

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: Colégio Estadual São Judas Tadeu

Professor: CEZAR ROBERTO CARVALHO BACELLAR

Matrículas: 09463241

Série: 2º ANO – ENSINO MÉDIO

Tutor: PAULO ALEXANDRE ALVES DE CARVALHO

TAREFA 4

PLANO DE TRABALHO 2
GEOMETRIA ESPACIAL

INTRODUÇÃO

CEZAR ROBERTO CARVALHO BACELLAR

cezarpol@ig.com.br

1. INTRODUÇÃO:

Neste estudo pretendemos introduzir o estudo da Geometria Espacial, explorando o mundo que nos cerca, o qual esta cheio de formas planas e espaciais. Assim sendo, podemos afirmar que, os conceitos quando trabalhados neste contexto, conduzem o aluno a uma melhor compreensão e aprendizagem, além de despertarem a curiosidade.

Assim sendo, na abertura das atividades, apresentaremos informações gerais sobre o assunto, com o objetivo de preparar o aluno e despertar nele o interesse sobre o tema.

O objetivo é criar condições para que o aluno possa compreender as ideias básicas da Geometria Espacial, atribuindo significado a elas, além de saber aplicá-las na resolução de problemas do mundo real.

Assim sendo, Geometria espacial (euclidiana) funciona como uma ampliação da Geometria plana (euclidiana) e trata dos métodos apropriados para o estudo de objetos espaciais assim como a relação entre esses elementos. Os objetos primitivos do ponto de vista espacial, são: pontos, retas, segmentos de retas, planos, curvas, ângulos e superfícies

Antes de resolver os exercícios propostos, é absolutamente necessário que o aluno estude a teoria e refaça os exemplos.

Cada atividade conterà, ainda, uma seção de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), destinadas a revisar, fixar e aprofundar os conteúdos estudados.

2. DESENVOLVIMENTO:

Atividade
Estudo da Introdução a Geometria Espacial, Estudo do Ponto, da Reta e do Plano - Axiomas

HABILIDADE RELACIONADA: Identificar a Geometria Espacial como figuras no espaço, sólidos constantes na natureza e construídos pelo homem.

PRÉ-REQUISITOS: Visão espacial de sólidos.

TEMPO DE DURAÇÃO: 200 minutos.

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, quadro e caneta, bem como, objetos representativos de uma esfera.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: .Grupos de três alunos.

OBJETIVOS: Identificar sólidos no espaço e Construí-los a partir do conhecimento de Ponto, Reta e Plano.

METODOLOGIA A SER ADOTADA: Apresentação de vídeo, figuras do cotidiano, com aparência esférica, uso do programa Geogebra, quando possível.

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Geometria Espacial é o estudo da geometria no espaço, em que estudamos as figuras que possuem mais de duas dimensões. Essas figuras recebem o nome de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais e são conhecidas como: prisma (cubo, paralelepípedo), pirâmides, cone, cilindro, esfera.

Se observarmos cada figura citada acima, iremos perceber que cada uma tem a sua forma representada em algum objeto na nossa realidade, como:

Prisma: caixa de sapato, caixa de fósforos.

Cone: casquinha de sorvete.

Cilindro: cano PVC, canudo.

Esfera: bola de isopor, bola de futebol.

Essas figuras ocupam um lugar no espaço, então a geometria espacial é responsável pelo cálculo do volume (medida do espaço ocupado por um sólido) dessas figuras e o estudo das estruturas das figuras espaciais.

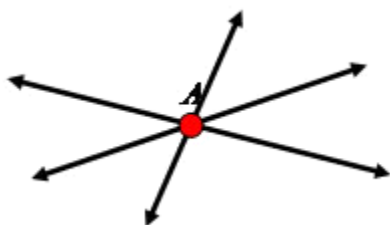
Os principais tipos de cálculos que podemos realizar são: comprimentos de curvas, áreas de superfícies e volumes de regiões sólidas. Tomaremos *ponto*, *reta* e *plano* como conceitos primitivos, os quais serão aceitos sem definição.

