Curso: FORMAÇÃO CONTINUADA NOVA EJA
MODULO 3 - 2o bimestre do 1o semestre de 2014
Regional: Metropolitana VI - Tijuca I
Tutor: Carlos Eduardo Lima de Barros
Cursista: MARCLEI LOPES SERPA
Matricula: 0935145-3

Plano de Ação 29 - Tema: Matrizes

INTRODUÇÃO

Os alunos devem entender a importância de dados expostos em tabelas. Devem responder a questões como “O que acontece se eu mantenho a explicação dos cartazes e mudo as tabelas entre os cartazes?”, “O que acontece se, dentro de uma tabela, eu troco dados?”.

Por fim, eles terão entendido que as tabelas devem ser organizadas em linhas e colunas e as informações de cada linha devem se relacionar com uma única informação de cada coluna. Esse é o passo inicial para se entender o que é uma matriz.

A partir daí, o aluno deverá saber representar e interpretar uma tabela de números como uma matriz, identificando seus elementos e seus usos.

Ainda na 1ª aula de matrizes, o aluno deverá entender como é o processo de criação de uma matriz seguindo uma regra de formação.

Como entendo que contextualizar é sempre o melhor caminho para o aprendizado, antes de operar as matrizes, induzirei os alunos a compararem duas ou mais matrizes através de um simples exemplo. Através desse exemplo, os alunos entenderão a importância de operar cada elemento de uma matriz com o elemento de outra que ocupe sua mesma posição.

A maior dificuldade será o tratamento da multiplicação entre matrizes. Possivelmente não consiga trabalhar tal conteúdo na 2ª aula tendo que avançar para a 3ª aula onde introduzirei a ideia de determinante.

DESENVOLVIMENTO

Apresentarei aos alunos cartazes com três situações.

Segue abaixo o boletim de notas de um determinado aluno da escola Bem saber.

	1ºB	2ºB	3ºB	4ºB
Matemática	10	8	9	7
Português	3	5	2	1
História	8	8	7	3
Geografia	9	8	7	8
Ciencias	7	9	9	4

Na loja de roupas em que Pedro trabalha, o seu chefe pediu que ele apresentasse o estoque do que tem disponível para venda.

	P	M	G	XG
Camisas	50	18	22	6
Calças	35	27	21	9
Bermudas	12	31	29	9
Cintos	57	64	17	4
Vestidos	44	11	9	0

Claudio observou essas informações na sala de ergometria de sua academia para batimentos cardíacos a cada 15 segundos.

Idade	Baixa	Média	Boa	Excelente
20-29	24	30	37	49
30-39	20	27	33	45
40-49	17	23	30	42
50-59	15	20	27	38
60-69	13	17	23	35

Abrirei a discussão com a pergunta: “O que esses três cartazes têm em comum?” Direcionarei aos alunos ao fato de que ambos os cartazes apresentam informações dentro de tabelas.

Farei as seguintes perguntas:

1- O que acontece se, no 1º cartaz, eu troco as palavras Matemática e Português? (O aluno estará em recuperação em Matemática e pensará que está em recuperação em Português. Isso poderia causar sua reprovação.)
2- O que acontece se, no 2º cartaz, eu troco o G com o XG? (O dono da loja comprará para repor o estoque mais roupas G quando o que mais precisa é XG e tem grande quantidade G ainda. Isso poder até "encalhar" roupas na loja).
3- Por fim, o que poderia acontecer se um senhor, com 65 anos, lesse uma tabela dessas onde as idades estão invertidas, ou seja, organizadas da maior idade para a menor? (Ele tentaria se esforçar para chegar a 49 batimentos quando o seu batimento máximo deve ser 35. Teria um infarto)

A conclusão que devemos juntos chegar é que as tabelas possuem um grau de importância desde que suas linhas e colunas estejam em sintonia.

Explicarei que cada uma dessas tabelas é chamada de Matriz.

Assim chegaremos a definição de matrizes.
Matriz Retangular do tipo **m** x **n** (lê-se "m por n") é uma tabela de valores dispostos em m linhas (horizontais) e n colunas (verticais).
Denotamos por **aij** ao elemento da linha i e da coluna j.

Se **A** é uma matriz do tipo **m** x **n**, escrevemos:

$$A = (a_{ij})_{3x2} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$$

1ª proposta de atividade:
Os alunos devem fazer em dupla a atividade 1 e atividade 2 (pag 54 e 55) do livro do estudante (Reconhecendo elementos de uma matriz). Em 5 minutos, correção.

