FORMAÇÃO CONTINUADA
EM MATEMÁTICA
Fundação Cecierj/Consórcio Cederj

Matemática 2º ano – 1ª Bimestre/2013

Plano de Trabalho 1

Função Logarítmica

Tarefa 3

Cursista: Quezia de Oliveira Vargas da Silva
Tutor: Maria Cláudia

<u>Sumário</u>

Introdução

A matemática está impregnada em quase todas as atividades da vida. Desenvolver o estudo de Função Logarítmica possibilita desencadear situações-problema, referentes à história da matemática ou até situações do cotidiano relacionadas ao conteúdo.

O objetivo de apresentar essas situações é de explorar o conhecimento prévio do aluno e levá-lo a reconhecer a necessidade de estudar o conceito apresentado. É de grande valia apresentar esse tópico de maneira atraente para o aluno. Por exemplo, utilizando diferentes linguagens, fotografias, tabelas, na intenção de estimulá-lo a ter interesse pelo que está sendo abordado fazendo assim a associação com o cotidiano e a realidade de cada um.

A intenção foi priorizar a construção do conhecimento pelo fazer e pensar do aluno, facilitando, estimulando, orientando e incentivando a aprendizagem.

O planejamento está em torno de aulas expositivas partilhadas dialogadas com os alunos, e até apropriadas para organizar as descobertas, as idéias e os resultados. Um texto introduzindo o assunto, indicando as atividades propostas.

Desenvolvimento

Assunto: Função Logarítmica

Duração prevista: **Quatro aulas de 100 min (400 min)**

Objetivos: Reconhecer a aplicação da função logarítmica no cotidiano.

Pré-requisitos: Cálculo de potência e operações com exponenciais.

Material necessário: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

Organização da classe: Turma disposta em duplas de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

Descritores associados:

H34 – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

Texto a ser abordado antes de qualquer atividade proposta:

Revisitando a função logarítmica

Vamos pensar juntos no seguinte experimento: tome em sua mão um peso de 20 g e vamos testar sua habilidade em distinguir entre este peso e um peso um pouco superior. Neste experimento, estamos utilizando a palavra peso em vez de massa, recorrendo simplesmente à linguagem comum.

As experiências de cientistas do século XIX mostram que você não seria capaz de distinguir entre um peso de 20 g e um peso de 20,5 g. Mas que, em geral, você conseguiria achar mais pesado um peso de 21 g que um peso de 20 g. Assim, o aumento do estímulo requerido para que você consiga diferenciar os pesos é de 1 g. Estes cientistas notaram que se dobrarmos o peso para 40 g, não será mais possível para nós diferenciar um peso de 41 g de um peso de 40 g. Precisaríamos de um aumento de estímulo de 2 g. A partir desses dados e observações, concluiu-se que conseguimos discriminar os pesos se a magnitude de discriminação é aumentada em 5% ou 1/20 do valor original. Resultados análogos foram observados para as percepções de som, luz, olfato e gustação. Este é um estudo muito original do anatomista e fisiologista alemão E. H. Weber (1795-1878) que lida com a resposta dos seres humanos a estímulos físicos. Anatomista e fisiologista alemão nascido em Wittenberg, considerado o criador da psicologia experimental. Formado na Universidade de Leipzig, onde também serviu como professor de anatomia e fisiologia, descreveu experimentos com ondas em laboratório desenvolvidos juntamente com seu irmão Wilhelm Eduard (1804-1891) e publicado em livro (1825). Autor do número de Weber que relaciona MATEMÁTICA forças de inércia com tensão superficial. Além disso, construiu o primeiro eletrodinamômetro (1846), instrumento para medição de forças de atração entre cargas elétricas. Morreu em Leipzig, Alemanha, e também ficou muito conhecido por seu pioneiro trabalho na exploração dos órgãos dos sentidos e da sensibilidade da pele. Seus estudos do ouvido e da sensação de pressão e temperatura pela pele marcaram o início da psicologia experimental. Sua lei de sensação, chamada lei de Weber, formulava a relação matemática entre o estímulo e sensação resultante, foi a primeira generalização válida em psicofísica.

