FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ

COLÉGIO ESTADUAL FERNANDO MAGALHÃES

PROFESSORA TATIANA SANTOS MELLO

MAT. 09282500 TURMA 3001

SÉRIE: 3º ANO ENSINO MÉDIO

TUTOR: LEANDRO

PLANO DE TRABALHO SOBRE NÚMROS COMPLEXOS

Tatiana Santos Mello

tatianamello@prof.educacao.rj.gov.br

Tema: **COMPLEXO - Para que serve isso?**

Introdução

Embora tenhamos a consciência que alguns conceitos matemáticos advém da matemática moderna, sobretudo, da introdução da algebrismo no Ensino Regular e da divisão do conhecimento matemático em Trigonometria, álgebra e Geometria, por exemplo, ainda assim nossos alunos nos perguntam: para que serve isso? Onde utilizarei todas essas demonstrações? E nós nos perguntamos por que ainda ensinamos números complexos sem mostrá-los suas aplicações? Em situações diárias o acesso a informações nem sempre é bem interpretado pelo aluno, porém não podemos deter de um conhecimento e não valorizá-lo deixando de falar sobre sua existência.

A escolha das atividades com desafios facilita a visão geométrica do número complexo, pois faz-se o uso da multiplicação dos números com o conceito de argumento e uma aula contextualizada serve para estimulá-los a pesquisar e compreender melhor o assunto abordado.

Assim oferecer formas alternativas de abordar os números complexos em sala de aula diminui as distancias entre o conhecimento científico do geral ou popular.

Descritores associados:

H36 - Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica.

Objetivos: Apresentar os números complexos como mais uma ferramenta matemática.

Números Complexos: um encontro inesperado

Duração prevista: 300 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Números Complexos

Pré-requisitos: Operações elementares com números reais; identificação de raízes de uma função a partir da sua representação gráfica; determinação das raízes de uma função a partir da sua representação algébrica; produtos notáveis.

Material necessário: Folha de atividades, computador com Geogebra instalado e um Datashow.
Organização da classe: Turma disposta em grupos de quatro organizados em duplas
Descritores associado
H46 - Reconhecer números reais em diferentes contextos.

Atividade 1 – Problematizando com os números complexos

Metodologia: dividir a turma em 4 grupos e entregá-los o desafio 1 e 2. Pedir que questionem sua a informação a dada. Problematizamos o assunto antes de aprofundarmos a teoria na primeira atividade e dar prosseguimento a 2ª atividade com o aprofundamento das operações com complexos. A 2º atividade foi adaptada de acordo com a realidade dos alunos.

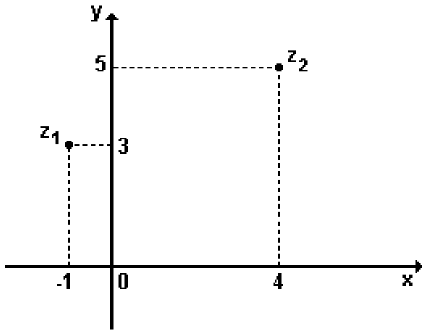
Avaliação da atividade

Essa atividade pretende desperta no aluno a curiosidade e a iniciativa em resolver problemas. Criar estratégias e ações para sua resolução. A forma de avaliação será a observação dessas atitudes vindas dos alunos e uma breve síntese da aula sobre as diversas soluções apresentadas pelos alunos.

DESAFIO 1
“o problema da Ilha do Tesouro” (ver Carneiro (1999)).