Na lousa, apresentarei a definição de matriz quadrada (e nesse caso,a visualização da diagonal principal), matriz nula, matriz linha, matriz coluna, matriz identidade e matriz transposta.

Nosso próximo passo nos estudos das matrizes será a criação de uma matriz através de uma regra de formação.

1- Criarei, para que eles observem a matriz A_{2X3} definida por $a_{ij} = i + j$

Inicialmente entenderemos que "2X3" representa 2 linhas e 3 colunas. Assim teremos:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$ e calcularemos cada valor dessa matriz:

$a_{11} = 1 + 1 = 2$ em diante.. até completar a matriz.

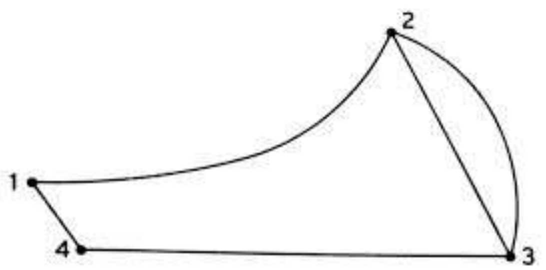
A proposta de trabalho seguinte será que eles façam em dupla, as seguintes matrizes:

2- B_{3X2} definida por $b_{ij} = i + 2j$

3- C_{3X3} definida por $c_{ij} = 3i - j$

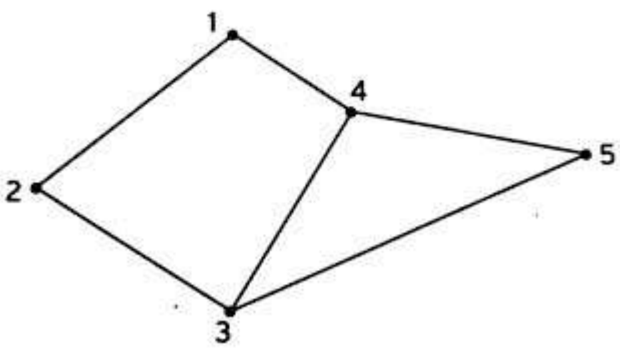
Possivelmente não haverá tempo para a correção dessa atividade. A mesma ficará para ser corrigida na próxima aula e, valendo como avaliação, farei uma proposta de atividades para serem realizadas em casa.

4. Observe a figura a seguir.



Construa a matriz associada a esse desenho, na qual $a_{ij} = 2$ se os pontos *i* e *j* estiverem ligados ou se $i = j$, e $a_{ij} = 1$ se os pontos *i* e *j* não estiverem ligados.

5. Usando o código do exercício anterior, construa a matriz 5 × 5 associada a esta figura.



A aula seguinte será iniciada coma correção das atividades propostas na aula anterior com o intuito de relembrar e fixar mais o conteúdo.

Na atividade 4, como são 4 pontos, haverão 4 linhas e 4 colunas.

A matriz será $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e na atividade 5, com o acréscimo de mais um elemento, serão 5 linhas e 5 colunas. Assim teremos a matriz $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Para iniciarmos o assunto da 2ª aula de matriz, darei o seguinte exemplo:

Uma loja de roupas paga a comissão aos seus vendedores a cada trimestre conforme descrito abaixo:
Camisa: R$0,20/peça
Calça:: R$0,21/peça
Sapato: R$0,24/peça
Meias: R$0,15/peça

Ao final de três meses, foram apresentadas as seguintes tabelas para calculo do comissionamento:

Janeiro	Camisa	Calça	Sapato	Meias
Fred	45	21	34	57
Jorge	32	39	40	60
Gina	43	42	51	61

Fevereiro	Camisa	Calça	Sapato	Meias
Fred	30	29	12	61
Jorge	32	28	15	65
Gina	31	32	27	42

Março	Camisa	Calça	Sapato	Meias
Fred	39	31	11	42
Jorge	35	21	25	41
Gina	36	20	15	54

Como iremos calcular a comissão de cada um?

A turma, disposta em duplas, será alternada de forma que uma dupla represnete o Fred, outra represente o Jorge, outra represente a Gina, outra represente Fred... e assim por diante.

A ideia é que eles somem elementos dispostos nas mesmas posições em diferentes tabelas.

Após completar a atividade na lousa com o auxilio de suas respostas, proporei aos alunos que realizem somas de matrizes.