A Lei de Weber diz que diferenças marcantes na sensação ocorrem quando o aumento de estímulo é uma percentagem constante do próprio estímulo. Abaixo listamos algumas proporções aproximadas para ilustrar a sensibilidade dos sentidos humanos:

Claridade visual 1:50 (s = intensidade de luz)

Tons Musicais 1:10 (s = intensidade de som)

Olfato para borracha 1:8 (s = número de moléculas)

Gosto por solução salina 1:4 (s = concentração da solução)

Mais interessante é que estímulos observáveis diferentes seguem-se uns os outros em uma sequência geométrica ou exponencial. E é aí que a função logarítmica se faz necessária para calcularmos o nível de sensação de um determinado estímulo aos nossos sentidos.

Vejamos um exemplo de como empregamos os logaritmos nos dias de hoje, ao modelar fenômenos naturais, como vimos com os sentidos humanos. O logaritmo é especificamente o nível de sensação na atividade acima. Pois é, um expoente! Atualmente vemos os logaritmos em diversas aplicações tais como na matemática financeira, em desintegração radioativa, no método do carbono 14 para determinar idades de objetos antigos, no resfriamento de um corpo, entre outros.

Exemplo proposto:

Se começarmos a sequência de estímulos observáveis ao nosso tato por 20 g, o próximo estímulo terá que ser de 21 g. Mas qual você acha que será o próximo estímulo observável, isto é, ao tomarmos como base o peso de 21 g, qual será o peso que conseguiríamos distinguir?

____

____

____

“A intenção aqui é fazer o aluno perceber a aplicabilidade do conceito de função logarítmica. Além disso, é possível também fazê-lo perceber a relação inversa entra exponencial e logaritmo.”

Assim, se começamos com o peso inicial de 20g, o nível de sensação 1 corresponderá a 21 g. Já o nível de sensação 2, será de 22,05 g. E, assim por diante.

As aplicações acima são ligadas a diversas áreas científicas! Mas nem sempre foi assim. De fato, os logaritmos foram inventados para resolver um problema que atravancava o desenvolvimento do século XVII: fazer contas de maneira mais eficaz! Essa é a história que iremos contar agora.

"O objetivo aqui é levar o aluno a ter noção de que existem outros métodos de multiplicar e dividir que são diferentes dos algoritmos que eles aprenderam nas primeiras séries escolares. E que esses métodos eram usados em uma época não muito distante de hoje, onde poucos tinham o domínio das operações de multiplicar e dividir."

Um pouco de história:

Determinados conceitos e métodos foram construídos ao longo do tempo. Nem sempre foi tão fácil fazer contas como é hoje, ao se utilizar uma calculadora. Aonde chegamos hoje é parte de nossa história como civilização e essa história merece ser contada e valorizada.

Com a expansão do comércio e a busca de novas terras no século XV, iniciou-se o período das grandes navegações, o que exigiu cálculos mais rápidos e precisos. A falta de instrumentos de cálculo compatível com o volume das contas freava o progresso científico da época. Logo, esta necessidade chamou a atenção de um lorde escocês que se propôs a simplificar a vida dos astrônomos e outros cientistas aplicados. O nobre escocês em questão era John Napier (1550-1617) que em 1614 publicou a sua obra "Descrição da maravilhosa regra dos logaritmos".

Napier era matemático, físico, astrônomo, astrólogo e teólogo. Além disso, Napier era uma figura curiosa. Reza a lenda que este nobre escocês passou algum tempo empenhado em provar que o papa de sua época era o Anticristo, através de outra interpretação dos Evangelhos. Outra história sobre ele é a seguinte: para apanhar pombos de um vizinho seu, Napier deu-lhes ervilhas embebidas em uísque. Assim, ele facilmente apanhou-os por estarem tontos. Será que esse vizinho não achou que Napier era um estranho?

"A invenção dos logaritmos surgiu no mundo como um relâmpago. Nenhum trabalho prévio anunciava ou fazia prever a sua chegada. Surge isolada e abruptamente no pensamento MATEMÁTICA humana sem que se possa considerar consequência de obras ou de pesquisas anteriores." Lord Moulton (1844-1921) – matemático inglês

O logaritmo surgiu como um importante instrumento de cálculo, instrumento este que facilitava os cálculos multiplicativos e trigonométricos através de adições sucessivas.

Atividades propostas depois de abordar sobre fractais:

Um fractal bastante conhecido é o Triângulo de Sierpinsky. Ele é obtido a partir de um triângulo equilátero e após sucessivas repetições dos passos descritos abaixo.

