Avaliação da execução do Plano de Trabalho 2 – 3º ano

Por: Sueli da Silva Monteiro Martins

Apliquei neste bimestre o PT2 nas turmas 3001 e 3002, 3º ano do Ensino Médio no C E Gustavo Barroso, Belford Roxo – RJ.

Quando planejei o PT procurei escolher atividades condizentes com a realidade da turma e com o tempo disponível.

O PT foi aplicado sem alterações e dentro do tempo previsto, dando tempo, inclusive, para correção dos exercícios propostos. Como os recursos usados foram papel quadriculado e Xerox, não tive problema estrutural.

Os alunos, de maneira geral, apreciaram a proposta de ensino, participando com interesse das atividades e discutindo em grupo e ou auxiliando os colegas com dificuldades de compreensão. As correções também foram feitas com constante ida de alunos ao quadro.

Ao fazer uma aula de revisão antes da avaliação, observei alguns alunos ajudando os colegas e resolvendo as questões representando os pontos no plano para explicar como se chega à fórmula. Atos assim mostram que os objetivos foram alcançados e que os conhecimentos estão sendo compartilhados. O resultado das avaliações foi satisfatório, mas o resultado do Saerjinho foi regular. Apenas 30% dos 90 alunos aceraram 13 ou mais questões de Matemática.

Talvez por eu ter dito que o PT era um trabalho que seria apresentado aqui no curso, todos quiseram aparecer e participaram com interesse, logo esse foi um ponto positivo. Diria que um ponto negativo foi quando mostrei que poderíamos determinar a equação da reta usando determinantes e eles perguntaram por que não disse logo, já que os alunos gostaram muito de estudar determinantes. Mas logo perceberam que agora tinham duas opções e isso se transformou em mais um ponto positivo.

Um ponto negativo é a dificuldade em operações com sinais negativos e a dificuldade em justificar as soluções encontradas.

Para neutralizar ou diminuir esses pontos negativos precisamos propor aos alunos mais atividades que os estimulem a pensar e justificar mais.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: Colégio Estadual Gustavo Barroso
PROFESSOR: Sueli da Silva Monteiro Martins
MATRÍCULA: 0290233-6
SÉRIE: 3º ano do Ensino Médio
TUTOR: Leandro Mendonça do Nascimento

GEOMETRIA ANALÍTICA

Por

Sueli da Silva Monteiro Martins

suelismmartins@hotmail.com

Rio de Janeiro, 01 de outubro de 2012

INTRODUÇÃO

A Geometria Analítica é a área da Matemática que funde, num único método, a Geometria plana, a Álgebra e a Aritmética. Esse método consiste em associar números a pontos de um plano e equações a figuras geométricas, tendo aplicações em diversas áreas como Engenharia e Arquitetura, por exemplo.

Nesse Plano de Trabalho (PT) propõe-se o estudo de Distância entre dois pontos no plano e Equação da reta.

Pretende-se que o aluno faça sua própria dedução das fórmulas, fazendo análise de uma situação problema e seguindo o Roteiro de Ação 2, sugerido no curso de formação continuada do Projeto SEEDUC.

O estudo de Geometria Analítica vai além desses dois temas, mas o PT tem como objetivo introduzir o assunto e convidar o aluno a se aprofundar nesse estudo.

DESENVOLVIMENTO

O Plano de Trabalho tem duração prevista de 400 minutos (8 aulas de 50 minutos) e está dividido em duas etapas:

1ª – Distância entre dois pontos (200 minutos)

2ª – Equação da Reta (200 minutos)

Aula 1

Calculando a distância entre dois pontos

Duração prevista: 200 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Analítica - Distância entre dois pontos.

Objetivos: Determinar a equação que permite calcular a distância entre dois pontos, conhecendo as suas coordenadas.

Pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas; Teorema de Pitágoras; módulo de um número real.

Material necessário: Folha de atividade, régua, caneta e papel quadriculado.

