FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: C E BARÃO DE MACAÚBAS / C E HERBERT DE SOUZA
PROFESSORA: MARISTELA ISOLANI TAVARES
MATRÍCULA: 00/0912586-5
SÉRIE: 1ª SÉRIE
TUTOR : RODOLFO GREGORIO DE MORAES
GRUPO 1

PLANO DE TRABALHO 2

Trigonometria na Circunferência

Introdução

A origem da trigonometria é incerta. Entretanto, pode-se dizer que o início do desenvolvimento da trigonometria se deu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C., com os egípcios e babilônios.

A palavra trigonometria significa medida das partes de um triângulo. Não se sabe ao certo se o conceito da medida de ângulo surgiu com os gregos ou se eles, por contato com a civilização babilônica, adotaram suas frações sexagesimais. Mas os gregos fizeram um estudo sistemático das relações entre ângulos - ou arcos - numa circunferência e os comprimentos de suas cordas.

Este trabalho busca apresentar e desenvolver a aprendizagem do aluno em trigonometria na circunferência. Mantendo os conteúdos já vistos nos bimestres anteriores, foram planejadas atividades utilizando um simulador digital como objeto de aprendizagem, que tem sido, atualmente uma forma diferente de abordar temas e tópicos aos estudantes. Além de um atrativo de forte apelo motivacional as simulações digitais podem amplificar o poder de exploração e imaginação dos estudantes, propiciando momentos de investigação, reflexão e aprendizagem.

Desenvolvimento

Este plano de trabalho está dividido em quatro atividades. Estas atividades são compostas por uma explicação, para que o aluno seja capaz de compreender as principais idéias relacionadas às habilidades e competências relacionadas. Para facilitar a aprendizagem e deixando as aulas mais dinâmicas foi utilizado um simulador em um ciclo trigonométrico, onde facilita a compreensão do seno, cosseno e a tangente no ciclo trigonométrico. Utilizado também três vídeos, onde explicam as funções seno, cosseno e tangente. Para cada atividade foram propostos exercícios referentes aos respectivos conteúdos.

Atividade 1

▪ **Habilidade relacionada:** Representar seno e cosseno de um arco qualquer no círculo trigonométrico .

▪ **Pré requisitos**: Plano cartesiano, razões trigonométricas.

▪ **Tempo de duração**: 6 aulas.

▪ **Recursos educacionais utilizados**: Quadro, caneta para quadro branco, computador, projetor, simulador em um círculo trigonométrico, livro didático, folha com atividades.

▪ **Organização da turma** : Dupla.

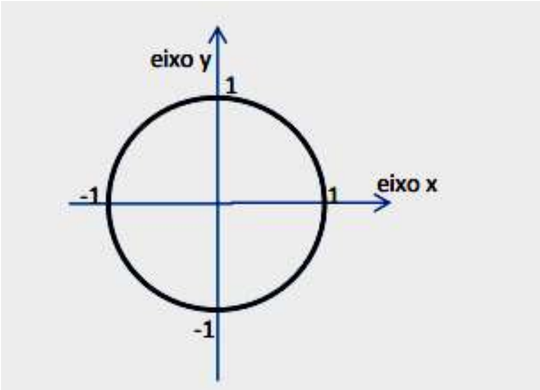
▪**Objetivos**: Reconhecer seno e cosseno de um arco no ciclo trigonométrico.

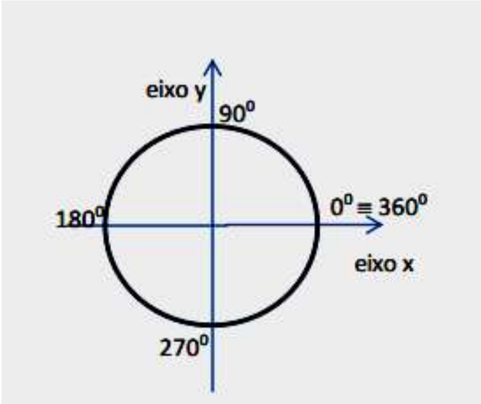
▪ **Metodologia adotada**: Aula expositiva e dialogada para apresentar o conteúdo. Utilização do simulador em um ciclo trigonométrico para visualizar compreender melhor o conteúdo apresentado. Resolver exercícios do livro didático e distribuição de folha com atividades.
.

