Formação Continuada em Matemática.
CEDERJ.

Matemática–1ºano/E.Médio
2º bimestre/2013.

Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Tarefa 4
Aluna: Monique Andrade da Conceição
Grupo: 5
Tutor: LEZIETI CUBEIRO DA COSTA.

Ser professor é...
Construir castelos.
Não só castelos mágicos, belos e grandiosos.
Mas castelos fortes, com bases firmes.
Capazes de resistir ao tempo, às tempestades...
Às guerras e aos conflitos.

É ser capaz de enxergar longe.
Ver além do que se possa imaginar.
É sentir e esperar sempre...
Que tudo embora não seja perfeito.
Transforma-se em coisas belas,
Significantes e edificantes.

Ser professor é acalentar sonhos.
Realizar desejos, mostrar caminhos.
Partilhar alegrias...
Conviver com as tristezas.
Transformar planos em realidade.

É ver nas entrelinhas.
Buscar o que está lá no fundo guardado...
Trancado, acanhado e transformá-lo...
Em grandes conquistas e realizações.

O professor semeia e constrói um mundo...
De magia, beleza, sonhos e conhecimento

Introdução

O objetivo desse plano de trabalho é fazer com que o aluno aprenda as noções básicas sobre o triângulo retângulo, e suas relações métricas e trigonométricas.

O estudo da trigonometria é desafiador para alunos e professores. São necessárias operações variadas, produção e também o estudo de suas aplicações. O objetivo dessa aula é criar condições para que o aluno trabalhe com o triângulo retângulo e atinja um nível de entendimento adequado.

Um dos maiores problemas enfrentados hoje em sala é a dificuldade que o alunado tem em interpretar problemas, e junto a isso está ligado a falta de interesse em adquirir novos conhecimentos.

Para se ter um bom aproveitamento é necessário que se tenha o mínimo de conhecimento possível sobre os triângulo de modo em geral, pois ainda neste plano iremos estudar relações métricas em outros triângulos.

Desenvolvimento

Atividade 1- O Triângulo Retângulo.

Habilidade relacionada: Espaço e forma.

Pré-requisitos: Conceitos básicos de triângulo.

Tempo de duração: 2 tempos de 50 minutos cada

Recursos educacionais: Livro didático

Organização da turma: Individual

Objetivo: Definir relações métricas no triângulo retângulo.

Metodologia aplicada:

O triângulo é o polígono com menor número de lados, porém é muito importante para o estudo da geometria. Podemos classificar os triângulos de duas maneiras: d***e acordo com o número de lados***: escaleno (lados diferentes), isósceles (dois lados iguais) e equilátero: três lados iguais), e ***de acordo com os ângulos:*** retângulo (possui um ângulo reto - 90º), acutângulo (possui ângulos agudos – menores que 90º) e obtusângulo (possui um ângulo obtuso – maior que 90º).

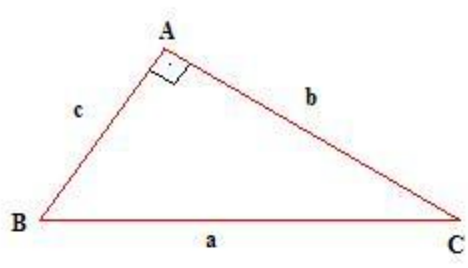
Neste bimestre nosso estudo será limitado, num primeiro momento, ao triângulo retângulo.

Faremos o estudo das relações entre as medidas dos lados do triângulo retângulo.

Composição

Todo triângulo retângulo é composto por dois catetos e uma hipotenusa. A hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo e está oposto ao ângulo reto.

Observe a figura abaixo.

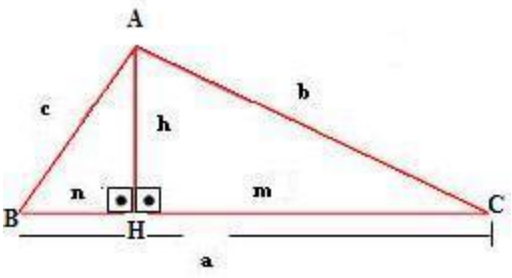


Temos que:

a → é a hipotenusa

b e c → são os catetos.

