



Voando com as matrizes

Dinâmica 1

2ª Série | 3º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	2ª Série do Ensino Médio	Algébrico-Simbólico	Matrizes e Determinantes

Aluno

PRIMEIRA ETAPA

COMPARTILHAR IDEIAS

ATIVIDADE • ZERO PARA QUE TE QUERO!

Você já parou para pensar sobre o zero?

Já se deu conta de que ele é, na verdade, o nada que gera tudo?

Antes de responder a algumas perguntas relacionadas a esse tema, você deve ler um trecho do texto “A importância do número zero”, retirado da revista Superinteressante.

As regras que valem para todos os outros não servem para ele. Só as obedece como e quando bem entende. “Assim faço a diferença”, costuma dizer. Mas não é nem um pouco egoísta. Pelo contrário. Quanto mais à direita ele vai, mais aumenta o valor do colega da esquerda, multiplicando-o por dez, 100 ou 1 000. Trata-se de um revolucionário. Com ar de bonachão, dá de ombros quando é comparado ao nada. “Sou mesmo”, diz. “Mas isso significa ser tudo.” Com vocês, o número zero – que ganha, nestas páginas, o papel que lhe é de direito: o de protagonista de uma odisséia intelectual que mudou o rumo das ciências exatas e trouxe novas reflexões para a história das ideias.

Pode soar como exagero atribuir tal importância a um número aparentemente inócuo. Às vezes, você até esquece que ele existe. Quem se preocupa em anotar que voltou da feira com zero laranjas? Ou que comprou ração para seus zero cachorrinhos? Só fica preocupado quando descobre um zero na conta bancária. Mesmo assim, logo que chega o pagamento seguinte, não sobra nem lembrança daquele número gorducho.

Disponível em: <http://super.abril.com.br/ciencia/importancia-numero-zero-442058.shtml>

1. O texto deixa claro que, quanto mais zeros acrescentamos à direita de um número (diferente de zero), maior esse número fica. Por outro lado, ouvimos muitas pessoas falarem que: “O Fulano é um zero à esquerda”! Troque ideias com seu colega e relacionem essa frase com o posicionamento do zero à esquerda de um número.

2. O texto não menciona as operações com o número zero, contudo elas têm algumas particularidades. Complete o quadro a seguir e depois discuta um pouco com o seu colega a respeito do que vocês observam.

472	-		=	0
215	-		=	215
53	×	0	=	
0	÷		=	0
	+	4533	=	4533
14027	-		=	0
	×	19	=	0
	÷	15	=	0

3. O que acontece quando se adiciona zero a algum número?

4. Em Matemática, um elemento neutro é aquele cuja utilização numa operação não causa alteração no outro elemento, independente de realizarmos essa operação à esquerda ou à direita. Nesse sentido, o que você pode afirmar sobre o número zero em relação à operação de adição?

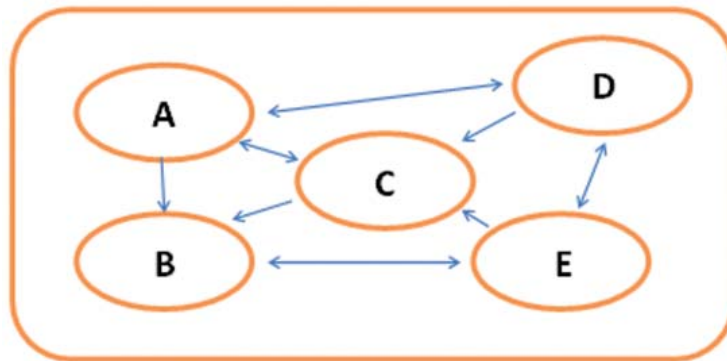
5. Quando fazemos a conta $54 - 0$ encontramos 54 como resultado. O zero pode então ser considerado o elemento neutro da subtração? Por quê?

SEGUNDA ETAPA

UM NOVO OLHAR...

ATIVIDADE • CADÊ O MEU VOO?

Suponha que dos aeroportos de 5 cidades partam voos diários. As rotas existentes entre as cidades estão representadas pelas setas no desenho a seguir.



Observando o sentido da seta conseguimos observar qual é o ponto de partida e qual é o ponto de chegada de cada voo.

