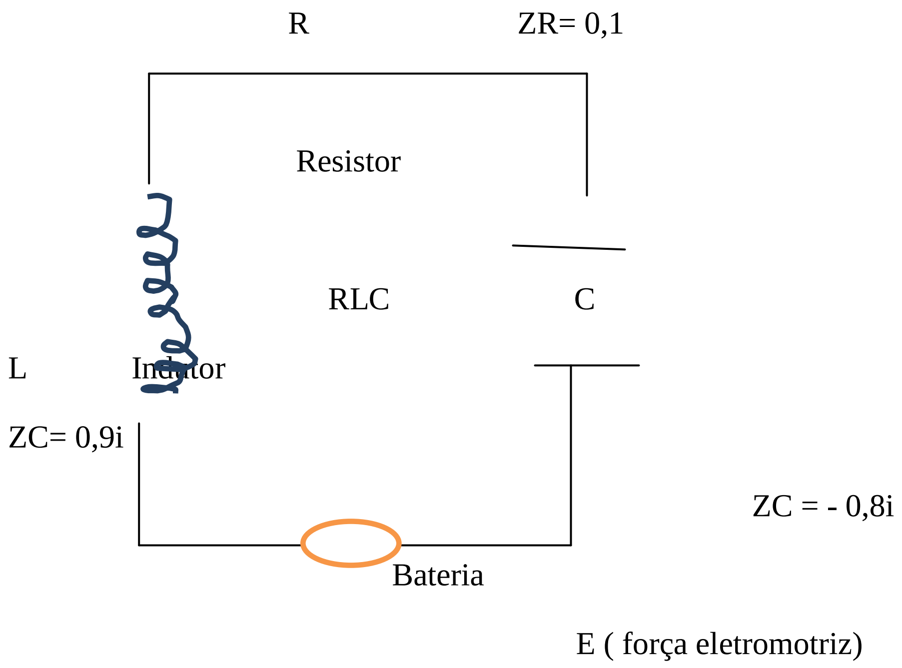
5ª aula – 2 tempos de 50 min

Uma questão postada no fórum para fazê-los lerem, interralacionarem com outra área afim.

Uma questão onde se pode mostrar para o aluno que a aprendizagem dos números complexos tem pertinência quando se trabalha de forma interdisciplinar.

Um circuito RLC contém um resistor, um indutor e um capacitor. A medida de resitência de um circuito RLC é chamada de impedância (Z) e é expressa por um número complexo.

Num circuito RLC em série, a impedância equivalente a (Zeq) é dada por: Zeq= ZR+ ZL + ZC. Ache Zeq no circuito RLC, em série, abaixo:



Solução onde pode-se colocar o quesito do H-36

Zeq = ZR + ZL + ZC $\rightarrow$ Zeq = 0,1 + 0,9i + (- 0,8i) $\rightarrow$ Zeq = 0,1+ 0,1i

Portanto: Zeq = 0,1 + 0,1i (Aqui se trabalha a Classe C1 da habilidade H36)

Exemplo 2 de questão contextualizada à Física, continuação da anterior.

2) Para um circuito RLC, a primeira lei de Ohm é dada por:

E = Zeq . I, sendo E a força eletromotriz, I a corrente elétrica e Zeq a impedância equivalente desse circuito.

Considerando o circuito RLC dado no exemplo anterior, determine a força eletromotriz E, em volts, quando I = 20 + 100i;

Resposta: Zeq = 0,1 + 0, 1i = 1/10 = 1/10 i

Para Zeq = 1/10 + 1/10 i e I = 20 + 100i =

E = Zeq .I = (1/10 + 1/10 i) . (20 + 100 i)=

= 20/10 + 100/10 i + 20/10 i + 100/ 10 i^2=

= 2 + 10i + 2i – 10 = - 8 + 12i

Portanto a força eletromotriz E, em volts, é: - 8 + 1

Nessa questão o aluno operacionaliza os sinais, além de relacionar os conhecimentos de matemática com os conhecimentos da física.