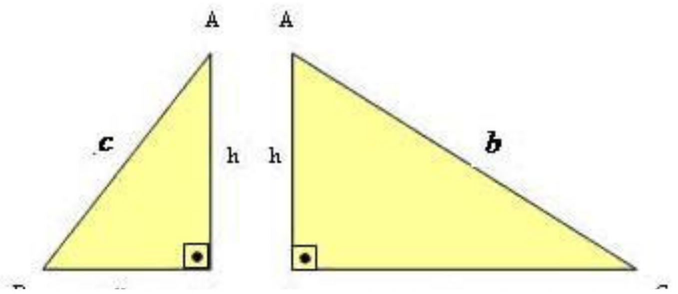
A perpendicular a BC, traçada por A, é a altura h, relativa à hipotenusa do triângulo.



BH = n e CH = m são as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Os ABC, ABH e AHC triângulos são semelhantes

$\Delta ABC \sim \Delta ABH \sim \Delta AHC$



Da semelhança de triângulos vem as seguintes relações:

$$\frac{c}{h} = \frac{b}{m} = \frac{a}{b}$$

Daí segue que:

b^2 = am e ah = bc

Temos, também, as seguintes relações:

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \rightarrow c^2 = an$$

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \rightarrow h^2 = mn$$

E a mais famosa das relações métricas no triângulo retângulo:

$a^2 = b^2 + c^2$ – O FAMOSO TEOREMA DE PITÁGORAS: Em todo triangulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos:

Observe que temos cinco relações métricas no triângulo retângulo:

$$\begin{cases} b^2 = am \\ c^2 = an \end{cases} \Rightarrow \text{O quadrado de cada cateto é igual ao produto da}$$

hipotenusa pela projeção do cateto correspondente :

$h^2 = m.n \Rightarrow$ O quadrado da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das projeções de cada cateto

$b.c = a.h \Rightarrow$ O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa a ela

$$\begin{cases} b.h = c.n \\ c.h = b.m \end{cases} \Rightarrow \text{O produto de um dos catetos pela altura é igual}$$

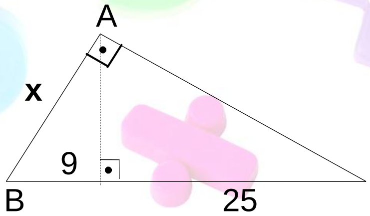
ao produto do outro cateto pela projeção do primeiro cateto sobre a hipotenusa

Todas elas são de grande utilidade na resolução de problemas que envolvem triângulos retângulos.

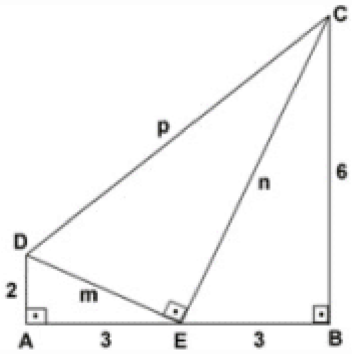
Exercícios

1) O valor de **x** no triângulo retângulo abaixo é:

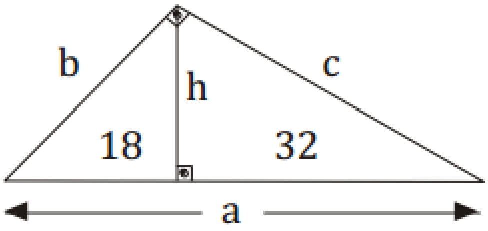
a) 10.
b) 12.
c) 15.
d) 18.



2) Considere a figura ao lado e determine:
a) a medida do lado m
b) a medida do lado n
c) a medida do lado p
d) o perímetro do trapézio ABCD



3) A soma dos números correspondentes às medidas a, b, c e h no triângulo da figura abaixo formam uma senha que abre o cofre do senhor Adamastor.

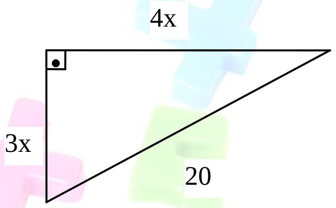


Qual a senha que abre o cofre do Adamastor?