Dois piratas decidem enterrar um tesouro em uma ilha. Escolhem, como pontos de referência, uma árvore e duas pedras. Começando na árvore, medem o número de passos até a primeira pedra. Em seguida, dobram, segundo ângulo de 90°, à direita e caminham o mesmo números de passos até alcançar um ponto, onde fazem uma marca. Voltam à árvore, medem o número de passos desde a árvore até a segunda pedra, dobram à esquerda, segundo um ângulo de 90º, e caminham o mesmo número de passos até alcançar um ponto, onde fazem outra marca. Finalmente, enterram o tesouro exatamente no ponto médio, entre as duas marcas. Anos mais tarde, os dois piratas voltam à ilha e decidem desenterrar o tesouro, mas, para sua decepção, constatam que a árvore não existe mais. Então um dos piratas decide arriscar. Escolhe ao acaso um ponto da ilha e diz: "Vamos imaginar que a arvore estivesse aqui." Repete então os mesmos procedimentos de quando havia enterrado o tesouro: conta os passos até a primeira pedra, dobra à direita, etc., e encontra o tesouro. A pergunta é: esse pirata era sortudo ou um matemático?

" O "segredo" está na multiplicação dos complexos, que é essencialmente uma composição de rotações. É por isto que os complexos aparecem inevitavelmente em muitos problemas que envolvem rotação, círculo, funções "circulares" (trigonométricas), movimentos periódicos, etc. E é por isto também que encontramos números complexos no estudo de circuitos elétricos, corrente alternada, astronomia, motores e mecânica quântica."



DESAFIO 2

A professora de Luciana propôs aos alunos o seguinte desafio: Considerando z_1 e z_2 números complexos representados pelos seus afixos no plano abaixo, determine o produto de z_1 pelo conjugado de z_2 sabendo que seu resultado implica nos pontos extras que esse aluno ganhará caso acerte a parte real e imaginária da conta..

a) 19 + 10i
b) 11 + 17i
c) 10
d) -19 + 17i
e) -19 + 7i

a) Distrator: O aluno considerou a forma algébrica de z_1 e z_2 para efetuar a operação distributiva desconsiderando o conjugado de z_2 : (-1+ 3i).(4+5i)
b) Resposta correta $z_1.\ \bar{z}_2$ (-1+3i).(4-5i)
c) Distrator: respondeu sem fazer a conta
d) Distrator: desconsiderou o conjugado de z_2 e efetuou a multiplicação erroneamente.
e) Distrator: Também desconsiderou o conjugado e errou nos sinais

Metodologia da atividade

Leve o seu aluno a construir o conhecimento abordado na questão proposta por você no item anterior de forma que o ajude a resolvê-la.

- Propor a atividade em grupos de 4 alunos
- Lembrá-los que a interpretação e releitura são importantíssimas na resolução de problemas;
- pedir que aos grupos para trocarem suas respostas e verificarem a a solução do outro. Fazer esse movimento de troca pelo menos 3 vezes, só depois recolha as respostas para verificar as respostas encontradas pelos grupos.
- Socializar os diversos caminhos e interpretações.

Atividade 02 – sugestão do Roteiro 3 – adaptado

Metodologia: Trabalhar com os alunos as operações básicas envolvendo os números complexos. Passar as perguntas numa folha para resolução em grupo e avaliar o conhecimento adquirido através de uma prova.

Avaliação

A atividade será avaliada com uma prova com e sem questões contextualizadas para verificar quais seriam as formas mais eficazes, ou seja, qual a melhor forma de se avaliar o conhecimento, usando questões operacionais ou contextualizadas.

Multiplicação e Divisão

Assim como fizemos na soma/subtração, podemos considerar a multiplicação e a divisão como uma operação envolvendo a forma algébrica, da mesma forma que fazemos com as expressões algébricas.

E mais: você lembra da "racionalização do denominador de uma fração"? Esse é um procedimento bastante efetuado no estudo de frações envolvendo expressões algébricas e números irracionais. Será utilizado aqui também!

1. Inicialmente, tente efetuar a operação z * w, com z = 3 + 2i e w = 4.

____

____

____

2. Agora vamos complicar um pouco. Efetue a operação z * w, com z = 2 + 4i e w = 3i. Não se esqueça que, como i = 1−, podemos considerar que i2 = -1.

____

____

____

3. Efetue z * w, com z = 2 – 3i e w = 5 – i.

____
____

A partir deste ponto, você já deve estar em condições de efetuar o produto entre dois complexos na forma algébrica. Mas, e a divisão?