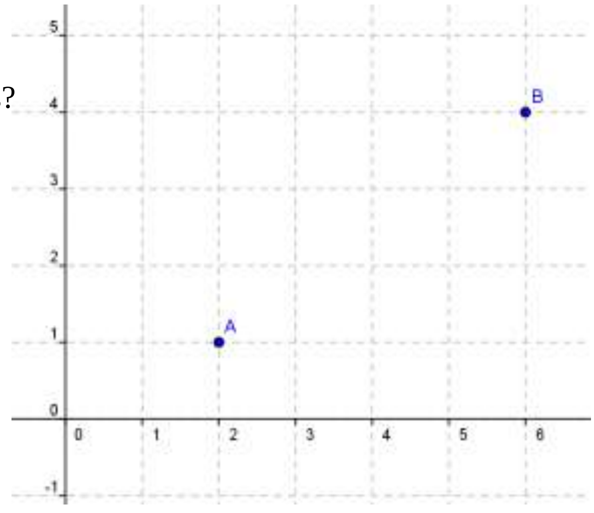
Organização da classe: Turma organizada em duplas ou em grupo de três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

Descritor associado:

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Atividade 1

Duas fazendas A e B estão localizadas próximas a duas rodovias (X e Y) que se cortam perpendicularmente. O engenheiro querendo construir uma estrada ligando as duas fazendas localizou-as no plano abaixo:



a) Qual a menor distância entre as duas fazendas?

b) Calcule essa distância que corresponde ao comprimento da estrada.

Solução:

Os pontos são A (2, 1) e B (6, 4)

Partindo dos pontos do plano, espera-se que os alunos associem ao triângulo retângulo e resolvam a questão. Depois é só substituir os valores por x_A, x_B, y_A, y_B e generalizar.

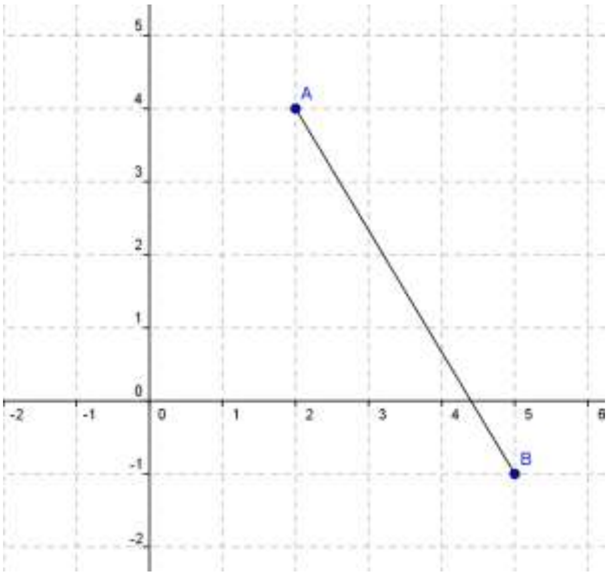
Generalizando

A (x_1, y_1) B (x_2, y_2)

$(d_{AB})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \Rightarrow d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Exemplos:

1- Determine a distância entre os pontos P (2, 4) e Q (5, -1):



$d_{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-4)^2}$

$d_{AB} = \sqrt{3^2 + (-5)^2}$

$d_{AB} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$d_{AB} = \sqrt{34}$

2- Determine o ponto P Pertencente ao eixo Ox que dista 5 unidades do ponto Q (6, 3):

Solução

Todo ponto do eixo Ox possui ordenada (Y) zero, logo P (x, 0)

Como $d_{PQ} = 5$. Temos   P (x, 0) e Q (6, 3)