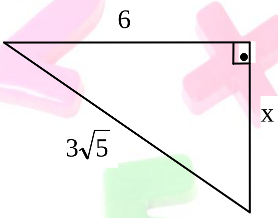
a) 124 b) 134 c) 174 d) 144 e) n.d.a

4) Utilizando o Teorema de Pitágoras, determine o valor de **x** nos triângulos retângulos:

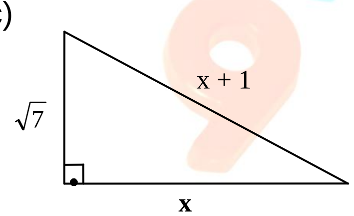
a)



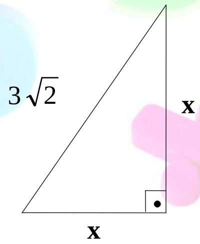
b)



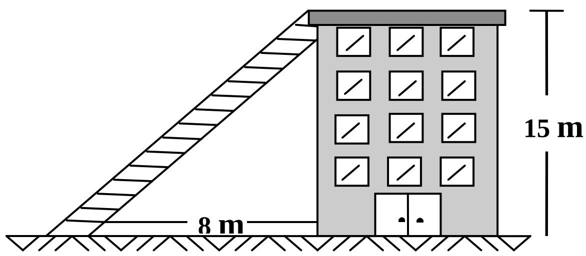
c)



d)



5) A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:



a) 12 m.
b) 30 m.
c) 15 m.
d) 17 m.
e) 20 m.

Atividade 2- Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

Habilidade relacionada: Espaço e Forma

Pré-requisitos: Conceitos básicos de triângulo.

Tempo de duração: 2 tempos de 50 minutos cada

Recursos educacionais: Livro didático

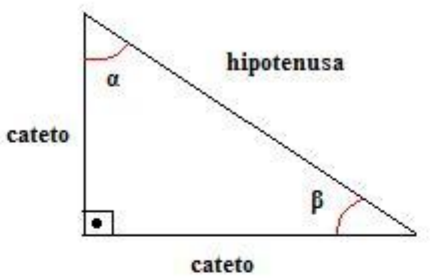
Organização da turma: Individual

Objetivo: Definir relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Metodologia aplicada:

A trigonometria é uma ferramenta matemática bastante utilizada no cálculo de distâncias envolvendo triângulos retângulos. Ela foi bem utilizada na antiguidade, afim de realizar cálculos ligados à astronomia, determinando a distância, quase que precisa, entre a Terra e os demais astros do sistema solar. E hoje é muito utilizada e para que você a utilize bem, teremos que entender algumas definições básicas.

Observe a figura abaixo que representa um triângulo retângulo.



Não esqueça que o maior lado, a hipotenusa, é sempre oposto ao ângulo de 90º e que os outros dois lados são chamados de catetos. Observe que em todo triângulo retângulo além do ângulo reto, temos também dois outros ângulos, que são agudos, α e β. Deixamos claro, também, que α e β são complementares, isto é, α + β=90º.

A trigonometria estabelece relações entre os ângulos agudos do triângulo retângulo e as medidas de seus lados. Vejamos quais são essas relações.

O seno de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

$$seno = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

O cosseno de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

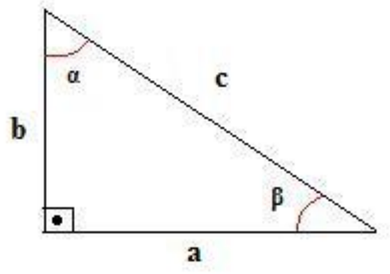
$$cosseno = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

A tangente de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

$$tangente = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

E para não esquecer...é só lembrar da palavra: SOHCAHTOA!!

Definidas as razões trigonométricas, obtemos as seguintes igualdades para o triângulo retângulo abaixo:



Para o ângulo α:

$$sen\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

$$tg\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} = \frac{a}{b}$$

Para o ângulo β:

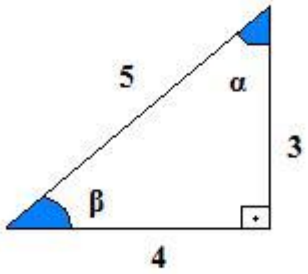
$$sen\ \beta = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

$$tg\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} = \frac{b}{a}$$

OBSERVAÇÃO: **O SENO DE α É IGUAL AO COSSENO DE β. E A TANGENTE DE UM É O INVERSO DA TANGENTE DO OUTRO!! ISSO OCORRE POR QUE α e β SÃO COMPLEMENTARES.**

Exemplo 1. Determine os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos agudos do triângulo abaixo.