AXIOMAS

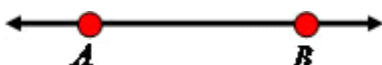
Para a melhor compreensão e aprendizado da Matemática e da Geometria, precisamos destacar o conhecimento dos axiomas relacionados a tais ciências. Os axiomas também são conhecidos como postulados e são proposições aceitas sem demonstrações.

Um axioma importante e muito útil na Geometria envolve o estudo do ponto, da reta e do plano.

Por um único ponto passam infinitas retas.



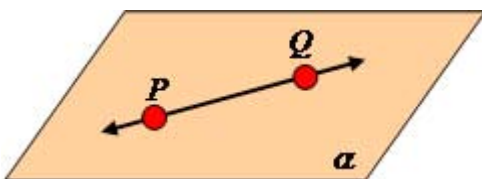
Por dois pontos distintos A e B passa uma única reta.



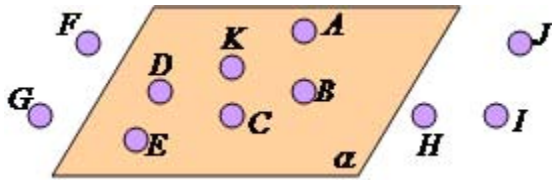
Para determinarmos um plano necessitamos de pelo menos três pontos.



Se dois pontos distintos de uma reta pertencem a um plano, então todos os pontos dessa reta pertencem ao plano.



Existem infinitos pontos dentro e fora de um plano

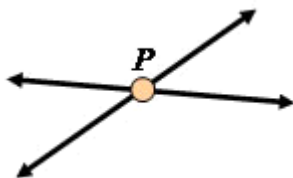


Posições relativas de duas retas

Duas retas distintas têm no máximo um ponto comum.

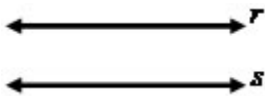
Concorrentes

Possuem apenas um ponto em comum.



Paralelas

Não possuem ponto em comum.



Postulados de Euclides

Duas coisas iguais somadas com uma terceira são iguais entre si.

Se adicionarmos parcelas iguais a quantidades iguais, as somas continuarão iguais.

Se as mesmas quantidades forem subtraídas de quantidades iguais, os restos continuarão a ser iguais.

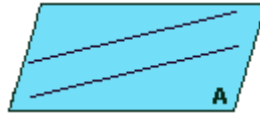
Situações que se coincidem são iguais umas com as outras.

O todo é maior que as partes.

Um plano é um subconjunto do espaço R^3 de tal modo que quaisquer dois pontos desse conjunto, podem ser ligados por um segmento de reta inteiramente contido no conjunto.

Duas retas (segmentos de reta) no espaço R^3 podem ser: paralelas, concorrentes ou reversas.

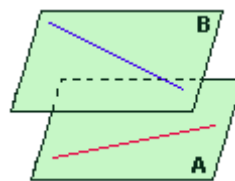
Retas paralelas: Duas retas são paralelas se elas não possuem interseção e estão em um mesmo plano.



Retas concorrentes: Duas retas são concorrentes se elas têm um ponto em comum. As retas perpendiculares são retas concorrentes que formam entre si um ângulo reto.



Retas reversas: Duas retas são ditas reversas quando uma não tem interseção com a outra e elas não são paralelas. Isto significa que elas estão em planos diferentes. Pode-se pensar de uma reta r desenhada no chão de uma casa e uma reta s , não paralela a r , desenhada no teto dessa mesma casa.