$\sqrt{(6-x)^2 + (3-0)^2} = 5$

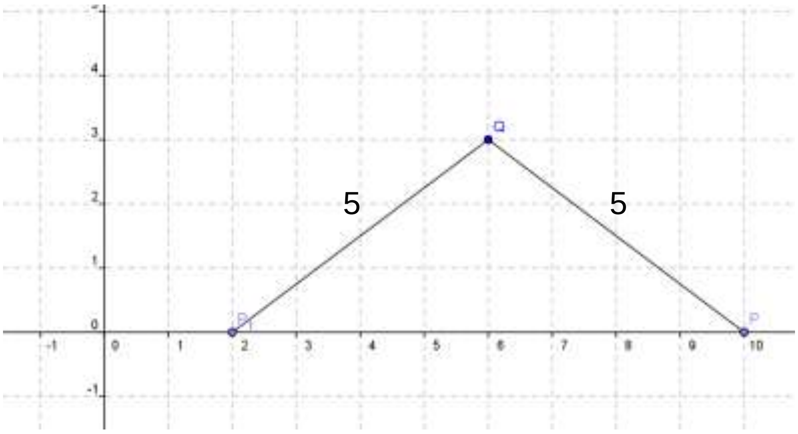
Elevando os dois membros ao quadrado, temos

$(\sqrt{(6-x)^2 + (3-0)^2})^2 = 5^2$

$(6 - x)^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow - x^2 + 12x - 20 = 0$

Resolvendo a equação do 2º grau, obtemos x = 2 e x = 10. Assim existem dois pontos P(x, 0) que satisfazem a condição do enunciado: P (2, 0) e P (10, 0)

Graficamente temos:



Exercícios propostos:

1- Um paisagista ao projetar um jardim usando um programa de computador, usa os lados do terreno, que tem formato retangular, como eixos do plano cartesiano. Ele pretende colocar duas estátuas: a 1ª no ponto A (2,2) e a segunda no ponto B (10,8) Calcule a menor distância entre as duas estátuas.

A) 4 m B) 10 m C) $2\sqrt{61}$ m D) $\sqrt{28}$

2- O ponto A (2,6) dista 10 unidades de um ponto G do eixo das abscissas. Determine a localização do ponto P no plano cartesiano.

3- Sejam os pontos A (2, 5). B (10, –1) e C (9, –2), calcule o perímetro do triângulo ABC.

Trabalho individual (1 ponto)

1- Dados os pontos

A (2, 6), B (4, 14), C (-3, 5), D (1, -1), E (-1, 3) e F (- 2,3)

a) Represente no plano (papel quadriculado)

b) Determine a distância de $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$,

c) Determine o perímetro do triângulo ABC

2- Determine o valor de m nos seguintes casos:

a) D (18, 7), F (18, m) $d_{DF} = 13$

b) G (m, m+8), H (-14, 8) e $d_{GH} = 26$

Aula 2

Roteiro de Ação 2

Encontrando a Equação de uma Reta

Duração prevista: 200 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Cálculo do coeficiente angular de uma reta conhecendo dois pontos e a equação de uma reta.

Objetivos: Relembrar os conceitos sobre o ângulo de inclinação definido por uma reta. Compreender o conceito de coeficiente angular de uma reta. Perceber que, para o cálculo do coeficiente angular e a equação de uma reta é necessário e suficiente, conhecer as coordenadas de dois pontos dessa reta.

Pré-requisitos: Identificar um ponto no plano, através das suas coordenadas. Desenhar uma reta definida por dois pontos. Conhecer e identificar o ângulo de inclinação de uma reta. Conhecer a definição da razão trigonométrica tangente. Identificar e saber calcular esta razão em triângulos retângulos.

Material necessário: Folha de atividade, régua, caneta, papel quadriculado, transferidor, régua de 30 cm e calculadora científica.

Organização da classe: Turma organizada em grupos de dois ou três alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.