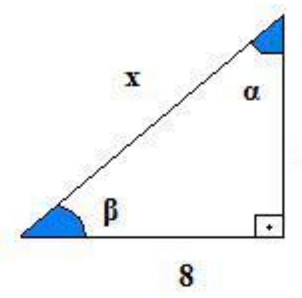
Solução: Temos que

$sen\ \alpha = \frac{4}{5}$ $sen\ \beta = \frac{3}{5}$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$ $\cos\beta = \frac{4}{5}$

$tg\ \alpha = \frac{4}{3}$ $tg\ \beta = \frac{3}{4}$

Exemplo 2. Sabendo que sen α =1/2 , determine o valor de x no triângulo retângulo abaixo:



Solução: A hipotenusa do triângulo é x e o lado com medida conhecida é o cateto oposto ao ângulo α. Assim, temos que:

$sen\ \alpha = \frac{8}{x}$

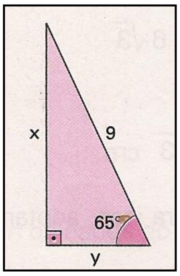
$\frac{1}{2} = \frac{8}{x}$

$x = 16$

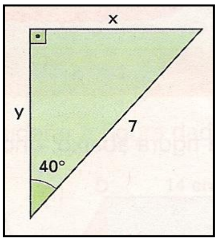
EXERCÍCIOS

1. No triângulo retângulo determine as medidas **x** e **y** indicadas.

(Use: sen65º = 0,91; cos65º = 0,42 e tg65º = 2,14)



2. Sabendo que sen40º = 0,64; cos40º = 0,77 e tg40º = 0,84 calcule as medidas **x** e **y** indicadas no triângulo retângulo.



Atividade 3- Ângulos Notáveis.

Habilidade relacionada: Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em um problema contextualizado ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°.

Pré-requisitos: Conceitos básicos de triângulo.

Tempo de duração: 2 tempos de 50 minutos cada

Recursos educacionais: Livro didático

Organização da turma: Individual

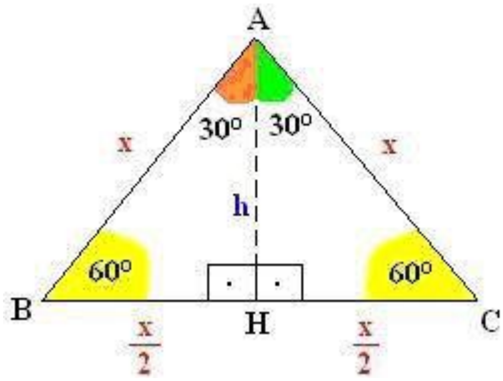
Objetivo: Definir razões trigonométricas nos ângulos notáveis.

Metodologia aplicada:

No triângulo retângulo, essas relações são constantemente trabalhadas e alguns ângulos presentes nesse tipo de triângulo são usados com maior freqüência, eles recebem o nome de ângulos notáveis e seus valores são de 30º, 45º e 60º.

Iremos demonstrar os valores de seno, cosseno e tangente desses ângulos usando: um triângulo equilátero e um quadrado,

Observe o triângulo equilátero (vale ressaltar que todos os ângulos são iguais a A, assim 3A=180º , logo A=60º) ABC de lado igual a x, é preciso calcular o valor da sua altura. Traçar sua altura é o mesmo que traçar a bissetriz do ângulo A e a mediatriz da base BC.



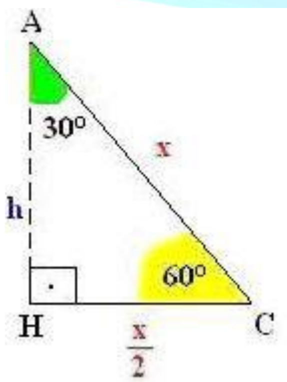
Para calcular a sua altura, basta aplicar o Teorema de Pitágoras no triângulo AHC:

$$x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2 \rightarrow x^2 = \frac{x^2}{4} + h^2 \rightarrow \frac{4x^2}{4} = \frac{x^2 + 4h^2}{4}$$

$$4h^2 = 4x^2 - x^2 \rightarrow 4h^2 = 3x^2 \rightarrow h^2 = \frac{3x^2}{4} \rightarrow \sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}}$$

$$h = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

Com o valor da altura em função de x e utilizando o triângulo retângulo AHC, podemos determinar as relações trigonométricas dos ângulos de 30° e de 60º no triângulo AHC.