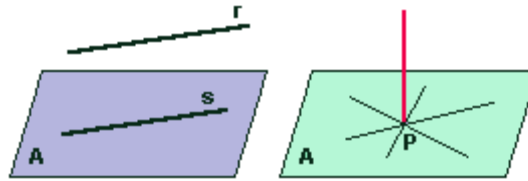


Um plano no espaço R^3 pode ser determinado por qualquer uma das situações:

1. Três pontos não colineares (não pertencentes à mesma reta).
2. Um ponto e uma reta ou um segmento de reta que não contém o ponto.
3. Um ponto e um segmento de reta que não contém o ponto.
4. Duas retas paralelas que não se sobrepõe.
5. Dois segmentos de reta paralelos que não se sobrepõe.
6. Duas retas concorrentes.
7. Dois segmentos de reta concorrentes.

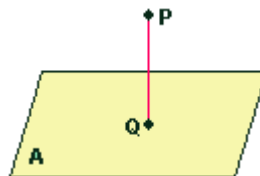
Há duas relações importantes, relacionando uma reta e um plano no espaço R^3 .

Reta paralela a um plano: Uma reta r é paralela a um plano no espaço R^3 , se existe uma reta s inteiramente contida no plano que é paralela à reta dada.



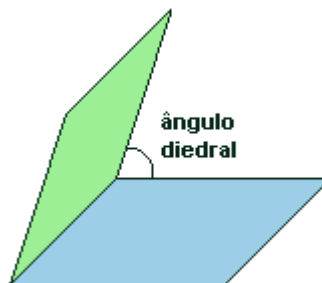
Reta perpendicular a um plano: Uma reta é perpendicular a um plano no espaço R^3 , se ela intersecta o plano em um ponto P e todo segmento de reta contido no plano que tem P como uma de suas extremidades é perpendicular à reta.

Seja P um ponto localizado fora de um plano. A distância do ponto ao plano é a medida do segmento de reta perpendicular ao plano em que uma extremidade é o ponto P e a outra extremidade é o ponto que é a interseção entre o plano e o segmento.



Se o ponto P estiver no plano, a distância é nula.

1. **Planos concorrentes** no espaço R^3 são planos cuja interseção é uma reta.
2. **Planos paralelos** no espaço R^3 são planos que não tem interseção.
3. **Diedro:** Quando dois planos são concorrentes, dizemos que tais planos formam um *diedro*.



4. **Ângulo diedral:** É ângulo formado por dois planos concorrentes. Para obter o ângulo diedral, basta tomar o ângulo formado por quaisquer duas retas perpendiculares aos planos concorrentes.
5. **Planos normais** são aqueles cujo ângulo diedral é um ângulo reto (90 graus).

EXERCÍCIOS DE INTRODUÇÃO À GEOMETRIA ESPACIAL

1. Coloque V ou F, conforme sejam verdadeiras ou falsas as afirmativas.

- (a) Por um ponto passam infinitas retas ()
- (b) Por dois pontos distintos passa uma única reta ()
- (c) Três pontos distintos são sempre colineares ()
- (d) Por dois pontos distintos passa um único plano. ()
- (e) Um plano contém infinitos pontos ()
- (f) Pelos 4 vértices de um retângulo passa um único plano ()
- (g) Uma reta está contida em inúmeros planos ()
- (h) Três pontos distintos e não colineares determinam um plano. ()
- (i) Por duas retas paralelas passa um único plano ()
- (j) Duas retas coplanares são concorrentes. ()
- (k) Duas retas perpendiculares são concorrentes. ()
- (l) Se duas retas formam ângulo reto, então são perpendiculares. ()
- (m) Duas retas ortogonais determinam um único plano. ()
- (n) Duas retas reversas podem ser paralelas a um mesmo plano. ()
- (o) Se dois planos são paralelos e distintos, então toda reta concorrente com um deles também será concorrente com o outro. ()
- (p) Uma reta perpendicular a um plano, forma ângulo reto com todas as retas contidas no plano. ()

2. (EsPCEEx) Considere as afirmações que se seguem e assinale a única alternativa correta.