Atividade 1- Conhecendo as matrizes A e B, determine $A+B$:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$A+B=\begin{pmatrix} 2+3 & 0+4 & 3+5 \\ 5+5 & 0+6 & 1+7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 \\ 10 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

E como desafio, proporei que eles façam,a inda me dupla:

a) $A-B$

b) $2A$

c) $3B$

d) $3A+B$

O próximo tópico será a multiplicação de matrizes. Não sei se conseguirei introduzir tal assunto ainda na 2ª aula de matrizes mas farei constar tal conteúdo dentro dessa aula para, caso haja essa possibilidade.

Exemplo: Em uma determinada escola, as notas bimestrais devem seguir a seguinte tabela de pesos.

Pesos	1ºB	2ºB	3ºB	4ºB
	2	2	3	3

Os alunos João, Ana e Pedro estudam nessa escola e a tabela abaixo apresenta as notas bimestrais de cada um.

Notas	João	Ana	Pedro
1ºB	4	5	8
2ºB	3	6	4
3ºB	2	4	5
4ºB	7	7	2

Sabendo que a média para aprovação é 5.0, será possível descobrirmos qual o aluno foi aprovado? Qual foi a maior média obtida?

Inicialmente transformaremos cada tabela em Matriz

Matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Matriz $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 2 \end{pmatrix}$

Para descobrirmos as médias, inicialmente teremos que somar tiodas as médias multiplicadas com seus respectivos pesos e depois dividir o resultado pela soma dos pesos, ou seja, por 10.

Assim, farei com os alunos a multiplicação da linha da Matriz A com cada coluna da Matriz B, cujo resultado será:
João: 2*4+2*3+3*2+3*7/Ana:2*5+2*6+3*4+3*7/Pedro:2*8+2*4+3*5+3*2

Temos: João:8+6+6+21=41/Ana:10+12+12+21=55/Pedro:16+8+15+6=45
Medias: João: 4,1/Ana: 5,5/Pedro: 4,5 (Apenas a Ana foi aprovada)

MATERIAL DE APOIO

Cartazes
Lousa, caneta e calculadoras para uso dos alunos.

VERIFICAÇÃO DE APRENDIZADO
A avaliação dos alunos estará de acordo com a percepção dos resultados que envolvem a atividade proposta e a participação dos mesmos em sala de aula uma vez que chamarei os alunos para participarem das discussões.
Algumas atividades em dupla serão propostas e essa participação pontuará os alunos..

Serão utilizadas duas questões exploradas em sala para compor a avaliação bimestral.

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA
Matemática e suas tecnologias. Livro do aluno. NOVA EJA. Volume 1. Modulo 3. MATEMÁTICA. 2014..

Curso: FORMAÇÃO CONTINUADA NOVA EJA
MODULO 3 - 2o bimestre do 1o semestre de 2014
Regional: Metropolitana VI - Tijuca I
Tutor: Carlos Eduardo Lima de Barros
Cursista: MARCLEI LOPES SERPA
Matricula: 0935145-3

Plano de Ação 30 - Tema: Sistemas Lineares

INTRODUÇÃO

Serão exibidas algumas situações aos alunos que explorem equações de duas incógnitas como é o caso das notas de R$10,00 e R$20,00 para sacar R$70,00. Espera-se dos alunos que eles percebam que podem haver várias soluções, uma única solução ou nenhuma solução. Esse é o primeiro passo para que eles entendam que existem situações que fogem das equações afins, quadráticas e outras que envolvam apenas uma variável.

Ao chegar a Sistemas de equações lineares, começaremos pelas equações básicas e, até pelo tempo acredito ser inviável avançar muito mais do eu isso nesse momento. Mas mesmo assim, teremos um problema, pois a maioria dos alunos não lembra os métodos de resolução de sistemas com duas equações e duas variáveis. Então, tal método deverá ser revisado para garantir o sucesso da continuidade da aula.

Como o foco principal nesse capítulo não é ensinar a resolver um sistema de duas equações com duas incógnitas, vou trabalhar apenas com o método da substituição por considerá-lo mais completo. Ao final do capítulo, caso haja tempo, apresentarei o método da adição para os que não lembrarem. Mas é possível que alguns alunos lembrem-se durante o desenvolvimento da aula e assim, desejem usá-lo. A ideia não é vetar tal uso. Esses alunos poderão usá-lo normalmente e, caso seja, pedirei a eles participação mais ativa na aula de forma que eles trabalhem em grupo e auxiliem os colegas a usá-lo também.