$$sen60^{o} = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{2}}{x} \rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{2} * \frac{1}{x} \rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{2x}$$

$$seno60^{o} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$sen30^{o} = \frac{\frac{x}{2}}{x} \rightarrow \frac{x}{2} * \frac{1}{x} \rightarrow \frac{x}{2x}$$

$$seno30^{o} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 60^o = \frac{\frac{x}{2}}{x} \rightarrow \frac{x}{2} * \frac{1}{x} \rightarrow \frac{x}{2x}$$

$$cosseno 60^o = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^o = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{2}}{x} \rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{2} * \frac{1}{x}$$

$$cos\ seno 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg 30^o = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x\sqrt{3}}{2}} \rightarrow \frac{x}{2} * \frac{2}{x\sqrt{3}} \rightarrow \frac{2x}{2x\sqrt{3}} \rightarrow$$

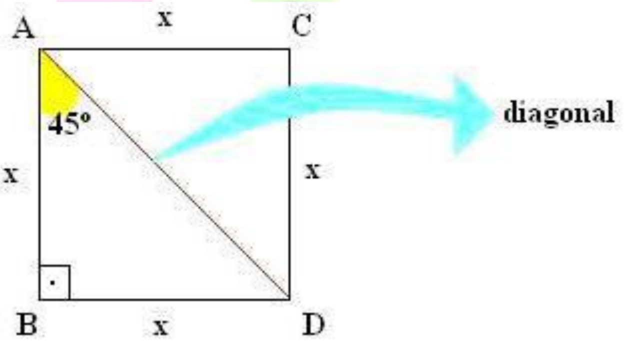
$$\frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$tg 60^o = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{2}}{\frac{x}{2}} \rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{2} * \frac{2}{x} \rightarrow \frac{2x\sqrt{3}}{2x}$$

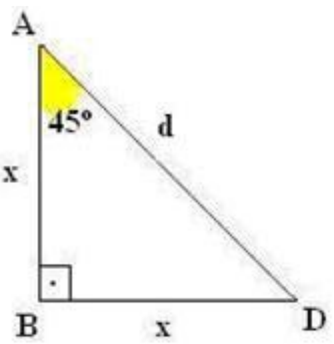
$$tg 60^o = \sqrt{3}$$

Para fazer a demonstração dos valores de 45º usaremos um quadrado de lado x e para isso traçaremos a diagonal do quadrado formando dois triângulos retângulos, a diagonal é uma bissetriz, ou seja, divide o ângulo de 90º em dois de 45º. Veja como:

Dado o quadrado ABCD de lado x e diagonal d.



Usando o Teorema de Pitágoras no triângulo ABD, descobriremos um valor para a diagonal (d) em função de x.



$$d^2 = x^2 + x^2$$
$$d^2 = 2x^2$$
$$\sqrt{d^2} = \sqrt{2x^2}$$
$$d = x\sqrt{2}$$

Assim, com o valor da diagonal é possível calcular o valor das relações trigonométricas do triângulo retângulo ABD com o ângulo de 45°.

$$sen 45^{o} = \frac{x}{x\sqrt{2}} \rightarrow x * \frac{1}{x\sqrt{2}} \rightarrow \frac{x}{x\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{x\sqrt{2}}{2x} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^{o} = \frac{x}{x\sqrt{2}} \rightarrow x * \frac{1}{x\sqrt{2}} \rightarrow \frac{x}{x\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{x\sqrt{2}}{2x} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Assim teremos:

	30º	45º	60º
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Para lembrar temos até uma musiqueta.

Na primeira linha coloca 30º,45º e 60º
Na primeira coluna: seno, cosseno e tangente...
Não podemos esquecer que essa ordem é conseqüente...
E vamos lá:
Acompanha o seno: 1, 2, 3
E agora o cosseno: 3,2,1
Todo mundo sobre 2, põe raiz em quem não é 1.
E pra tangente é diferente, vou mostrar para você
Cante: raiz de três sobre três, um, raiz de três!!!

Atividade 4- Problemas

Habilidade relacionada: **H12-** Calcular um dos lados de um triângulo retângulo em um problema contextualizado ou não, com o auxílio do seno, cosseno ou tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°. Caso a resposta seja numérica, devem ser dados o seno, o cosseno e a tangente do ângulo correspondente.

