FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
PROFESSOR: FABIANO BATTEMARCO
ID FUNCIONAL: 4330273-4
3º ANO DO ENSINO MÉDIO
TUTOR (A): EDESON DOS ANJOS SILVA

AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO – INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE

Pontos Positivos – Os alunos conseguiram resolver problemas de probabilidades utilizando o cálculo de probabilidade de um evento e identificar e diferenciar o Espaço Amostral e Evento. Entendemos que o desenvolvimento das habilidades e competências sobre o assunto foram alcançadas com sucesso.

Pontos Negativos – Alguns alunos se mostram desmotivados em desenvolver as atividades e alguns não fizeram nada durante as aulas. Entretanto, percebemos alguns alunos com dificuldade em identificar e diferenciar o Espaço Amostral e Evento.

Impressões dos alunos – Os alunos em sua maioria desenvolveram as atividades, mas disseram que as atividades que envolvem interpretação/raciocínio lógico nesse conteúdo foram mais simples.

Melhoras a serem implementadas – Utilizar mais exercícios contextualizados, principalmente, questões do SAERJ.

Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

MATEMÁTICA 3º Ano – 1º Bimestre /2013

Plano de trabalho

<u>INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE</u>

Tarefa 02

Cursista: Fabiano Battemarco da Silva Martins

fb.sm@bol.com.br

Tutor (a): EDESON DOS ANJOS SILVA

1. Introdução:

O Currículo Mínimo inicia o conteúdo do primeiro bimestre do terceiro ano do Ensino Médio com o conteúdo Análise combinatória que está dentro do campo numérico aritmético. No mesmo bimestre continua o estudo de Introdução à probabilidade que está dentro do campo numérico aritmético.

Resolver problemas de contagem utilizando a probabilidade não é algo simples, visto que os alunos são habituados à memorização e repetição metódica dos cálculos aritméticos. Para elaborar esse plano de trabalho, busquei livros e recursos que usassem a linguagem o mais simples possível e de maneira que possam ser adaptadas de acordo com o aprendizado da turma durante o bimestre, algumas questões foram retiradas de apostilas e do site http://www.saerjinho.caedufjf.net/diagnostica/ que é um banco de dados que fornece questões a partir das habilidades selecionadas. Sabemos que o plano de trabalho dificilmente entra em ação em sua totalidade, pois durante o percurso algumas coisas podem ser adicionadas, retiradas ou adaptadas. O livro didático adotado na escola é o do autor Manoel Paiva, que na apresentação do livro traz sintetizado a forma como esse plano foi traçado.

> As transformações do Ensino Médio brasileiro nos últimos anos visam, entre outros objetivos, a um aprendizado voltado para a continuação dos estudos e ao mundo do trabalho. Por isso, uma das orientações do Ministério da Educação para o Ensino Médio é recorrer a situações práticas, que possibilitem o trânsito entre as disciplinas escolares e suas aplicações na indústria, no comércio, em serviços etc. Além dessas orientações, comuns a todas as disciplinas, os documentos oficiais enfatizam: "A Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo e instrumental, mas deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas". Essa ênfase tem a finalidade de alertar sobre os exageros da visão pragmática da ciência, que podem pôr em risco a aquisição do pensamento matemático. Neste livro, seguimos essas orientações, recorrendo frequentemente a aplicações práticas, destacando, porém, a Matemática como conhecimento científico e, como tal, evolutivo e sistêmico. Enfim, buscamos um ponto de equilíbrio entre ciência e prática. (PAIVA, 2010)

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

O plano de trabalho está divido em aulas, cada dia com dois tempos de cinquenta minutos cada aula. São lecionados na turma de 3° ano do Ensino Médio quatro tempos de aula por semana e meu cronograma prevê durante o quarto bimestre trinta e seis tempos de aula (sendo desprezado aqui o mês de dezembro, devido as avaliações externas, culminância de projetos da escola, fechamento do ano letivo) que são destinadas para a aplicação de dois Planos de Trabalho, então faço uma previsão de dezoito tempos para cada Plano de Trabalho, mas acredito que a aplicação do Plano de Trabalho de Análise Combinatória dure um tempo maior do que o Plano de Trabalho de Introdução à Probabilidade. As aulas são divididas em conceitos e resolução de exercícios de acordo com o aprendizado da turma.

Atividade 1: Desenvolvimento - 1ª e 2ª aula

Habilidade relacionada: Calcular a probabilidade de um evento.

- **Pré-requisitos:** Nenhum.