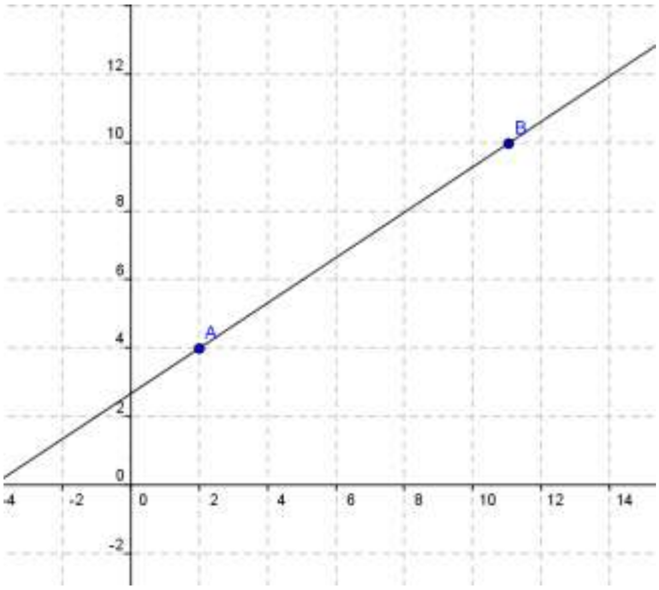
Descritores associados:

H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Atividade 1

Calculando o Coeficiente Angular

1. Fazendo uso de um papel quadriculado, com os eixos coordenados desenhados na parte central e utilizando como unidade de medida o tamanho da malha retangular do papel (como é visto na figura 1), marque os pontos A(2,4) e B(11,10). Em seguida, usando uma régua e uma caneta, faça o desenho de uma reta definida por estes dois pontos.



O professor deve fazer perguntas relembrando aos alunos o estudo de função do 1º grau.

a- Quem lembra a função que determina a reta? (Função do 1º grau)

b) Qual a forma algébrica dessa função? (y = ax + b)

c) O que determina na função a inclinação da reta (se é crescente ou decrescente)? (O valor de a)

Como sabemos **a** (ou **m,** como usaremos aqui) é o coeficiente angular da função.

Dados A (x_A, y_a) e B (x_B, y_B), denominamos o coeficiente angular da reta definida por estes dois pontos, a seguinte expressão:

$$M = \frac{y_b - y_A}{x_B - x_A}$$

2- Calcule o coeficiente angular m da reta definida pelos pontos A(2,4) e B(11,10) e registre o resultado a seguir.

____

____

3- Utilizando o mesmo papel quadriculado do item 1, marque os pontos C(5,6), D (-4,0) e E (-10,-4).

4. Os pontos C, D e E, do item 3, se encontram na reta desenhada?

5- Calcule o coeficiente angular das retas definidas pelos pares de pontos indicados no item 3 e complete a Tabela1, a seguir:

Pares de Pontos	Coeficiente Angular
Pontos C e D	$m_1 = \dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{[\ ]-[\ ]}{[\ ]-[\ ]} = [\ ]$
Pontos D e E	$m_2 = \dfrac{y_E - y_D}{x_E - x_D} = \dfrac{[\ ]-[\ ]}{[\ ]-[\ ]} = [\ ]$
Pontos C e E	$m_3 = \dfrac{y_E - y_C}{x_E - x_C} = \dfrac{[\ ]-[\ ]}{[\ ]-[\ ]} = [\ ]$

Tabela 1

6. Observando todos os resultados obtidos, responda as seguintes perguntas:

a) Uma reta pode ter mais de um coeficiente angular? Justifique sua resposta.

b) O valor do coeficiente angular de uma reta independe dos pontos encolhidos sobre ela? Justifique sua resposta.

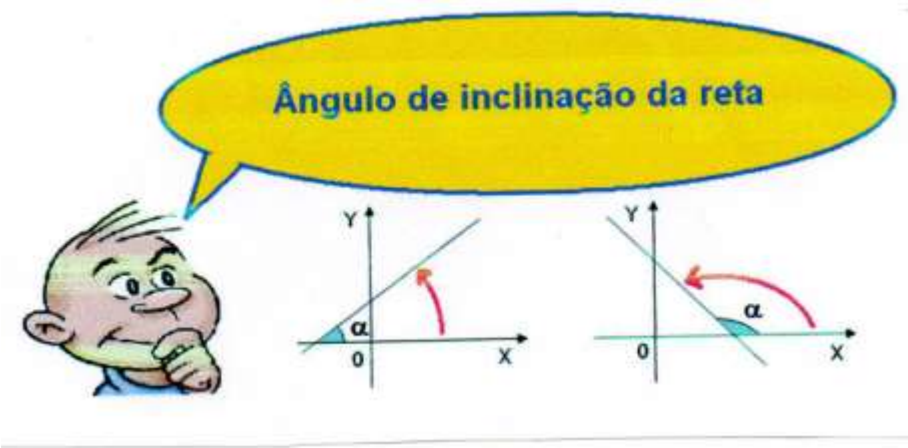
7. Considerando as conclusões obtidas no item anterior, determine o valor de b, para que o ponto H(-1, b) se encontre na mesma reta definida pelos pontos A e B, dos itens anteriores.