Pré-requisitos: Atividades anteriores

Tempo de duração: 4 tempos de 50 minutos cada

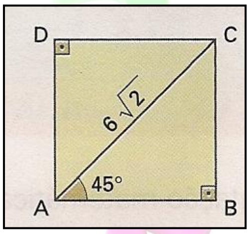
Recursos educacionais: lista de exercícios

Organização da turma: dupla

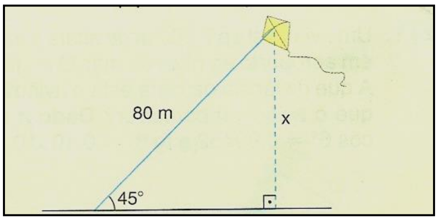
Objetivo: aplicação dos conteúdos da atividades.

Metodologia aplicada:

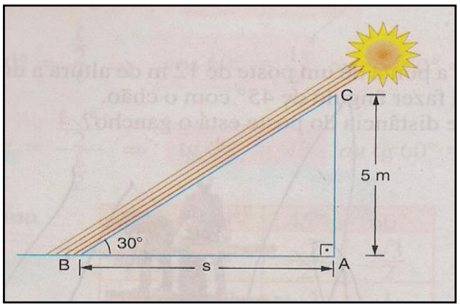
A diagonal de um quadrado mede $6\sqrt{2}$ cm, conforme nos mostra a figura.
Nessas condições, qual é o perímetro desse quadrado?



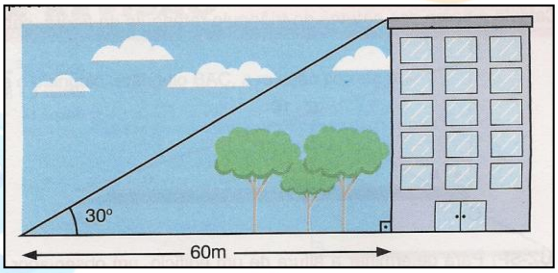
Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de 45º com o solo. O comprimento do fio é 80m. Determine a altura da pipa em relação ao solo. Dado $\sqrt{2}$ = 1,41



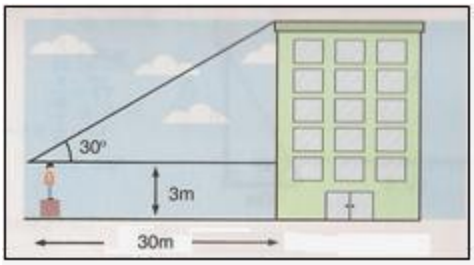
Qual é o comprimento da sombra de uma árvore de 5 m de altura quando o sol está 30º acima do horizonte? Dado $\sqrt{3} = 1{,}73$



Determine a altura do prédio da figura seguinte:



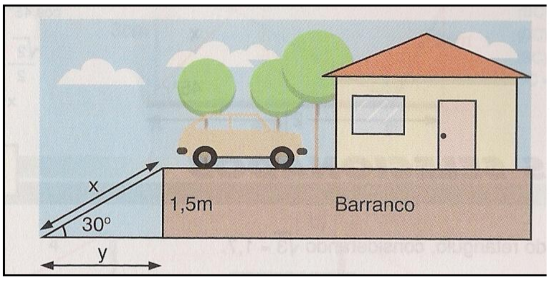
Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30º, conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal. Dado $\sqrt{3} = 1{,}73$



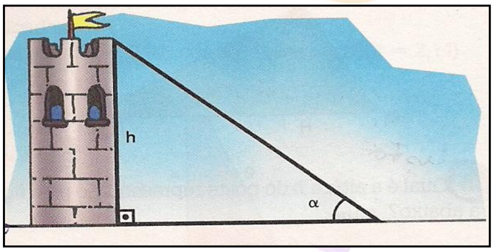
Observe a figura e determine:

a) Qual é o comprimento da rampa?

b) Qual é a distância do inicio da rampa ao barranco?



A uma distância de 40m, uma torre é vista sob um ângulo α , como mostra a figura. Determine a altura h da torre se α = 30º.



Em um triângulo ABC, retângulo em **A**, o ângulo **B** mede 60º e a hipotenusa mede 5cm. Determine as medidas dos catetos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ desse triângulo.

Atividade 5- Leis do Seno e Cosseno

Habilidade relacionada: **H13 -** Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos.
C1 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos senos.
C2 - Propor situações contextualizadas, envolvendo um triângulo qualquer, que recaiam na aplicação da lei dos cossenos.