O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

Já vimos que o círculo trigonométrico é um circulo de raio unitário, e que o sentido positivo é o anti-horário. Aprendemos também sobre as razões trigonométricas seno e cosseno. Nesta aula, vamos representar o seno e o cosseno como funções trigonométricas, representando-as no círculo trigonométrico

Observe a figura abaixo. Ela representa um circulo trigonométrico. Note que como o raio é unitário, o círculo encontra o eixo x (eixo das abscissas) em dois pontos, (1,0) e (-1,0) e da mesma forma, o círculo encontra o eixo y (eixo das ordenadas) em outros dois pontos (0, 1) e (0,-1).

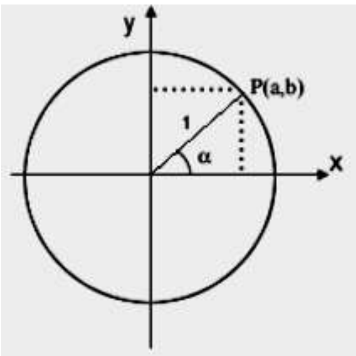




Obs: podemos também inserir outros elementos como os ângulos de uma circunferência.

SENO E COSSENO:

Se tomarmos uma semirreta com origem em (0,0), para qualquer que seja o ângulo α e como o raio do círculo é 1 temos um ponto P de coordenadas (a, b) , intersecção da semirreta com a circunferência, que nos dará a projeção de a no eixo dos x e b no eixo dos y

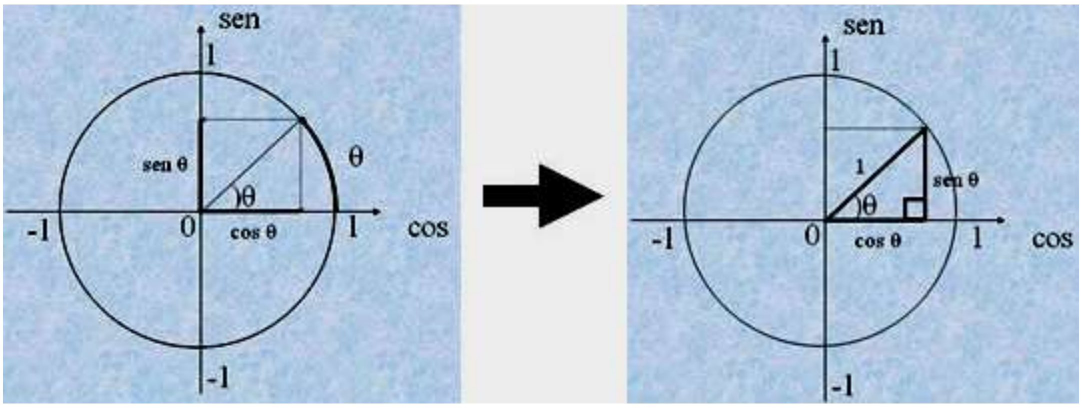


Lembrando dessas fórmulas já conhecidas:

senα = $\frac{cat.oposto}{hipotenusa}$ cosα = $\frac{cat.adjacente}{hipotenusa}$

Vamos relacioná-los!
Quando trabalhamos com seno, teremos para valores do seno o cateto oposto, ou seja, os valores do seno só podem estar no eixo y! E quando trabalhamos com cosseno, teremos para valores do cosseno o cateto adjacente, ou seja, os valores do cosseno estarão no eixo x!

Obs: Vale lembrar o seguinte macete: Quando se trabalha com seno, fica-se sem sono (e sem sono ficamos em pé - eixo y) e quando se trabalha com cosseno, fica com sono (e com sono ficamos deitados – eixo x).



Os valores do círculo trigonométrico para seno e cosseno

	0°	90°	180°	270°	360°
Seno	0	1	0	-1	0
Cosseno	1	0	-1	0	1

Você pode perceber que o seno começa valendo zero, cresce até a unidade, depois decresce até -1 e por fim volta ao zero. Sobre o crescimento e decrescimento podemos dizer que:

Função Seno

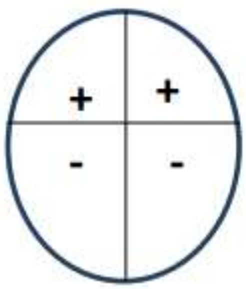
I Quadrante	II Quadrante	III Quadrante	IV Quadrante
crescente	decrescente	decrescente	crescente