Exercícios para treinarem a leitura, interpretação e o cálculo:

1) Em sua origem histórica, os números complexos surgiram a partir da resolução de equações de .... grau.

a) Primeiro

b) Segundo

c) Terceiro

d) Quarto

Resposta correta: c

(As questões abaixo trabalham as classes C1,C2,C3 e C4 da habilidade H36)

2) Podemos afirmar que o conjunto dos números reais .... conjunto dos complexos. Assim, √5........... C, √5 ....R, - 8i€........

a) Está contido n; ϵ ;Ɇ; R; C

b) Contém o; ϵ; Ɇ; C; R

c) Contém o; ϵ; ϵ; R; C

d) Está contido no; ϵ; ϵ; R; C

Reposta correta: d

3) As soluções de $x^2 + 64 = 0$ são .... em R e .... em ....

a) 32 e -32; inexistentes; R

b) Inexistentes; 32 e -32; R

c) Inexistentes; 8i e – 8i; C

d) 8 e – 8; 8i e -8i; C

Resposta correta: c

4) Dados z = 20 17i e w = 9 + 20i, temos que .... é o resultado de z + w e .... é o resultado de z – w.

a) 29 + 3i; 11 + 37i

b) 29 – 3i; 11 – 37i

c) 29 + 3i; 11 + 37i

d) 29 + 3i; 11 – 37i

Resposta correta: d

5) Dados z = 2 – 3i e w = 1 + 2i, o resultado de $\frac{1}{Z \cdot w}$ é.......

a) 8 – 1/8

b) 8 – i/ 65

c) 8 + i/64

d) 8 + i/64

Resposta correta: b

OBSERVAÇÃO: AQUI NA REFORMULAÇÃO DO PROGRAMA DE TRABALHO UTILIZEI O ROTEIRO 1 SOBRE NÚMEROS COMPLEXOS COM O OBJETIVO DE FIXAÇÃO DOS CONTEÚDOS APREENDIDOS.

Em tempo: os alunos adoraram a abordagem do roteiro, pois eu baixei e xeroquei para eles realizarem as tarefas propostas na plataforma.

AVALIAÇÃO

A avaliação do aluno será feita durante todo momento desde o momento aberto para discussão do texto com finalidade de leitura e interpretação e como consequência levar o aluno a ler a questão para solucionar a situação-problema.

A avaliação será feita durante a aula quando for exposta a exposição da operacionalização dos números complexos como trata o distrator H 36 sobre operacionalização dos itens C1, C2, C3 e C4 e colocação de alguns exercícios com o intuito do aluno ler, interpretar e solucionar a questão. Além de expor exercícios de outra área do conhecimento como a Física para que o aluno transponha seu conhecimento matemático para solução de questões de resistores, capacitores, etc..

O aluno sempre será avaliado com mais de um instrumento de aferição de conhecimentos.

O objetivo do presente trabalho é aliar a leitura, interpretação de enunciados e solução destas, assim nosso aluno estará inter-relacionando conhecimentos nas áreas de conhecimentos sem que seja especificamente, a Matemática, a fazer ele ver sentindo na interdisciplinaridade de conhecimentos.

CONCLUSÃO

Ao colocar em prática esse plano de ação os alunos conseguiram compreender as operações dos números complexos baseados na leitura e interpretação de enunciados ou mesmo na demonstração passo a passo de como se operacionaliza os números complexos. Aliar a Língua Portuguesa para chamar a atenção dos alunos que sem uma leitura correta seria inviável a solução de uns problemas, não só trabalhou-se a interdisciplinaridade como ajudou o professor de Língua Portuguesa aliar seus conceitos para compreensão e construção de problemas.

A avaliação ficou mais fácil face ao entendimento que precisamos que às áreas de conhecimento se integralizem para que o produto final seja a aprendizagem de nossos alunos.

BIBLIOGRAFIA

BARROSO, Juliane Matsuba ett ali. **Conexões com a Matemática**. Ed. Moderna, SP.. Ano 2010, volume 3.

CURRICULO MINIMO: **MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO – 3º ANO** – 2012. SEEDUC

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Ed. Ática.SP. Ano 2011. Volume 3.

PAIVA, Manoel. **Matemática. Ed. Moderna**. SP, ano 2009. Volume 3

PCN, **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, Brasília, 1999.

NOVA ESCOLA: **DESAFIOS DO ENSINO MÉDIO** – EDIÇÃO ESPECIAL – Fundação Victor Civita. Nº 18 –Ano 2012.

REVISTA CÁLCULO. Ed Segmento. 2012, várias edições