(Sugestão: Determine a expressão que calcula o coeficiente angular, usando os pontos A e H ou os pontos B e H. Em seguida, iguale esta expressão ao coeficiente angular esperado).

9. Verifique se o seu resultado encontrado algebricamente é, de fato, correto, localizando o ponto H no gráfico da reta.

Atividade 2

Relacionando o Coeficiente angular com o ângulo de inclinação



1. Com ajuda de um transferidor, faça a medida do ângulo de inclinação da reta desenhada na atividade anterior. Anote o resultado.

2. Compare o valor da tangente do ângulo de inclinação com o coeficiente angular, usando no máximo duas casas decimais. Desconsiderando as pequenas diferenças em consequência das aproximações, existe alguma relação entre estes valores? Justifique sua resposta.

3. Usando o mesmo papel quadriculado dos itens anteriores, escolha e marque outros dois pontos quaisquer, os quais devem definir uma reta com ângulo de inclinação maior do que 90º

4. A seguir, determine o ângulo de inclinação desta nova reta e calcule depois a sua tangente. Anote o ângulo e o valor de sua tangente a seguir.

____

____

5. Calcule o valor do coeficiente angular definido por estes dois pontos e compare-o com o valor obtido no item 4. Comente com seus colegas, confirme suas conclusões e registre-as a seguir..

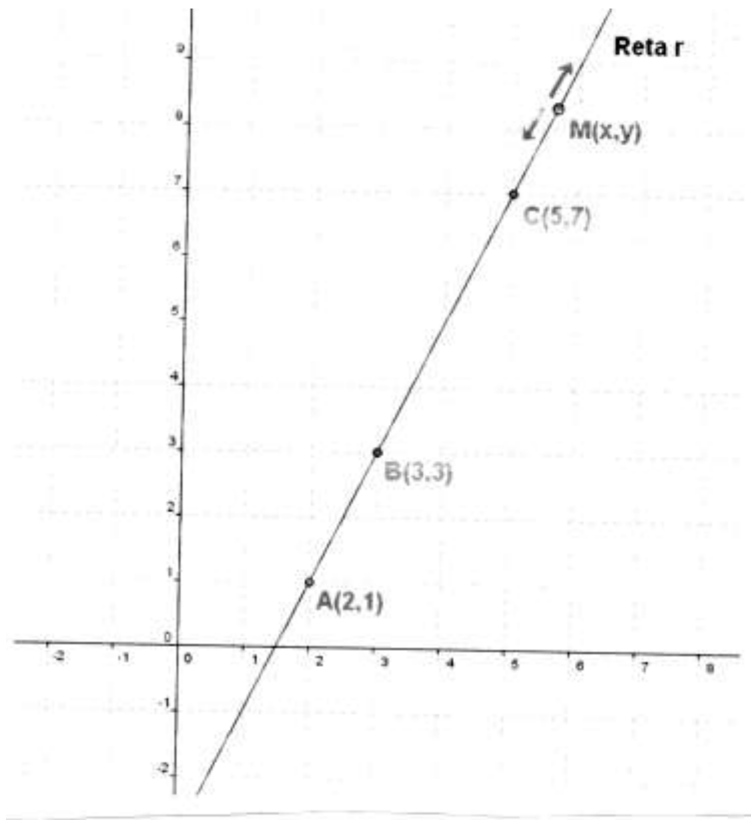
____

____

Atividade 3

Descobrindo a equação da Reta

Considere a reta r, mostrada na figura abaixo.