Função Cosseno

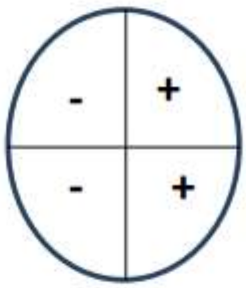
I Quadrante	II Quadrante	III Quadrante	IV Quadrante
decrescente	decrescente	crescente	crescente

Como vimos anteriormente, o seno é a projeção do raio definido pela abertura do arco sobre o eixo das ordenadas, enquanto o cosseno é a projeção sobre o eixo das abscissas. Note que os valores representados nos eixos correspondem ao raio da circunferência, assim podemos definir o sinal de seno e cosseno da seguinte forma:

SENO



COSSENO



RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA:

Há ainda uma importante relação entre seno e cosseno é a Relação Fundamental da Trigonometria que indica:
$\text{sen}^2\, x + \cos^2 x = 1$

Exemplo 1:
Verifique a sentença $\text{sen}^2\, x + \cos^2 x = 1$ para o ângulo de 90^0.
Resolução:
Sabemos que sen $90^0 = 1$ e cos $90^0 = 0$. Aplicando esses valores na relação fundamental, temos:
$\text{Sen}^2\, x + \cos^2 x = 1$
$\text{Sen}^2\, 90° + \cos^2 90° = 1$
$1^2 + 0^2 = 1$
Podemos desse verificar que a sentença é verdadeira.

Exemplo 2:
Verifique a expressão $\text{sen}^2\, x + \cos^2 x = 1$ para o ângulo de $30^{0.}$
Resolução:

Temos que: sen $30^0 = \frac{1}{2}$ e cos $30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$, então:

$$\text{sen}^2\, x + \cos^2 x = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Verificamos assim que a sentença é verdadeira!

Exemplo 3:
Verifique em qual quadrante se encontra o seno de 18000.
Resolução:
Para saber em qual quadrante se encontra o seno de 1800° é preciso calcular quantas voltas este ângulo deu no círculo trigonométrico. Para isso, vamos dividir 1800° por 360°. Observe:

$$1800^0 : 360^0 = 5 \text{ voltas} + 60^0$$

Então, sen 1800^0 = sen $60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercícios:

01. Complete a tabela abaixo com os valores que você já conhece para seno e cosseno de um ângulo:

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Sen α								
Cos α								

02. Da tabela acima retire dois valores e teste para a Relação Fundamental da Trigonometria:

$\text{Sen}^2\, \alpha + \text{cós}^2\, \alpha = 1$

03. Verifique em qual quadrante se encontra:

a) 240^0

b) 800^0

04. Qual o maior e o menor valor do Seno verificado por você ?

05. Qual o maior e o menor valor de Cosseno verificado por você?

06. Em qual quadrante um ângulo tem ao mesmo tempo o Seno positivo e o Cosseno negativo? Cite um ângulo que faz parte desse quadrante.

07. Cite dois ângulos que possuam o mesmo valor para Seno.

08. Quais são os valores de sen 120^0 e Cos 120^0

A) $\text{sen } 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 120° = -\frac{1}{2}$

B) $\text{sen } 120° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 120° = \frac{1}{2}$

C) $\text{sen } 120° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 120° = -\frac{1}{2}$

D) $\text{sen } 120° = \sqrt{3}$ e $\cos 120° = 1$

E) $\text{sen } 120° = \sqrt{3}$ e $\cos 120° = -1$

09. Calcule.

a) sen 840^0

b) cos 2310^0

c) tg $\frac{41\pi}{4}$

▪ **Habilidade relacionada:** Representar a tangente de qualquer arco no ciclo trigonométrico.

▪ **Pré- requisitos**: Plano cartesiano e razões trigonométricas no triângulo retângulo.

▪ **Tempo de duração:** 3 aulas.

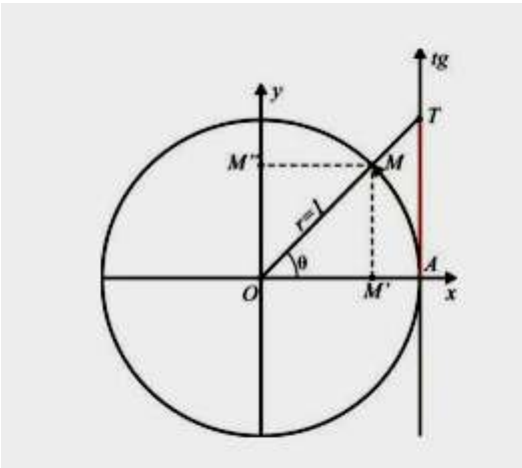
▪ **Recursos educacionais utilizados**: Quadro, caneta para quadro branco, computador, projetor, simulador em um círculo trigonométrico, livro didático e folha com atividades.