Pré-requisitos: Triângulos quaisquer

Tempo de duração: 2 tempos de 50 minutos cada

Recursos educacionais: lista de exercícios

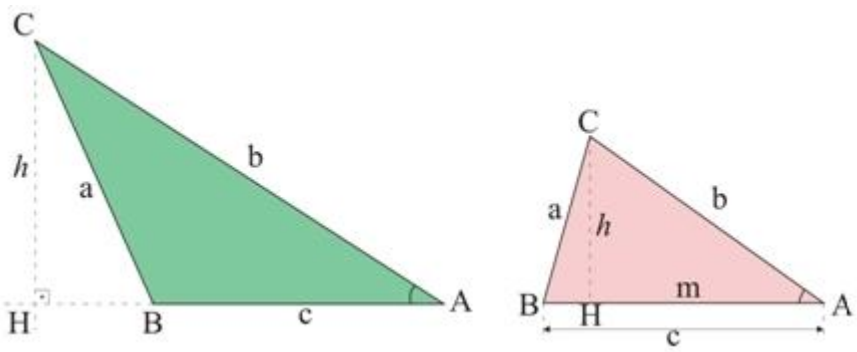
Organização da turma: individual

Objetivo: Aplicar razões trigonométricas em qualquer triângulo.

Metodologia aplicada:

Lei dos Cossenos

Considere um triângulo ABC qualquer de lados a, b e c:



Para esses triângulos podemos escrever:

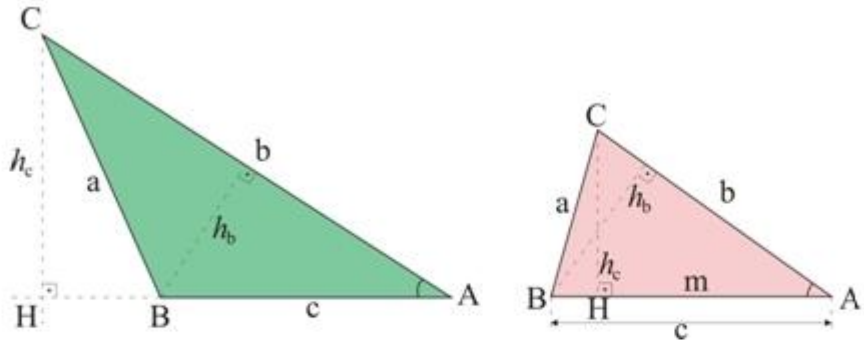
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b.c.\cos\hat{A}$$

Em qualquer triângulo quando um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois, menos duas vezes o produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo formado por eles.

Lei dos Senos

A lei dos senos estabelece a relação entra a mediada de um lado e o seno do ângulo oposto a esse lado. Para um triângulo ABC de lados a, b, c, podemos escrever.

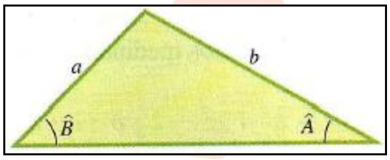
$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}}$$



A **lei dos senos** determina que a razão entre a medida de um lado e o seno do ângulo oposto é constante em um mesmo triângulo.

EXERCÍCIOS

1. No triângulo, $a = 5\sqrt{2}cm$ e os ângulos indicados valem A = 30º e B = 45º. Calcule b.

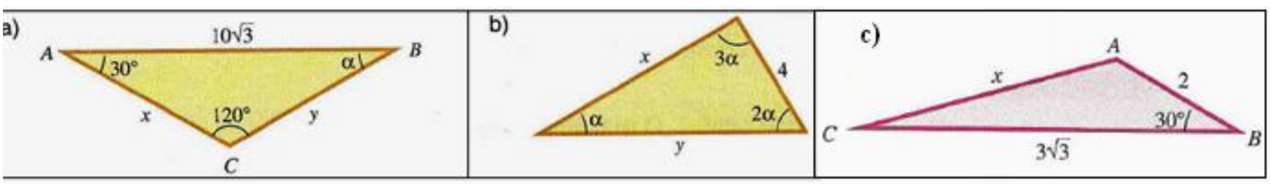


SOLUÇÃO: BASTA APLICAR A LEI DOS SENOS:

$$\frac{5\sqrt{2}}{sen30^o} = \frac{b}{sen45^o}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{1/2} = \frac{b}{\sqrt{2}/2} \Rightarrow 5.2 = b \Rightarrow b = 10cm$$