- **Tempo de Duração:** 100 minutos.
- **Recursos Educacionais Utilizados:** Nenhum.
- **Organização da turma:** Individual.
- **Objetivos:** Resolver problemas com probabilidade. .
- **Metodologia adotada:** No momento inicial, analisaremos o seguinte problema:

Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, a probabilidade de obtermos a bola número 7 é igual a:

(A) 40%
(B) 20%
(C) 90%
(D) 18%
(E) 10%

SOLUÇÃO:

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{\textit{números de casos "favoráveis"}}{\textit{número de casos "possíveis"}}$$

Logo,

P(E) = $\frac{1}{10}$ *ou* 10% .

UM POUCO DE HISTÓRIA

Historicamente, essa teoria surgiu a partir de discussões sobre jogos. No ano de 1654, um jogador da sociedade parisiense, Chevalier de Mére, propôs ao matemático Blaise Pascal (1623-1662) algumas questões sobre possibilidades de vencer em jogos. Uma das questões foi: "Um jogo de dados entre dois adversários chega ao fim quando um dos jogadores vence três partidas. Se esse jogo for interrompido antes do final, de que maneira cada um dos jogadores deverá ser indenizado?".

As reflexões sobre esse e outros problemas propostos por De Mére levaram Pascal a se corresponder com o matemático Pierre de Fermat (1601-1665), o que desencadeou discussões a respeito dos princípios de uma nova teoria, que mais tarde veio a ser chamada de teoria das probabilidades.

Experimento Aleatório

Todo experimento que, repetido em condições idênticas, pode apresentar diferentes resultados recebe o nome de experimento aleatório. A variabilidade de resultados deve-se ao acaso.

São exemplos de experimentos aleatórios o lançamento de uma moeda, o lançamento de um dado, a extração de uma bola de uma urna que contém bolas de diferentes cores, etc.

Espaço Amostral

Consideremos um experimento aleatório. O conjunto de todos os possíveis resultados desse experimento é chamado espaço amostral e indicado por **Ω** (letra grega que se lê: “ômega”).

Indicaremos o número de elementos de um espaço amostral por n (**Ω**).

Exemplo 1:

Lançamos uma moeda honesta e observamos a face volta para cima:

Temos:

$\Omega = \{K, C\}$, onde K: cara e C: coroa; $n(\Omega) = 2$.

Chamaremos cada um dos dois elementos possíveis de ponto amostral.

Exemplo 2:

Uma urna contém cinco bolas vermelhas e quatro brancas. Duas bolas são extraídas, ao acaso, sucessivamente e sem reposição. Observamos a seqüência de cores das bolas sorteadas.

Para determinar **Ω**, vamos construir um diagrama de árvore:

1ª extração — 2ª extração

vermelha — vermelha / branca

branca — vermelha / branca

Indicando vermelha por V e branca por B, temos:

$\Omega = \{(V, V), (V,B), (B, V), (B,B)\}$; $n(\Omega) = 4$

Cada par acima é um dos pontos amostrais de Ω.

Evento

Consideramos um experimento aleatório cujo espaço amostral é Ω. Chamamos evento, e indicamos por E, a qualquer subconjunto de Ω.

Exemplo 1:

Lançamos um dado e observamos o número de face voltada para cima. Vamos determinar os seguintes eventos:

a) E_1: ocorrência de número ímpar.
b) E_2: ocorrência de número maior ou igual a 4.

Temos:
$\Omega = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

a) $E_1 = [1, 3, 5]$; observe que $E_1 \subset \Omega$.
b) $E_2 = [4, 5, 6]$; observe que $E_2 \subset \Omega$.

Obs.:
Quando $E = \Omega$, o evento é dito evento certo e, quando $E = \varnothing$, temos o evento impossível.
Em relação ao exemplo anterior, consideremos os eventos:

a) E_3: ocorrência de número menor ou igual a 6.
$E_3 = \Omega$; E_3 é um evento certo.

b) E_4: ocorrência de número maior que 8.

c) $E_4 = \varnothing$, E_4 é um evento impossível.

Evento Complementar

Consideremos um evento E relativo a um espaço amostral Ω. Chamamos evento complementar de E – indicado por E^C – ao evento que ocorre se, somente se, E não ocorre.
Exemplo:

Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retira-se, ao acaso, uma bola dessa urna. Se E é o evento “ocorre múltiplo de 3”, vamos determinar E^C:

$\Omega = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ e $E = \{3, 6, 9\}$

assim, $E^C = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$ e representa o evento “não ocorre múltiplos de 3”.
Notemos que $E \cup E^C = \Omega$.