O ultimo assunto a ser tratado nesse PA é a classificação do sistema em SPD, SPI e SI. Para isso, a ideia é tentar desenvolver alguma atividade que gere interação entre eles de forma que torne o conteúdo mais atrativo. .

DESENVOLVIMENTO

Apresentarei no quadro a seguinte situação:

Quero sacar R$90,00 em um caixa eletrônico e ele só possui notas de R$10,00 e R$20,00. É possível sacar esse valor? Caso seja possível, quais e quantas notas receberei?

Assim, farei uma tabela na lousa com duas colunas onde a primeira coluna mostrará a quantidade de notas de R$10,00 e a segunda coluna, notas de R$20,00. E ai, preencheremos de acordo com suas respostas.

Resultados esperados:

R$10,00	R$20,00
1	4
3	3
5	2
7	1
9	0

No dia seguinte, a intenção é sacar mais R$90,00, mas a máquina só tem notas de R$20,00 e R$50,00.

Nesse caso teremos apenas uma solução:

R$ 20,00	R$ 50,00
2	1

No terceiro dia, desejo sacar mais R$90,00, mas a máquina só oferece notas de R$20,00 e de R$100,00.

E finalmente, nesse caso, não teremos nenhum resultado, pois não há como sacar essa quantidade.

No próximo passo, olharemos essas situações pensando algebricamente. Já estamos acostumados a colocar uma letra sempre no lugar de valores que desconhecemos e queremos descobrir.

Mas, em ambas as situações acima, temos duas coisas a descobrir. Quantidades de cada um dos dois tipos de notas.

Então agora teremos que usar duas letras (variáveis). Escreverei as três situações na lousa.

Situação 1:
Notas de R$10,00 ↔ x
Notas de R$20,00 ↔ y
Então teremos $10x+20y=90$

Situação 2:
Notas de R$20,00 ↔ x
Notas de R$50,00 ↔ y
Então teremos $20x+50y=90$

Situação 3:
Notas de R$20,00 ↔ x
Notas de R$100,00 ↔ y
Então teremos $20x+100y=90$

Cada uma dessas equações, chamamos de equações lineares.

E como já estudamos também, a melhor forma de expressar um único resultado que exponha duas respostas (x e y) é através de um par ordenado (x,y).

Assim, na situação 1, os resultados são (1,4); (3,3);(5,2);(7,1);(9,0), na situação 2: (2,1) e na situação 3, não há resultado a exibir.

Vamos agora fazer juntos a Atividade 1 da página 81 da apostila.

No próximo passo, conversaremos sobre o que pode ser feito para melhorar a 1ª situação de forma que, ao invés de 5, encontremos um único resultado?

"Quero sacar R$90,00 em um caixa eletrônico e ele só possui notas de R$10,00 e R$20,00. É possível sacar esse valor? Caso seja possível, quais e quantas notas receberei?"
Além disso, sei terei a mesma quantidade de notas de cada espécie na mão depois do saque.

R$ 10,00	R$ 20,00
1	4
3	3
5	2
7	1
9	0

A frase adicionada garante que apenas um resultado pode satisfazer essa nova situação.

E por conta dessa nova frase, teríamos também mais uma equação linear.
10x+20y=90 e x=y

E se fosse:
“Quero sacar R$90,00 em um caixa eletrônico e ele só possui notas de R$10,00 e R$20,00. É possível sacar esse valor? Caso seja possível, quais e quantas notas receberei?”
Além disso, foram sacadas 5 notas.

R$ 10,00	R$ 20,00
1	**4**
3	3
5	2
7	1
9	0

Teremos agora: 10x+20y=90 e x+y=5.

Como eu possuo mais de uma equação linear, eu agora tenho então um “*Sistema de equações lineares*”.

E então, para finalizar a aula, revisarei com eles, explicando detalhadamente na lousa a resolução pelo método da substituição da seguinte forma:

$$\begin{cases} 10x + 20y = 90 \\ x = y \end{cases}$$

Substituindo x=y na primeira equação, teremos 10x+20x=90 → 30x=90→x=90/30→x=3 e como x=y, teremos y=3

Assim, o resultado será o par ordenado (3,3) que está marcado de amarelo na tabela.

No caso seguinte:

$$\begin{cases} 10x + 20y = 90 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

A segunda equação nos dá que x=5-y e substituindo na primeira:

10x+20(5-x)=90 (agora teremos uma equação com uma única letra o que viabiliza a resolução.