▪ **Organização da turma**: Turma disposta em dupla.

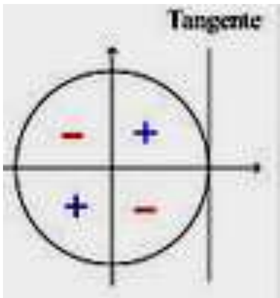
▪ **Objetivos**: Reconhecer a tangente de um arco no ciclo trigonométrico.
.

▪ **Metodologia adotada**: Aula expositiva e dialogada para apresentar o conteúdo. Utilização do simulador em um ciclo trigonométrico para visualizar compreender melhor o conteúdo apresentado. Resolver os exercícios do livro didático e distribuição de folha com atividades.

Vamos trabalhar o conceito de tangente no círculo trigonométrico. Observe o círculo abaixo, de raio unitário, r = 1, note que o ponto T é a intersecção da reta OM com o eixo das tangentes (reta perpendicular ao eixo x, que passa pelo ponto A).

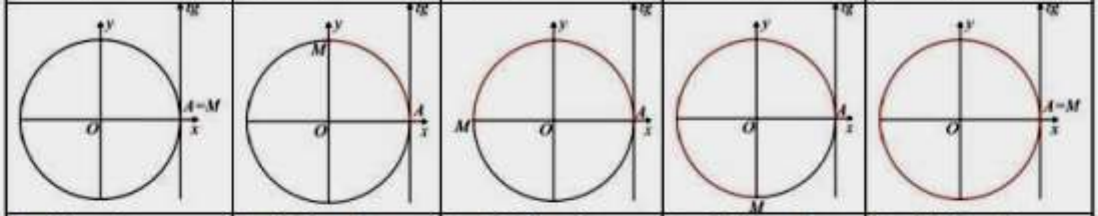


O arco AM irá corresponder ao ângulo central θ. Assim, podemos dizer que tangente do ângulo θ (ou do arco AM) é a medida do segmento AT, e indicamos por tg θ = AT. .O sinal da tangente vai depender da orientação que tomamos para o seu cálculo. Como a tangente é medida verticalmente, valores medidos acima do zero serão considerados positivos e valores medidos abaixo do zero são considerados negativos.



Observe o quadro abaixo e verifique o que ocorre com o arco e com a reta tangente ao mesmo tempo.

$\theta = 0$	$\theta = \pi/2$	$\theta = \pi$	$\theta = 3\pi/2$	$\theta = 2\pi$



$\theta = 0$	$\theta = \pi/2$	$\theta = \pi$	$\theta = 3\pi/2$	$\theta = 2\pi$
$tg\ 0° = 0$	$tg\ 90° = \nexists$ $tg\ (\pi/2) = \nexists$	$tg\ 180° = 0$ $tg\ \pi = 0$	$tg\ 270° = \nexists$ $tg\ (3\pi/2) = \nexists$	$tg\ 360° = 0$ $tg\ 2\pi = 0$

Observe que para 0°, 180° e 360°, o segmento $\overline{AT}$ tem valor igual a zero!

Exercícios.

01. Complete a tabela abaixo com os valores que você já conhece para a tangente:

	0°	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**	**270°**	**360°**
Tang								

02. Uma relação existente relativa à tangente é: $tg\alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{\cos\alpha}$. Assim, verifique dois valores da tabela acima, utilizando essa relação.

Exemplo α= 30°.

$tg\ 30^0 = \dfrac{sen\ 30^o}{\cos 30^o}$ substituindo sen 30° e cos 30°, teremos: $tg\ 30^0 = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$tg\ 30^0 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ e racionalizando teremos que $tg\ 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

03. Você consegue responder o por quê de não ser definido um valor para a tangente para o ângulo de 90º ? Para qual outro ângulo a tangente também não é definida?