Definição de probabilidade

Essa definição de probabilidade é intuitiva, isto é, a probabilidade de ocorrer determinado evento é dada pela razão entre o número de casos favoráveis (ou número de casos que nos interessam) e o número de casos possíveis (ou número total de casos).

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{\textit{números de casos "favoráveis"}}{\textit{número de casos "possíveis"}}$$

Atividade 2: Desenvolvimento - 3ª e 4ª aula

Habilidade relacionada: Resolver problemas com cálculo probabilístico.

- **Pré-requisitos:** Calcular a probabilidade de um evento.
- **Tempo de Duração:** 100 minutos**.**

- **Recursos Educacionais Utilizados:** Nenhum
- **Organização da turma:** Dupla.
- **Objetivos:** Distinguir os eventos na probabilidade.
- **Metodologia adotada:** Resolução de exercícios.

Vamos resolver alguns exercícios:

01) Para a rifa de um computador, foram vendidos mil bilhetes, numerados de 1 a 1.000, dos quais apenas um será premiado por sorteio. Carlos comprou os bilhetes de números 324, 325, 326, 327, 328, 329 e 330. Qual é a probabilidade de um dos bilhetes de Carlos ser sorteado?

02) Uma urna contém 15 bolas numeradas de 1 a 15. Uma bola é extraída ao acaso da urna. Qual a probabilidade de ser sorteada uma bola com número maior ou igual a 11?
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{10}$ e) $\frac{1}{11}$

03) Os 240 cartões de um conjunto são numerados consecutivamente de 1 a 240. Retirando-se ao acaso um cartão desse conjunto, a probabilidade de se obter um cartão numerado com múltiplo de 13 é:
a) 7,5% b) 8% c) 9 ,1% d) 10% e) 11%

04) Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores positivos de 60, a probabilidade dele ser primo é:
a) 31% b) 39% c) 49% d) 25% e) 67%

05) Rafael tem 6 cupons de uma promoção, cujo prêmio é o almoço em uma churrascaria. Qual a probabilidade de Rafael ganhar o prêmio, sabendo que foram distribuídos 320 cupons no total?
a) 1% b) 1,15% c) 1,875% d) 2% e) n.r.a.

06) Na retirada de uma bola de uma urna contendo 3 bolas vermelhas e 2 brancas, qual é a probabilidade de obter-se uma bola vermelha?
a)16% b) 20% c) 12% d) 60% e) 10%

07) Qual é a probabilidade de, em três lançamentos de uma moeda honesta, serem obtidas mais caras do que coroas?
a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{3}$

08) Jogam-se dois dados honestos ao mesmo tempo. A probabilidade de que o produto dos pontos obtidos seja 20 é aproximadamente igual a:

a) 5,5% b) 6,5% c) 7,5% d) 8,5% e) 9,5%

09) Ricardo joga uma moeda 6 vezes. A probabilidade de ocorrer cara, pelo menos uma vez, é, aproximadamente:
a) 96% b) 97% c) 98% d) 99% e) n.r.a.

10) (FESP) Considere os números 8, 12, 15, 21, 24, 28 e 30. Escolhendo-se ao acaso um desses números, a probabilidade de que ele seja múltiplo de 4 é, aproximadamente, igual a:
a) 45% b) 48% c) 51% d) 54% e) 57%

11) No lançamento simultâneo de dois dados perfeitos, a probabilidade de obter soma diferente de 11 é, aproximadamente,
a) 5,5% b)94,4% c)83,4% d) 16,6% e) 20%

EXERCÍCIOS COMPLEMANTARES

01)Uma urna contém 15 bolas numeradas de 1 a 15. uma bola é extraída ao acaso da urna. Qual a probabilidade de ser sorteada uma bola com número maior ou igual a 11?

02)Um dado é lançado e observa-se o número da face voltada para cima. Qual a probabilidade de esse número ser:

a) menor que 3?

b) maior ou igual a 3?

03)A coroa circular formada pelos círculos gira em torno de seu centro, para e define um único ganhador, que ocupa o posição A. Todos os signos tem igual possibilidade de ocupar esta posição. A probabilidade de um jogador escolher 1 signo e ganhar é, aproximadamente:

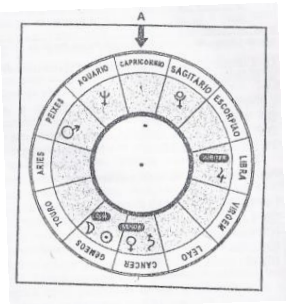
a) 8,3%

b) 12,5%

c) 16,5%

d) 30,5%

e) 40%



04)Uma urna contém 100 bolas numeradas de 1 a 100. Uma bola é extraída ao acaso da urna, e seu número é observado. Qual a probabilidade de o número sorteado ser quadrado perfeito?