I. Se uma reta é paralela a dois planos distintos, então esses planos são paralelos.

II. Dadas duas retas reversas, sempre existe uma terceira reta que se apoia em ambas.

III. Se um plano é perpendicular a dois planos secantes, então é perpendicular à interseção desses planos.

- (a) Somente I é verdadeira
- (b) Somente II é verdadeira
- (c) II e III são verdadeiras.
- (d) I e III são verdadeiras.

3. Assinalar a única alternativa FALSA.

- (a) Um plano fica determinado por duas retas paralelas distintas.
- (b) Por um ponto do espaço pode-se tirar uma reta paralela a uma reta dada, e somente uma.
- (c) Toda reta não situada sobre um plano e paralela a uma reta contida nesse plano é paralela ao plano.
- (d) Por um ponto fora de um plano pode-se tirar uma reta paralela a esse plano, e somente uma.
- (e) Se duas retas são paralelas, todo plano que corta em um único ponto uma delas corta também a outra.

4. (EsPECEEx) Um ponto D não pertence ao plano determinado pelos pontos A, B e C. Pode-se dizer que os pontos A, B, C e D determinam:

- (a) 4 planos e 6 retas
- (b) 4 planos e 4 retas
- (c) 2 planos e 3 retas
- (d) nenhum plano

5) Um ponto móvel P, com velocidade constante de 10 m / s, percorre uma trajetória retilínea que forma um ângulo de 60° com um plano α , partindo deste plano e afastando-se do mesmo. Calcular a distância do ponto P ao plano α , 8 segundos após a partida.

6) É verdadeira ou falsa a afirmação?: “se duas retas distintas r e s formam um ângulo reto, então elas são perpendiculares” Justifique a sua resposta.

GABARITO

1) V V F F V V V V F V F F V V V

2) C

3) D

4) A

5) 69,2 m

6) FALSA, pois elas poderiam ser reversas (ortogonais), caso não fossem retas de um mesmo plano (coplanares)

3.AVALIAÇÃO

Avaliar é isso: identificar as falhas, para as tentar superar. Muitas correntes das chamadas “ciências da educação” pensam que avaliam conhecimentos, ou como agora é moda, competências. Em parte isso consegue-se, mas no todo é impossível. O grande objetivo de qualquer avaliação não deve ser esse, mas sim o de quem é avaliado descobrir onde falha, e quem avalia saber o que tem de ensinar. Falo de uma escola idílica, com turmas pequenas e autonomia pedagógica, é claro.

Assim sendo, a avaliação de cada aluno vai de seu comportamento durante a explanação das atividades proposta, mostrando:

- se na verdade esta sendo absorvido o aprendizado;
- se houve compreensão na resolução dos problemas propostos;
- se existe interesse na correção das falhas apresentadas.

4. FONTE DE PESQUISA

-ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Introdução a Geometria Espacial –

O objetivo é criar condições para que o aluno possa compreender as ideias básicas da Geometria Espacial, atribuindo significado a elas, além de saber aplicá-las na resolução de problemas do mundo real.

Assim sendo, Geometria espacial (euclidiana) funciona como uma ampliação da Geometria plana (euclidiana) e trata dos métodos apropriados para o estudo de objetos espaciais assim como a relação entre esses elementos. Os objetos primitivos do ponto de vista espacial, são: pontos, retas, segmentos de retas, planos, curvas, ângulos e superfícies

Antes de resolver os exercícios propostos, é absolutamente necessário que o aluno estude a teoria e refaça os exemplos.

referente ao 2º ano do Ensino Médio – 1º bimestre – 2013

disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/ava>.

A MATEMÁTICA Contexto & Aplicação, 2º Ano/Luiz Roberto Dante – Ed. Ática –São Paulo: 2010.

Endereços eletrônicos acessados de 20/02/2013 a 03/03/2013:

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/element/element.htm>

<http://www.brasilecola.com/matematica/geometria-espacial.htm>

<http://magiadamatematica.com/uerj/cap/06-inicia.pdf>