04. Determine o valor da $tg\ \dfrac{41\pi}{4}$

05. Determine o valor das expressões:

a) sen 30^0 + cos 45^0– tg 180^0

b) cos 60^0+ cos 30^0– tg 45^0

6. Determine o valor de (tg 0^0+ sen $45^0)^2$- (sen 30^0– cos $60^0)^2$

▪**Habilidade relacionada**: Construir gráficos das funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente e suas variações.

▪**Pré requisitos:** Plano cartesiano; seno, cosseno e tangente de um arco no ciclo trigonométrico.

▪**Tempo de duração**: 6 aulas

▪**Recursos educacionais utilizados**: Quadro, caneta, computador, projetor, vídeos, livro didático, folha de atividades.

▪**Organização da turma** :Dupla.

▪**Objetivos**: Identificar gráficos das funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

▪**Metodologia adotada**: Aula expositiva e dialogada. Utilização dos vídeos sobre as funções seno, cosseno e tangente para uma melhor compreensão do conteúdo. Resolução de exercícios apresentados aqui no plano de trabalho. Construção de um gráfico como trabalho.

Representar graficamente as funções seno cosseno e tangente, significa mostrar no plano cartesiano o comportamento destas funções em um período que corresponde a 2π, ou seja, uma volta completa na circunferência. Para isto vamos construir a tabela abaixo com os valores dos principais arcos:

Arco	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0	0^0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90^0	1	0	Não definida
π	180^0	0	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	270^0	-1	0	Não definida
2π	360^0	0	1	0

GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO (SENÓIDE):

Sabemos que uma volta completa na circunferência mede 360^0 ou 2π em radianos. Na função seno, temos uma volta completa na circunferência vai de 0^0 a 360^0 ou de 0 rad a 2π. Isto significa que a função nesse intervalo realiza um ciclo completo, ao que chamamos de período da função trigonométrica.

Dada a função y = sen x, vamos definir seu gráfico.

Pela tabela, teremos os pontos:

$(0,0);(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2});(\frac{\pi}{4},\frac{\sqrt{2}}{2})$ e assim por diante.

Representando os pontos no plano cartesiano, temos:

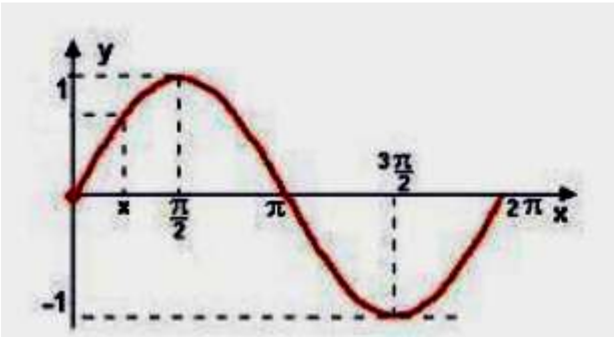


GRÁFICO DA FUNÇÃO COSSENO (COSSENÓIDE):

Vamos construir o gráfico da função cosseno.
Seja a função y = cos x. Vamos marcar os pares ordenados definidos por (x, cos x). Na função cosseno o período é o mesmo da função seno, isto é, de 0 rad a 2π rad ou 0^0 a 360^0.

Representando os pontos de acordo com os valores contidos na tabela, teremos:

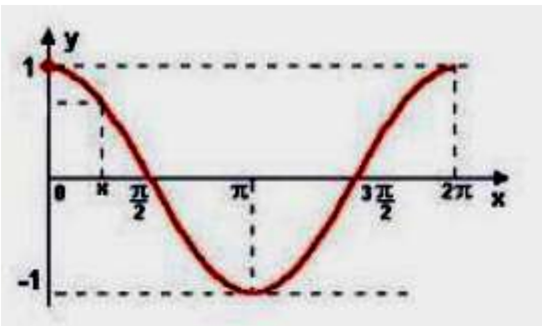
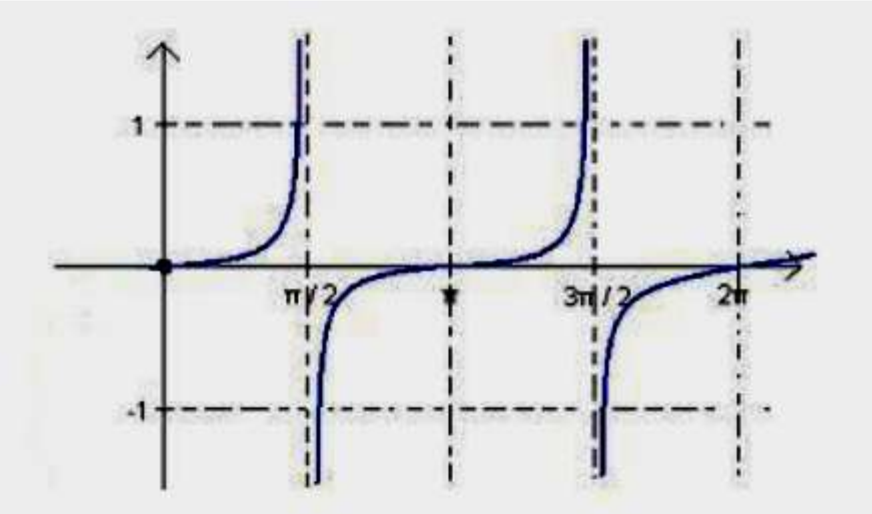