05)Uma moeda é lançada três vezes sucessivamente. Qual a probabilidade de observarmos cara no segundo lançamento?

06)Em certa cidade, os táxis de uma frota são numerados de 1 a 200. Uma pessoa toma um táxi dessa frota ao acaso.

a) Qual a probabilidade de o número do táxi ser 85?

b) Qual a probabilidade de o número do táxi ser maior que 122?

07)Lançando-se um dado duas vezes, a probabilidade de ser obtido o par de valores 2 e 3, em qualquer ordem, é de:

a) 1/6
b) 1/9
c) 1/2
d) 1/15
e) 1/18

08)Numa urna existem cinco bolas que diferem apenas na cor: duas brancas e três pretas. A probabilidade de se retirar, aleatoriamente, uma bola branca e, em seguida, sem reposição, retirar outra bola branca é igual a:

a) $\frac{2}{25}$
b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{1}{25}$
d) $\frac{1}{10}$

09) A probabilidade de um inteiro n, $1 \leq n \leq 999$, ser um múltiplo de 9, é:

a) 1/999
b) 1/10
c) 2/9
d) 1/3
e) 1/9

10)Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Seja o experimento "retirada de uma bola" e considere os eventos:

A = { a bola retirada possui um número múltiplo de 2 }
B = { a bola retirada possui um número múltiplo de 5 }
A probabilidade do evento $A \cap B$ é:

a) 1/2
b) 1/4
c) 1/10
d) 3/5
e) 7/10

11)No lançamento simultâneo de dois dados perfeitos, a probabilidade de obter soma diferente de 11 é, aproximadamente:

a) 5,5%
b) 94,4%
c) 83,4%

d) 16,6%

12)Com os dígitos 1, 2, 3, 4 e 5 são formados números de 4 algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso. A probabilidade desse número ser par é:

a) 1/3
b) 2/5
c) 3/5
d) 2/3

13) No lançamento de um dado, qual a probabilidade de dar na face virada para cima um número maior que 4?

14) Seja o lançamento de dois dados honestos. Qual a probabilidade de obtermos pontos iguais nos dois dados?

a) ½
b) ¼
c) 1/3
d) 1/5
e) 1/6

15) Seja o lançamento de dois dados honestos. Qual a probabilidade de observarmos um resultado cuja soma dos pontos seja 10?

a) 1/6
b) 1/10
c) 1/12
d) 10/36
e) 1/3

16) Jogando-se ao mesmo tempo dois dados honestos. Qual a probabilidade de o produto dos pontos ser 12?

a) 1/3
b) 1/6
c) 1/9
d) 1/2
e) 1/5

17) Jogando-se ao mesmo tempo dois dados honestos. Qual a probabilidade de o produto dos pontos ser 12?

a) 1/3
b) 1/6
c) 1/9
d) 1/18
e) 1/5

- **Referências:**

NERY, CHICO. **Matemática para o Ensino Médio**, Volume Único, 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2001.

PACCOLA, HERVAL; BIANCHINI, EDWALDO. **Curso de Matemática**, Volume Único, 2. Ed. São Paulo: Moderna, 1998.

PAIVA, MANOEL RODRIGUES. **Matemática: Paiva**, Volume 3, 2.ed. São Paulo: Moderna, 2010.

- **Endereços eletrônicos acessados de 29/10/2012 a 14 /09/2012.**

http://2.bp.blogspot.com/_5lutUHN9gkk/TJqGjPdRTeI/AAAAAAAAAAc/M7wiTObdBNg/s1600/polin%C3%B4mio.JPG

http://www.coladaweb.com/exercicios-resolvidos/exercicios-resolvidos-de-matematica/polinomios

http://exercicios.brasilescola.com/matematica/exercicios-sobre-polinomios.htm

http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&ved=0CCwQFjAC&url=http%3A%2F%2Fprofessorwaltertadeu.mat.br%2FGABlistaconceitodepolinomios2009.doc&ei=U4iOUKHwG4bq9AT7t4DgBA&usg=AFQjCNEf86DAtvjVSku135D38jLvg108aA

http://www.rdmf.mat.br/arquivos/downloads/251de62a8678ab157202d39793c20029.pdf