1. Indique três rotas diferentes para sair da cidade A e chegar na cidade B.

2. Existe voo direto entre as cidades A e B?

3. Você e seu colega devem preencher a tabela a seguir. Para isso, devem preencher com o número 1, quando existir voo direto partindo de uma cidade para a outra, e com o número zero, caso contrário.

		CIDADES DE CHEGADA				
		A	B	C	D	E
CIDADES DE PARTIDA	A		1			
	B	0			0	
	C		1			
	D				0	1
	E	0				

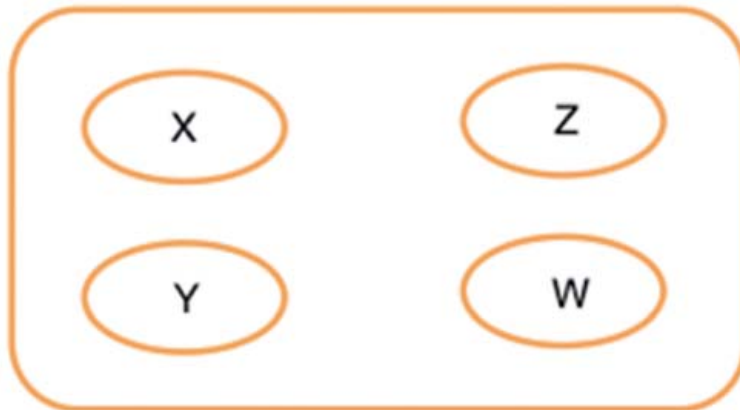
4. Observando na tabela a diagonal que une o canto superior esquerdo ao inferior direito, você consegue explicar por que ela é formada só por zeros?

5. Ao invés de usar uma tabela podemos utilizar uma matriz para representar as rotas existentes entre as cidades. Suponha agora que dos aeroportos de 4 cidades, X, Y, Z e W partam voos diários e as rotas estejam representadas na matriz a seguir.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & X & Y & Z & W \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 X \rightarrow & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 Y \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 Z \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 W \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

As linhas referem-se a de onde partem os voos e as colunas, de onde chegam os voos. Assim podemos observar que o elemento da primeira linha e segunda coluna nos diz que não há voo saindo de X e chegando em Y. Já o elemento da segunda linha e primeira coluna nos mostra que há voo saindo de Y e chegando em X.

Analisar a matriz que fornece as rotas entre as cidades X, Y, Z e W e faça as setas que indicam as rotas no diagrama.



TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE • TÃO DIFERENTES E TÃO PARECIDAS!

Você e seu colega devem observar algumas informações sobre matrizes e trocar ideias para responder às questões a seguir.

1. Se uma matriz tem m linhas e n colunas, dizemos que sua ordem é $m \times n$.

Com base nessa informação, complete a tabela identificando o número de linhas, o número de colunas e a ordem de cada uma das matrizes a seguir:

MATRIZ	NÚMERO DE LINHAS	NÚMERO DE COLUNAS	ORDEM
$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$			
$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$			
$C = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$			
$D = [-1 \ 5 \ 7]$			

2. Dadas duas matrizes de mesma ordem, A e B, a matriz soma (A+B) é obtida somando os elementos correspondentes das duas matrizes.

a. É possível somar as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$? Por quê?

b. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, calcule o valor da matriz A+B.

3. Considere a matriz $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$. Encontre uma matriz que somada com a matriz D dá a própria matriz D como resultado. Quais são os elementos dessa matriz? Como ela é representada?

4. Na primeira etapa desta dinâmica, discutimos um pouco sobre o 0 ser o elemento neutro da adição dos números reais. Pensando em uma matriz que faça o mesmo papel, indique-a em cada caso, ou seja, descubra a matriz que deve ser adicionada a cada uma das matrizes a seguir para que o resultado seja a matriz dada.

MATRIZ	MATRIZ QUE NÃO ALTERA O RESULTADO DA ADIÇÃO.
$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	
$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$	
$C = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$	
$D = [-1 \ 5 \ 7]$	

5. Quais as características das matrizes encontradas no item 4? Levando em conta essa característica, invente um nome para esta matriz.

6. E a subtração de duas matrizes? Levando em conta a mesma ideia de subtrair os elementos correspondentes, encontre a matriz $E - F$, sabendo que

$$e \ E = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 8 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \ e \ F = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} .$$

7. Agora um desafio. Qual é a matriz que adicionada à matriz , resulta na matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$?