2. Calcule os valores de **x**, **y** e **α** (quando aparecem) em cada triângulo:



SOLUÇÃO ITEM C- USANDO LEI DOS COSSENOS

$$x^2 = 2^2 + (3\sqrt{3})^2 - 2.2.3\sqrt{3}.\cos 30^\circ$$

$$x^2 = 4 + 9.3 - 12.(1/2)$$

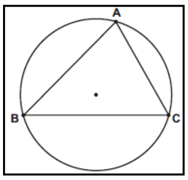
$$x^2 = 4 + 27 - 6$$

$$x^2 = 25$$

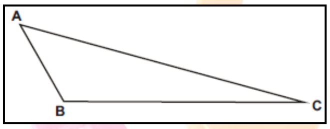
$$x = 5$$

4. Um triângulo ABC possui ângulos B e C medindo, respectivamente, 45º e 30º. Determine a medida do lado AB, sabendo que a medida de AC é 8cm.

5. Na figura mostrada, os ângulos A e B medem, respectivamente, 75º e 45º. O raio da circunferência circunscrita ao triângulo ABC mede 6cm. Determine as medidas dos lados AB e AC.



6. Na figura, os ângulos A e C medem, respectivamente, 45º e 15º. Sabendo que BC = 12 cm, determine a medida do lado AC e o raio da circunferência circunscrita ao triângulo ABC.



7. Um triângulo ABC tem lados AB e BC que medem, respectivamente, 5 cm e 7 cm. Determine a medida do lado AC, sabendo que o ângulo B mede 60º.

8. Um triângulo ABC tem lados AB e BC que medem, respectivamente, 6 cm e 8 cm. Determine a medida do lado AC, sabendo que o ângulo B mede 120º.

9. Dado um triângulo de lados 5 cm, 7 cm e 8 cm, determine o valor do cosseno e do seno do menor ângulo interno desse triângulo.

10. Um triângulo ABC tem lados AB, AC e BC que medem, respectivamente, 5 cm, 10 cm e 9 cm. Determine a medida da mediana relativa ao lado AC.

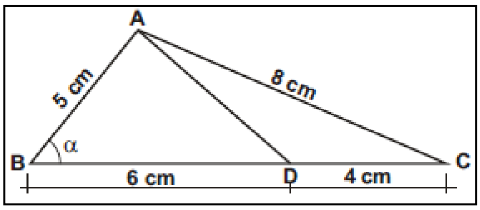
11. Determine o raio da circunferência circunscrita ao triângulo de lados que medem 4 cm, 5 cm e 6 cm.

12. Dado um triângulo de lados 4 cm, 5 cm e 6 cm, determine a altura desse triângulo relativa ao maior lado.

13. Na figura mostrada, determine:

a) o cosseno do ângulo a.

b) a medida do segmento AD.



14. Um navio, deslocando-se em linha reta, visa um farol e obtém a leitura de 30º para o ângulo formado entre a sua trajetória e a linha de visada do farol. Após navegar 20 milhas, através de uma nova visada ao farol, obtém a leitura de 75º. Determine a distância entre o farol e o navio no instante em que fez a 2ª leitura.
(Use $\sqrt{2} \cong 1{,}4$).

AVALIAÇÃO

Esta poderá ocorrer de pelo menos três modos:

Durante as aulas, resolver as atividades propostas nesse plano de trabalho.

Propor um trabalho em equipe, onde eles deverão criar um problema (mesmo que simples) sobre trigonometria no triângulo retângulo, utilizando o livro didático como apoio. Criada a questão, cada equipe passará para a turma a questão elaborada e todos deverão tentar fazê-la. Avaliar a participação de cada equipe no diz respeito as questões dos outro amigos. (100 minutos)

Avaliação por meio de teste.

Esse plano de trabalho foi preparado para as turmas 1001 e 1002 do Colégio Estadual Walter Orlandini, SG.

Bibliografia

ROTEIROS DE AÇÃO – Trigonometria no triângulo Retângulo – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre.

Matemática (Ensino Médio) I.Iezzi, Gelson. II.Dolce, Osvaldo.III Degenszajn, David. IV.Périgo, Roberto. 4ª Edição – São Paulo: Atual, 2007.

www.somatematica.com.br

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua produção ou a sua construção. Quem ensina, aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”.

Paulo Freire