4. Bom tente efetuar a seguinte divisão: z : w, com z = 6 – 4i e w = 2.
____
____

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Carmo, M .P., Morgado, A.C., Wagner, E. e Pitombeira, J.B. **Trigonometria e Números Complexos**. CPM, SBM.

Dante, Luiz Roberto. **Matemática**: Contexto e Aplicações. 1ª ed. Vol. 3. São Paulo: Ática, 2010.

Roteiros de ação 1 e 3 do curso

Sites consultados:

www.portaldoprofessor.mec.gov.br

http://www.ufpel.edu.br/cic/2010/cd/pdf/CE/CE_00662.pdf

http://www.robson.mat.br/3.htm

Avaliação do plano de ação

Pontos Positivos:
A aula foi bem dinâmica e os alunos se sentiram mais a vontade em resolver os desafios em grupo. O uso do geogebra também foi interessante. Alguns baixaram em seus computadores para, em casa, manuseá-lo. O fato das atividades não demandarem muito tempo facilitou o andamento do conteúdo.

Pontos negativos
O problema do laboratório de informática que não está funcionando com a internet e o sistema ser Linux. Os alunos não gostam.

Alterações
Faria apenas mais desafios, pois os alunos gostaram muito e por consequência aumentaria o tempo das aulas.

Impressões dos alunos

Essa turma é muito especial para mim, pois foram meus alunos no 6º ano. Nossa relação sempre foi muito boa e eles adoram atividades desafiadoras. As questões que avaliei usando a contextualização foram as que eles mais acertaram. Não ouvi queixa quanto a forma que trabalhei, apenas que a matéria era muito abstrata. Quando apresentei a eles as aplicações dos números complexos, alguns se convenceram outras falaram que nunca iriam fazer Física ou Engenharia. Avalio o trabalho com um: muito bom.

Teste aplicado na Turma

1) Escreva na forma algébrica o número complexo representado no plano cartesiano:

a) (-3, 2)

b) (2, -3)

c) -3 + 2i

d) 2 – 3i

2) Os números complexos, muitos costumam dizer erroneamente que o seu surgimento se deu com as resoluções de equações do 2º grau (raízes quadradas de nº negativos). Mas, em sua origem histórica verificamos que, o seu aparecimento foi a partir dos estudos de Tartaglia, Cardano e Bombelli, com as resoluções de equações de _____ grau. Entretanto, quem consagrou pela primeira vez o símbolo ____ para representar raiz de -1 foi Euller. E para finalizar tivemos uma excelente contribuição de Gauss (com o plano geométrico e introdução à expressão "Números Complexos"). Vamos a nossa atividade, dados $z_1 = 10 - 7i$ e $z_2 = 6 + 10i$, temas _______de $z_1 + z_2$ e ________é o resultado de $z_1 - z_2$.