GRÁFICO DA FUNÇÃO TANGENTE (TANGENTÓIDE):

Para a construção do gráfico são marcados os pares ordenados (x, tg x), o período da função é igual a π. Vamos lembrar que a função tangente não é definida para x = 90^0 e x = 270^0.

No primeiro quadrante, isto é, de 0 a $\frac{\pi}{2}$ rad, de acordo com a tabela quando x = 0 teremos tg x = 0, isto nos dá o ponto (0,0). A partir desse ponto a tangente assume valores cada vez maiores descolando-se para o infinito, visto que em $\frac{\pi}{2}$, ou seja, 90^0, a tangente não é definida. No segundo quadrante e terceiro quadrante, há uma variação de valores desde (menos infinito) até (mais infinito). Passando por y =0 quando x = π, ou seja, tg π = 0. No quarto quadrante, a tangente mais uma vez é crescente, refazendo o mesmo ciclo ocasionado para os valores do segundo quadrante.



CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS:

Construindo outros gráficos de função trigonométrica

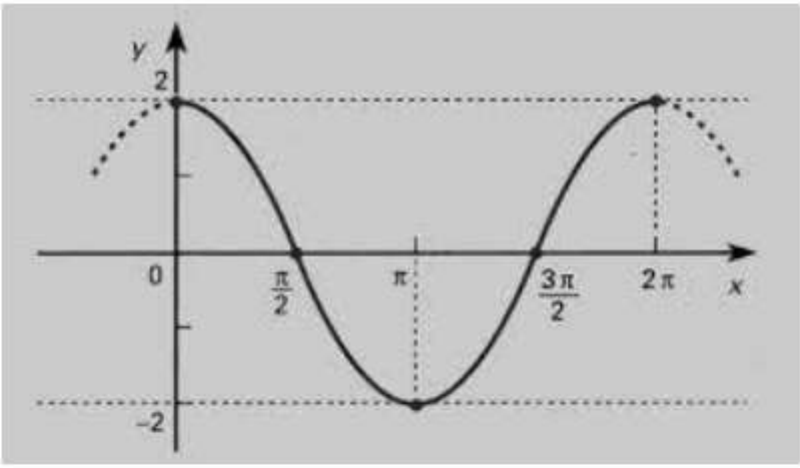
EXEMPLO:
Construir o gráfico da função y = 2sen x.

<u>Resolução:</u>

Para iniciar, precisamos construir uma tabela, definida no intervalo $0 \leq x \geq 2\pi$.

x	sen x	2.sen x	Ponto
0	0	0	(0,0)
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	$(\frac{\pi}{6}, 1)$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}$	$(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$(\frac{\pi}{3}, \sqrt{3})$
$\frac{\pi}{2}$	1	2	$(\frac{\pi}{2}, 2)$
π	0	0	$(\pi , 0)$
$\frac{3\pi}{2}$	-1	-2	$(\frac{3\pi}{2}, -2)$
2π	0	0	$(2\pi , 0)$

Representando estes pontos no plano cartesiano.