1. Determine o coeficiente angular m da reta r e verifique a sua igualdade, completando a Tabela 2 com as expressões correspondentes.

Pontos A e B	$m_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $\frac{3-1}{3-2}$ $\frac{2}{1} = 2$
Pontos A e C	$m_2 = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$ $\frac{[\ ]-[\ ]}{[\ ]-[\ ]} = [\ ]$
Pontos B e C	$m_3 = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C}$ $\frac{[\ ]-[\ ]}{[\ ]-[\ ]} = [\ ]$

Tabela 2

2. Tomando os pontos A e M, determine a expressão que permite calcular o coeficiente angular da reta r. Observe que a sua equação deve apresentar as variáveis x, y e m.

3. O valor do coeficiente angular m, na equação do item 2, pode ser substituído pelo valor 2? Comente com seus colegas e justifique a sua resposta.

4. Após ter substituído a expressão m pelo valor 2, a equação encontrada é válida para qualquer ponto (x,y) na reta? E no ponto A, ela também é válida? Discuta com seus colegas e justifique a sua resposta.

5. Se fizermos agora, uma pequena manipulação algébrica, para eliminar o denominador, isto é, $\frac{y-1}{x-2}=2$ que implica em (y - 1) = 2. (x - 2) = 2x - 4.

De onde segue   y = 2x - 3.

Esta nova equação será válida para qualquer ponto (x,y) na reta? Comente com os seus colegas e justifique a sua resposta.

____

____

6. Verifique se os pontos A, B, e C pertencem à reta r, isto é, substitua as coordenadas dos pontos na equação y = 2x - 3.

Veja um exemplo:

Verificando se o ponto C(5,7) pertence à reta:

Considerando x = 5 e substituindo na equação, temos y= 2(5) - 3 = 7. Logo, o ponto C(5,7) pertence à reta, pois as suas coordenadas satisfazem a equação.

____

____

____

____

7. Para finalizar, proceda de forma análoga ao item 2, ou seja, utilize um ponto genérico que chamamos de M e o ponto B, determinando uma expressão que permite calcular o coeficiente angular da reta r. Com isto, obtenha novamente uma equação com variáveis x, y e m. Faça as manipulações algébricas necessárias para eliminar o denominador. Registre a equação encontrada a seguir.

____

____

8. Que relação existe entre as equações encontradas? Comente com seus colegas e registre suas conclusões.

____

____

____

Concluindo

Dado um ponto de P (x_0, y_0) uma reta r e o seu coeficiente angular m, ao considerar um ponto qualquer M(x,y) da mesma reta, chegaremos à seguinte expressão:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m \quad \Rightarrow \quad \boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$$

Esta equação é denominada a equação da reta r.

Caso sejam fornecidos dois pontos da reta, primeiro devemos calcular o coeficiente angular e posteriormente usar a equação acima utilizando qualquer um dos pontos.

9- Para fechar a nossa atividade, vamos testar os conhecimentos adquiridos. Considere a reta r definida pelos pontos A(1,4) e B(2,1).

a) Encontre o coeficiente angular da reta r.

____

____

b) Determine a equação da reta r.

____

____

Atividade 4

Exercícios de fixação (Livro do aluno- Paiva V 3)

25 Obtenha uma equação da reta que passa pelo ponto P e tem coeficiente angular m em cada um dos seguintes casos:

a) $P(6, 3)$ e $m = 2$

b) $P(4, -5)$ e $m = 1$

c) $P(0, 0)$ e $m = 8$

d) $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ e $m = -\frac{5}{6}$

26 (Unifor-CE) Uma reta do plano cartesiano passa pelo ponto $A(2, -5)$ e tem 135° de inclinação. Essa reta é representada pela equação:

a) $2x + y + 1 = 0$

b) $2x - y - 9 = 0$

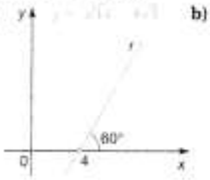
c) $3x + y - 1 = 0$

d) $x + y + 3 = 0$

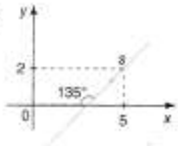
e) $x + y - 3 = 0$

27 Obtenha uma equação para cada uma das retas representadas a seguir:

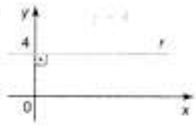
a)



b)



c)