Olhe para os elementos dessa matriz e para os da matriz A. Agora discuta com seu colega e pensem em um nome para essa matriz.

QUARTA ETAPA

QUIZ

Observe a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$. Qual a matriz B que somada com a matriz

A resulta na matriz $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$?

a. $B = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -4 \\ -1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

c. $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

d. $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

QUINTA ETAPA

ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUIZ

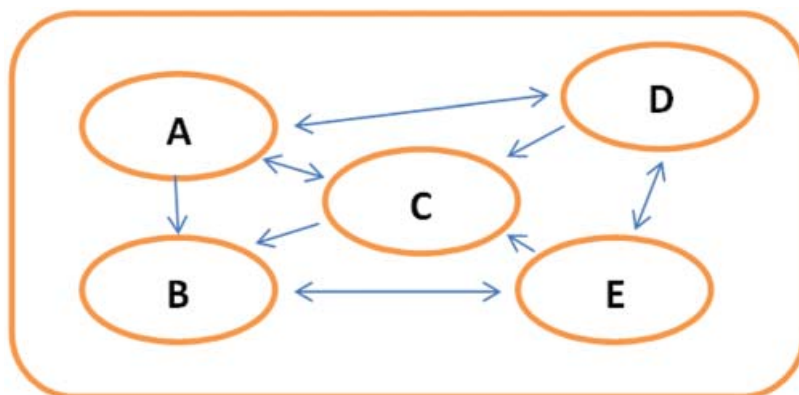


ETAPA FLEX

PARA SABER +

Viajar é sempre uma delícia! Conhecer lugares novos, pessoas diferentes, culturas variadas... Mas, o que esse papo de viagem tem a ver com Matemática?

Vamos voltar um pouco à Etapa 2 para descobrir! Lá, vimos as rotas existentes entre as cidades A, B, C, D e E.



Na matriz a seguir, estão representadas as rotas, onde as linhas referem-se de onde partem os voos e as colunas de onde chegam os voos.

	A	B	C	D	E
	↓	↓	↓	↓	↓
A →	0	1	1	1	0
B →	0	0	0	0	1
C →	1	1	0	0	0
D →	1	0	1	0	1
E →	0	1	0	1	0

Chamaremos esta matriz de M .

A multiplicação entre matrizes ocorre de uma forma um pouco diferente, e não é tão imediata quanto a operação de adição – na dinâmica 2 você terá a oportunidade de entender um pouco sobre a multiplicação de matrizes.

Por enquanto, observe a matriz M^2 a seguir. Ela também traz informações sobre os voos entre as cidades.

$$M^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{matrix} \begin{matrix} \leftarrow A \\ \leftarrow B \\ \leftarrow C \\ \leftarrow D \\ \leftarrow E \end{matrix} \end{matrix}$$

Para entendê-la, analise as informações da tabela a seguir e compare com os dados da matriz M^2 .

EXEMPLOS	ROTAS	QUANTIDADE DE ESCALAS	QUANTIDADES DE VOOS COM <u>UMA</u> ESCALA APENAS
ORIGEM A DESTINO D	A → D	Não há escalas	0
	A → B → E → D	Há 2 escalas	
	A → C → B → E → D	Há 3 escalas	
ORIGEM B DESTINO C	B → E → C	Há 1 escala	1
	B → E → D → C	Há 2 escalas	
	B → E → D → A → C	Há 3 escalas	
ORIGEM E DESTINO A	E → C → A	Há 1 escala	2
	E → D → A	Há 1 escala	
	E → D → C → A	Há 2 escalas	

Como você deve ter percebido, a matriz descreve a existência de voos com exatamente uma escala.

E agora, você teria alguma pista sobre o que representa a matriz M^3 ? Ela traz informações a respeito dos voos com, exatamente, duas escalas entre essas cidades. Descubra qual é a matriz M^3 e confira!

AGORA, É COM VOCÊ!

1. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, indique:

- o elemento que ocupa a primeira linha e segunda coluna;
- o elemento que ocupa a terceira linha e primeira coluna;
- o número oposto ao elemento que ocupa a segunda linha e segunda coluna;
- a matriz que, ao ser somada à matriz A , resulta na matriz nula.

2. Quais elementos estão faltando para que a igualdade seguinte seja verdadeira?

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & & -3 \\ -4 & 1 & \\ & & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