Exercícios

01. Na tabela abaixo, preencher as células que estão em branco, definindo a medida do arco e o valor do seno, cosseno e tangente.:

Arco	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0	0^0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90^0	1	0	Não definida
	120^0			
	135^0			
	150^0			
π	180^0	0	-1	0
	210^0			
	225^0			
	240^0			
$\frac{3\pi}{2}$	270^0	-1	0	Não definida
	300^0			
	315^0			
	330^0			
2π	360^0	0	1	0

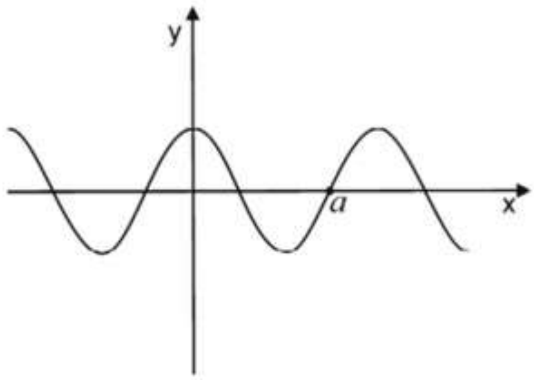
02. Construir o gráfico da função y = 3.cos x, sendo $0 \leq x \geq 2\pi$.

03. Construa o gráfico f(x) = 2 + sen x

04. (UFRGS) O gráfico abaixo representa uma função real f. Esta função é dada por:

a) f(x) = 1 – cos x
b) f(x) = 1 + cos x
c) f(x) = cos(x + 1)
d) f(x) = cos(x – 1)
e) f(x) = cos(x + π)

05. A figura abaixo mostra o gráfico da função f(x) = cos X. O número a assinalado no eixo das abscissas é:



(A) 2π
(B) π
(C) 2/3π
(D) 2π

Trabalho a ser feito em dupla

Construir o gráfico da função y = 3.sen x , verificando quais mudanças acorreram em relação ao gráfico y = sen x.

▪**Habilidade relacionada**: Resolver equações trigonométricas simples, com soluções na primeira volta

-**Pré requisitos:** Funções trigonométricas, seno, cosseno e tangente.

-**Tempo de duração**: 3 aulas

-**Recursos educacionais utilizados**:Quadro, caneta para quadro, livro didático, folha de atividades.

-**Organização da turma** : Duplas

-**Objetivos**: Resolver equações trigonométrica simples.

-**Metodologia adotada**: Aula expositiva e dialogada. Resolução de exercícios do livro didático, resolução folha de atividades.

Equações simples de trigonometria na primeira volta, ou seja, nosso domínio de estudo é o intervalo entre $0 \leq x \geq 2\pi$.

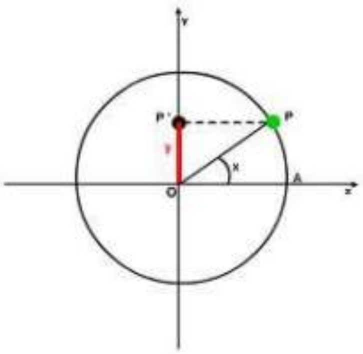
Resolver uma equação trigonométrica é simplesmente determinar para que valores de x a igualdade é verdadeira. Vamos estudar alguns exemplos:

Exemplo 1:

Dada a equação sen x = 0. Determine suas soluções.

Resolução

A primeira pergunta que faremos é: quais os valores de x que tem resposta zero para seno de x? Vamos ver o desenho a seguir:



A projeção do segmento de reta que une O centro da circunferência à extremidade deste arco sobre o eixo OY , determina o seno do arco formado. A pergunta que está sendo feita na equação é: quando este seno será zero**?**

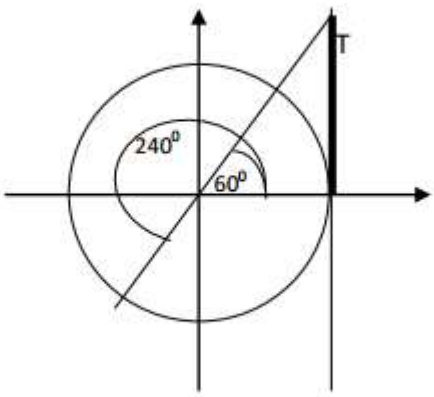
Este valor será zero apenas quando o arco for 0 rad ou π rad, isto é 0^0ou 180^0. Assim, podemos afirmar que sen x = 0 quando x = 0^0ou x = 180^0.