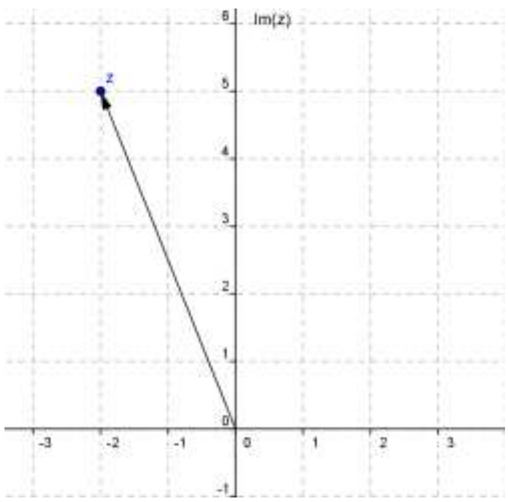
a) 4º/ z / 16 + 3i / 4 - 17i

b) 3º/ z / 16 - 3i / 4 - 17i

c) 4º/ i / 16 -3i / -4 + 17 i

d) 3º/ i / 16 +3i / 4 - 17i

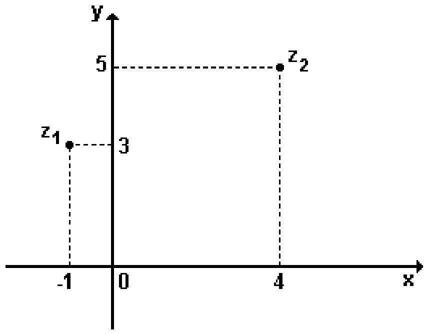
4) Escreva o número complexo correspondente ao ponto z do plano de Argand Gaus:



a) Z = 5 - 2i
b) Z = -2 - 5i

c) $Z = -2 + 5i$
d) $Z = 10i$

4) A professora de Luciana propôs aos alunos o seguinte desafio: Considerando z_1 e z_2 números complexos representados pelos seus afixos no plano abaixo, determine o produto de z_1 pelo conjugado de z_2 sabendo que seu resultado implica nos pontos extras que esse aluno ganhará caso acerte a parte real e imaginária da conta.



a) 19 + 10i
b) 11 + 17i
c) 17 -11i
d) -19 + 17i
e) -19 + 7i

5) Felipe que assistiu a esta aula, depois de alguns dias resolveu fazer um desafio a Arturo, ele perguntou: "Qual é a solução da equação $x^2 - 2x + 5 = 0$? Arturo que até então conhecia soluções de equações quadráticas respondeu: "A equação não tem solução pois, delta é negativo". Caso Arturo tivessse conseguido prestar atenção na aula e tirasse suas dúvidas com a professora teria respondido corretamente a pergunta de Felipe cuja solução se encontra em qual item abaixo?

a) o conjunto solução é S={ -i, 3i}.
b) uma das raízes da equação é x = 1 - 2i e sua parte real é igual a -2.
c) a solução possui uma raiz dupla igual a 1 + 2i.
d) o conjunto solução da equação é dado por S = {1-2i, 1+2i}.
e) $\Delta = -16$ e portanto, não existe solução em nenhum conjunto numérico.

6) Joao levou para a sua professora uma questão que havia recebido no pré-vestibular social, solicitando que a resolvesse. Em resposta, a professora devolveu a pergunta e solicitou que o aluno a resolvesse . Eis a questão:

Qual é o resultado da operação Z1 . Z2, sabendo que Z1 = 4 + 3 i e Z2 = 4 i ?

a) $16 + 12i^2$

b) $4 + 12i^2$

c) 28i

d) -12 + 16 i

7) Maria é uma das alunas mais dedicadas do 3°ano do Ensino Médio. Ela está acostumada a resolver equações algébricas. Certo dia, se deparou com a equação $x^2 - 4x + 5=0$. Diante de tal fato, e com o conhecimento que Maria obtinha sobre o assunto, qual foi a resposta de Maria?

(A) Como o Delta é negativo, não podemos concluir os cálculos. Logo, a solução é vazia.

(B) A solução não é real, mas é complexa.

(C) A solução é {2+2i; 2-2i}

(D) A solução é {0; 2}

1) Resolva em C as equações:

a) $x^2 - 6x + 10 = 0$
b) $x^2 + 100 = 0$
c) $-x^2 + 4x - 29 = 0$

2) Operações com números complexos

a) $(7+ 3i) - (5 -3i) + (4 - 7i)$

b) $(2+ 5i).(1 - i)$

c) $(2 - 3i)^2$

3) Determine o conjugado: $z = a - bi$

a) $3 - 4i + -3 - 4i$
b) $- i .(1 + i)$

4) Efetue as divisões abaixo:

a) $\frac{3+i}{2+i}$

b) $\frac{1}{3-i}$

5) Lembrando a regra da potenciação de números complexos, efetue:

a) i^{54}

b) i^{200}

c) $\dfrac{i^{132} + i^{61}}{i^{13}}$