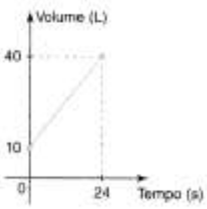
28 Represente, por meio de uma equação, a reta que passa pelos pontos A e B nos seguintes casos:

a) $A(2, 3)$ e $B(6, 11)$

b) $A(-1, 5)$ e $B(2, -1)$

c) $A(4, 8)$ e $B(6, 8)$

29 Quando um tanque continha 10 L de água, foi aberta uma torneira com vazão constante. Vinte e quatro segundos depois o tanque havia atingido sua capacidade total, que é de 40 L, conforme o gráfico ao lado.



a) Quantos litros de água continha o tanque 8 segundos depois que a torneira foi aberta?

b) Quanto tempo depois que a torneira foi aberta a água atingiu 75% da capacidade total do tanque?

AVALIAÇÃO

A avaliação será feita em quatro etapas:

- Prova bimestral contando de quatro questões sobre Números Complexos (PT 1), duas questões sobre Sistema Linear e 2 questões sobre Geometria Analítica – Valor: 5 pontos
- Participação ativa nos projetos interdisciplinares – 1 pontos
- Avaliação diária da participação do aluno na resolução de exercícios que constam no livro do aluno ou folha de atividades – 4 pontos (parte dessa pontuação funciona como recuperação paralela).
- Saerjinho (Avaliação diagnóstica) – Valor: 2,6 pontos

Obs.: Na prova bimestral deve constar questões como análise de gráficos, questões do Saerjinho, resolução de problemas.

Abaixo segue o modelo da avaliação a ser aplicada em 19/09/2012 com o valor de 5 pontos.

COLÉGIO ESTADUAL GUSTAVO BARROSO
Prof ª Sueli Martins Disciplina: Matemática Data:___/___/2012.
Aluno (a):____________________Nº____Turma:______ -3ª série

(x) Use caneta azul ou preta
(x) Não rasure
(x) Não use corretor
(x) Pode usar calculadora

Avaliação do 1º bimestre

1- (Saerjinho-2011) Numa corrida de carros, o vencedor marca 25 pontos e o segundo lugar marca 20 pontos. O piloto Thiago disputou 6 dessas corridas, chegando em 1º e 2º lugar, obtendo 130 pontos. Considere “x” como o número de vitórias e “y” como o número de segundas posições de Thiago.

O sistema que possibilita determinar o número de vitórias e de segundas posições de Thiago ao final dessas 6 corridas é:

A) $\begin{cases} x+y=6 \\ 25x+20y=130 \end{cases}$ B) $\begin{cases} x+y=6 \\ 25y+20x=130 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x=6+y \\ 25x+20y=130 \end{cases}$ D) $\begin{cases} x=45-y \\ 25x+20y=130 \end{cases}$

2- O conjunto solução do sistema $\begin{cases} x+2y-z=-3 \\ 3x+4z=6 \\ 3y-5z=-12 \end{cases}$ é:

A) {(-3, 6, -12)} C) {(2, 1, 7)}

B) {(- 2, 1,3)} D) $\left\{\left(\frac{1}{3},-\frac{11}{3},-4\right)\right\}$

3- Joana tem dois filhos. O filho mais velho tem o dobro da idade do filho mais novo. Sabendo que a idade do filho mais novo é o valor de n, na expressão $i^{n+21}=1$, e que n deve ser o menor número natural; qual é a idade do filho mais velho?