S = {0^0, 180^0} ou S = {0, π}

Exemplo 2:

Determine o valor de x para que tg x = .$\sqrt{3}$

Resolução
Sabemos que no primeiro quadrante, a tg x = $\sqrt{3}$ quando x = $\frac{\pi}{3}$, isto é, x = 60^0



Pelo diagrama, é possível perceber que a tangente vale quando x = 60^0 ou quando x = 240^0, então: S = {60^0, 240^0} ou S = {$\frac{\pi}{3}$,$\frac{4\pi}{3}$}

Exercícios:

01. Resolva as equações trigonométricas, sendo $0 \leq x \geq 2\pi$.
a) cos x = ½
b) sen x = - ½
c) tg x = 1

02. Para que valores de x teremos senx = cos x , sendo $0 \leq x \geq 2\pi$.

03. Dadas as sentenças abaixo, tendo $0 \leq x \geq 2\pi$, preencha as lacunas com V para verdadeiro ou F para Falso:
a) ( ) cos 30^0 > sen 30^0
b) ( ) tg 60^0 < sen 30^0
c) ( ) tg 45^0 = tg 225^0
d) ( ) cos 30^0 = sen 60^0

Avaliação

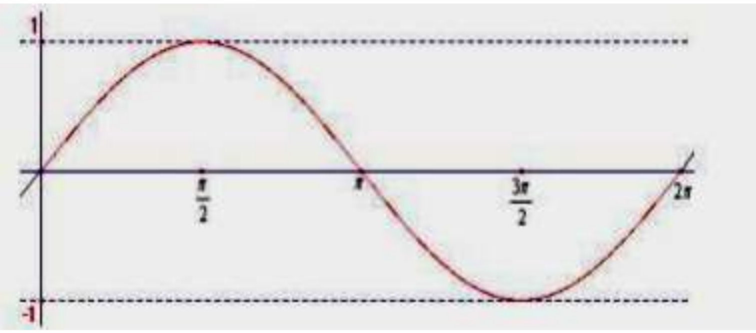
A avaliação será feita de forma contínua, observado o envolvimento do aluno. Os alunos desenvolverão trabalho em duplas a serem entregues. Folha de atividades diagnósticas para avaliar a aprendizagem dos alunos e auto avaliação.

	SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO COORDENADORIA REGIONAL METROPOLITANA VI COLÉGIO ESTADUAL HERBERT DE SOUZA	
Avaliação 4˚ bimestre **DATA:___/____/2014** **DISCIPLINA: MATEMÁTICA**	**PROFESSORA MARISTELA** **ALUNOS(AS)**	**TURMA**

01. Observe as afirmações a seguir:
I – O seno de um arco tem resultado positivo no 2º e no 3º quadrantes;
II – A tangente de um arco é sempre positiva
!!! – O cosseno de um arco é negativo no 1º quadrante e no 4º quadrante.
Responda:
a) Todas as afirmativas são verdadeiras
b) Todas as afirmativas são falsas
c) Apenas a opção II é verdadeira
d) Apenas a opção III é verdadeira
e) As opções I e II são verdadeiras

02. Podemos afirmar que a tangente de um ângulo será positiva em quais quadrantes?
a) 1º e 2º quadrantes
b) 1º e 3º quadrantes
c) 2º e 3º quadrantes
d) 3º e 4º quadrantes
e) 1º e 4º quadrantes

03. Qual das funções abaixo melhor representa o gráfico ?



a) f(x) = cos x
b) f(x) = tg x
c) f(x) = 2 cos x
d) f(x) = senx + 1
e) f(x) = sen x

04. Calcule.

a) sem 1110^0 b) tg 765^0 c) cos $\frac{25\pi}{3}$

05. Dada a equação tg x = 1, sendo $0 \leq x \geq 2\pi$ é correto afirmar que o conjunto solução terá quantos elementos?
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Referências Bibliográficas:

▪ Souza, Joamir. Matemática 1° ano: Novo Olhar. São Paulo: FTD, 2011.

▪ Vídeo da função seno disponível em: <http://www.pensevestibular.com.br/vestibular/video-sobre-funcao-seno >acesso em 23/10/2014.

▪ Vídeo da função cosseno disponível em: <http://www.pensevestibular.com.br/topicosdematematica/trigonometria/funcao-cosseno-video > acesso em 23/10/2014.

▪ Vídeo da função tangente disponível em: <http://pensevestibular.com.br/topicosdematematica/trigonometria/funcao-tangente-video> acesso em 23/10/2014.

▪ Simulador do ciclo trigonométrico disponível em: <http://condigital.unicsulvirtual.com.br/conteudos/CirculoTrigonometrico/CirculoTrigonometrico.html > acesso em 22/10/204.

.