1) Obtenha o ponto médio de cada um dos lados do triângulo

equilátero disponibilizado pelo seu professor.

2) Trace segmentos de reta unindo os pontos médios, obtendo quatro triângulos equiláteros.

3) Com o auxílio da tesoura, recorte o triângulo central.

4) Note que, ao retirarmos o triângulo central, temos agora três novos triângulos. Repita os passos anteriores com os triângulos restantes e obtenha o Triângulo de Sierpinsky em vários estágios, conforme podemos ver na figura abaixo.

OBS.: Aqui será adicionada uma figura com triângulos equiláteros dentro um do outro.

5) Agora é com você! Vamos fazer uma pequena investigação e descobrir o número de triângulos no Triângulo de Sierpinsky a cada iteração. Para tal, preencha a tabela abaixo:

Iteração	0	1	2	3	4	5	6
Número de Triângulos	1	3	9				

6) Você seria capaz de escrever uma fórmula que relacione o número de triângulos na n-ésima iteração?

Caso seus alunos tenham dificuldades em preencher a tabela, intervenha de forma que o aluno perceba que o número de triângulos é expresso por uma sequência de potências de 3, como mostra a tabela a seguir.

Iteração	0	1	2	3	4	5	6
Número de Triângulos	1	3	9	27	81	243	729

“Dessa forma, espera-se que o aluno relacione o número de triângulos com a interação n.”

A brilhante ideia de Stifel consiste na organização de uma tabela que associa duas sequências numéricas. Vamos utilizar a tabela, que construímos juntos, para entender melhor como podemos obter o resultado das multiplicações.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	9	27	81	243	792	2187	6561	19683	59049

7) Efetue as seguintes operações e veja se você percebe algum padrão, observando a tabela:

a) 2 187 X 27 =

b) 6 561 X 243 =

c) 177 147   6 561 =

É importante verificar se os alunos identificam os números da primeira linha da tabela como os expoentes, quando os números correspondentes na segunda linha são escritos como potência de 3. Os alunos deverão encontrar 5 049 como produto de 2 187 por 27 e observar, na tabela, que os números da 1ª linha correspondentes a 2 187 e 27são, respectivamente 7 e 3 e que o número correspondente a 5 049 é 10 e, ainda, que 3 + 7 = 10.

Repare que na multiplicação, por exemplo, entre 27 e 2187 o produto é 59049. Note ainda que os números correspondentes na tabela de 27 e 2187 são, respectivamente, 3 e 7, assim como 3 + 7 = 10 que é o número correspondente a 59049 na tabela.

Repare que para encontrarmos o resultado do produto de 243 e 6561, basta somar os números da primeira sequência correspondentes a 243 e 6561 (5 + 8 = 13). O resultado esperado será o número correspondente a 13 na segunda sequência.

De forma similar, os alunos deverão encontrar o resultado da divisão entre os dois números. Por exemplo, ao dividir 177 147 por 6 561, deverão encontrar 27. Observando a tabela, deverão perceber que os números da 1ª linha correspondentes a 177147 e 6 561 são, respectivamente 11 e 8 e que o número correspondente a 27 é 3 e, ainda, que 11 – 8 = 3.

"O termo logaritmos também foi inventado por Napier e é a combinação de duas palavras gregas – logos e arithmos – a primeira significa razão e a segunda significa número.

A grande percepção de Stifel e Napier foi a observação de que o trabalho com o expoente dos números, quando escritos na forma de potência, se torna bastante simples."

"A partir desse momento introduzimos o conceito padrão de logaritmo, onde mostramos aos alunos o conceito teórico e as propriedades iniciais do tema."

<u>Avaliação</u>

A avaliação se dará durante todo o processo. Os alunos fizeram **atividades individuais, em dupla ou em grupo**. Ao final da abordagem completa, foi aplicada um **prova** com questões envolvendo problemáticas relacionadas ao cotidiano e cálculos relacionados ao estudo de logarítmo. Além disso, durante a aula eram feitas **perguntas informais** que avaliavam o nível de participação e aprendizado do aluno.

Fontes de Pesquisa

Paiva, Manoel. Matemática – Paiva / Manoel Paiva. – 1.ed – São Paulo : Moderna, 2009.

Roteiros de trabalho propostos pelo curso:

MAT _1B_2SER_1 C_Revisitando_a_função_logarítmica

MAT _1B_2SER_1 C_Roteiro_de_ação_1