(A) 3 anos

(B) 6 anos

(C) 12 anos

(D) 20 anos

4- Maria é uma das alunas mais dedicadas do 3°ano do Ensino Médio. Ela está acostumada a resolver equações algébricas. Certo dia, se deparou com a equação $x^2 - 4x + 5=0$. Diante de tal fato, e com o conhecimento que Maria obtinha sobre o assunto, qual foi a resposta de Maria?

(A) Como o Delta é negativo, não podemos concluir os cálculos. Logo, a solução é vazia.

(B) A solução não é real, mas é complexa.

(C) A solução é {2+2i; 2-2i}

(D) A solução é {0; 2}

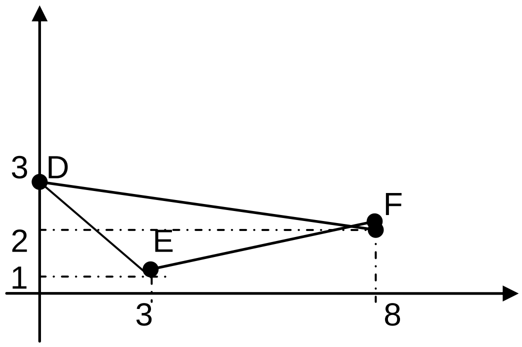
5- As coordenadas dos pontos D, E, F são respectivamente:

A) (3, 0), (1, 3) e (2, 8)

B) (3, 1), (8, 3) e (0, 3)

C) (0, 3), (2, 8) e (3, 2)

D) (0, 3), (3, 1) e (8, 2)

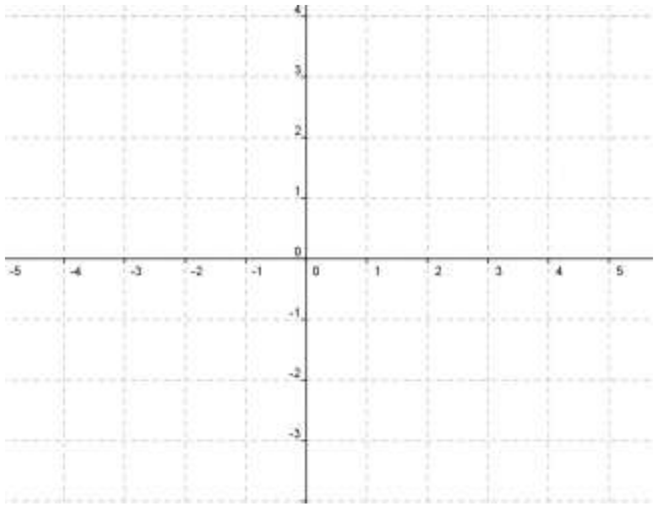


Questões discursivas

6- Localize no Plano de Gauss os números complexos:

a) $z_1 = -3 + i$

b) $z_2 = 2 - 3i$



7- Dados $z_1 = -3 + 5i$, $z_2 = 8 - 4i$ e $z_3 = 10i$ determine:

a) $z_1 + z_2 - z_3$

b) $z_1 * z_3$

8- Determine a equação geral da reta que passa pelos pontos:

a) A (5, – 2) e B (8, 1)

b) R (– 8, 0) e S (0, 7)

9- Calcule a distância entre os pontos

A(5, 7) e B(9, 4)

Descritor associado a todas as questões de nº complexos:

H36 – Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica.

Descritores associados a todas as questões de Geometria Analítica:

H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano (Questões 5 e 9)

H15 – Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação. (Questão 8)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NETO, Scipione Di Pierro; ORSI, Sérgio; *Quanta, Matemática em fascículos para o EM - Fascículo 8.* São Paulo, Saraiva, 2000.

PAIVA, Manoel, *Matemática*. São Paulo, Moderna, 2009

ROTEIROS DE AÇÃO 2 – Geometria Analítica – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012. Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 16/09/2012

YOUSSEF, Antonio Nicolau; SOARES, Elisabete; FERNANDES ,Vicente; *Matemática*. São Paulo, Scipione, 2008.