10x+100-20x=90

10x-20y=90-100

-10x=-10

10x=10

x=10/10

x=1

E como y=5-x, teremos y-5-1, y=4

E a solução será o par ordenado (1,4) pintado de azul na tabela.

Para casa, darei mais 3 exercícios de sistemas com duas equações e duas variáveis para qle eles desenvolvam e resolvam em casa.

1- Pedro e João possuem juntos 8 anos. A idade de João é o triplo da idade de Pedro. Qual é a idade de cada um?
2- A população da cidade A é 3 vezes maior do que a população da cidade B e as duas cidades possuem 600 mil habitantes. Quantos habitantes possui a cidade B?
3- Um professor elabora suas provas de matemática da seguinte forma:
   Em cada questão acertada o aluno ganha 5 pontos.
   Em cada questão errada, o aluno perde 2 pontos.
   Maria fez 22 pontos numa prova de matemática com 10 questões.
   Quantas questões ela errou?

Iniciarei a aula seguinte corrigindo na lousa os três exercícios propostos aplicando o método da substituição em cada um deles.

Depois apresentarei a eles três novas situações e pedirei que eles tentem resolve-las em dupla de acordo com o que foi visto até o momento.

1- Uma prova possui 15 questões divididas em Matemática e Português.
Se dobrarmos o número de questões de matemática e fizermos o mesmo com as questões de Português, teremos então, 30 questões.
2- Uma prova possui 15 questões divididas em Matemática e Português. Segundo normas da escola, a prova deverá ter uma questão de Português para cada duas de matemática.
3- Uma prova possui 15 questões divididas em Matemática e Português. A prova possui o mesmo número de questões para cada disciplina.

Se transformarmos cada situação dessas em um sistema de equações, teremos:

1- $\begin{cases} x+y=15 \\ 2x+2y=30 \end{cases}$

2- $\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases}$

3- $\begin{cases} x+y=15 \\ x=y \end{cases}$

Vale lembrar que o universo é o conjunto dos números naturais pois não existe um número negativo tampouco decimal de questões.

Assim, resolvemos.

1- x=15-y
Na equação abaixo: 2(15-y)+2y=15
30-2y+2y=30
Terminamos com 30=30
2- Como x=2y, teremos 2y+y=15
3y=15
y=5 e x=10
3- x+y=15
como x=y, teremos x+x=15
2x=15
x=15/2
x=7,5 (que não é numero natural)

Concluímos que:

No sistema 1, as variáveis “somem”no resultado.
Então, qualquer valor pode ser resposta para x e y já que não fará a menor diferença no resultado. Chamamos esse tipo de sistema de **SISTEMA POSSIVEL E INDETERMINADO** (pois não pode-se determinar uma resposta exata).

No sistema 2, encontramos uma única solução exata. Chamamos esse tipo de sistema de **SISTEMA POSSIVEL E DETERMINADO** (pois pode-se determinar apenas uma resposta).

No sistema 3, não foi possível achar nenhuma solução que satisfaça as duas equações lineares. Chamamos esse tipo de **SISTEMA IMPOSSIVEL**.

Farei então com os alunos a Atividade “Azul, amarelo e vermelho” contida no material de apoio do professor.

Dividirei a turma em duplas e levarei várias equações Fechadas em papelzinhos dentro de um saco.

Equações do tipo: x+y=12/2x-y=7/3x+4y=15/x-2y=8/x+y=1(...)

Depois distribuirei aos alunos a folha da atividade e farei cada alunos sortear uma equação. A dupla deverá reunir as duas equações, montar o sistema e tentar resolver.

Ao fim, classificar como SPD, SPI ou SI

A correção no quadro de alguns dos sistemas servirão como fixação de conteúdo.

Por fim, perguntarei aos alunos o que aocntece com suas equações se eles

MATERIAL DE APOIO

Lousa e pincel.

VERIFICAÇÃO DE APRENDIZADO
A avaliação dos alunos estará de acordo com a percepção dos resultados que envolvem a atividade proposta e a participação dos mesmos em sala de aula uma vez que chamarei os alunos para participarem das discussões.
Algumas atividades em dupla serão propostas e essa participação pontuará os alunos..

Serão utilizadas duas questões exploradas em sala para compor a avaliação bimestral.

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA

Matemática e suas tecnologias. Livro do aluno. NOVA EJA. Volume 1. Modulo 3. MATEMÁTICA. 2014.