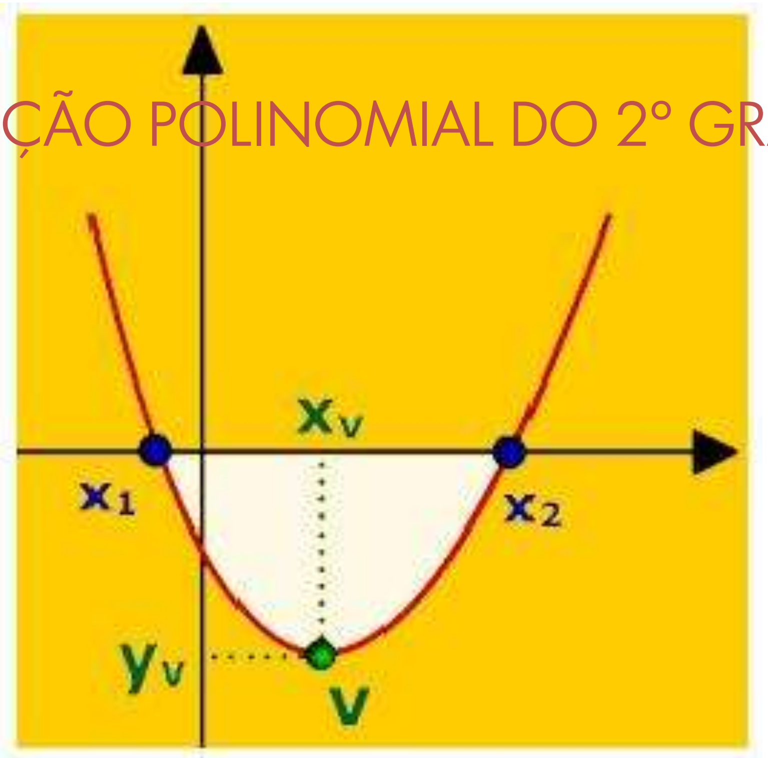
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 1° ANO – 3° BIMESTRE/2012

PLANO DE TRABALHO 1

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2° GRAU



CURSISTA: ZUDILEIDY CAMARA SIAS SARAIVA

TUTOR: FLÁVIO AUGUSTO DE MENEZES ALENCAR

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo abordar alguns assuntos relacionados à Função Polinomial do 2º grau, visto que boa parte deste conteúdo já foi abordado por mim na turma do 1º ano, 1001 Curso Geral/Ensino Médio, do C.E.Geraque Collet, Pureza, São Fidélis/RJ. Será abordado neste planejamento a Resolução de Problemas, a Construção de Gráficos, o Valor Máximo e o Valor Mínimo da Função Polinomial do 2º grau.

Normalmente os alunos têm certa dificuldade em assimilar alguns conteúdos, por isso utilizarei situações próximas do cotidiano dos mesmos, a fim de que eles se interessem pelo assunto, aprendam de forma significativa e prazerosa.

Utilizarei, para aplicação deste plano de trabalho, oito tempos de cinquenta minutos cada, sendo assim distribuídos: seis tempos para o desenvolvimento dos conteúdos e dois tempos destinados à avaliação de aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

- **HABILIDADE RELACIONADA**: Utilizar a função do 2º grau para resolver problemas.

H57 - Resolver problemas envolvendo função do 2º grau.

C1 - Resolver problemas que recaiam na resolução de uma equação do 2º grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

C2 - Resolver problemas que recaiam na resolução de uma equação do 2º grau da forma $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$.

C3 - Resolver problemas que recaiam na resolução de uma equação do 2º grau da forma $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$.

- **PRÉ-REQUISITOS**: Resolução de equações do 2º grau.
- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático e exemplos adicionais.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** individual
- **OBJETIVOS:** Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Abordar os tópicos descritos abaixo.

E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Toda expressão na forma $y = ax^2 + bx + c$ ou $f(x) = ax^2 + bx + c$ com a, b e c números reais, sendo $a \neq 0$, é denominada função do 2º grau.

Os números representados por a, b e c são os coeficientes da função. Note que se $a= 0$ temos uma função do 1º grau ou uma função constante. Em geral, o domínio da função do 2º grau é R, ou um de seus subconjuntos. No entanto quando essa função está ligada a uma situação real, é preciso verificar o que representa a variável independente x para determinar o seu domínio.

EXEMPLO 1

Haverá neste mês de agosto, no C. E. Geraque Collet em São Fidélis-RJ, o *Festival Luiz Gonzaga* e a 1ª. Série do Ensino Médio resolveu encomendar camisas para serem usadas no evento. Para isso, procuraram uma confecção local e ficaram sabendo que o número de camisas C que ela pode fabricar por dia depende do número x de costureiras trabalhando na confecção, e essa dependência é dada pela função $C(x) = 2x^2 + 10x$. Qual é o número de costureiras necessárias para fabricar camisas para os 48 alunos em um dia, já que o evento está próximo e as camisas ainda serão customizadas por eles?

Como os alunos já conhecem a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **, lembrar que dependendo do valor do ∆(delta), podemos ter as seguintes situações no cálculo das raízes de uma função:**

∆ > 0	Possui duas raízes reais e diferentes;
∆ = 0	Possui apenas uma raiz real;
∆ < 0	Não possui raízes reais.

Então fazer a resolução no quadro e mostrar aos alunos que nem sempre as duas raízes encontradas, no caso do delta > 0, são válidas para a resposta do problema proposto.

Resposta: Serão necessárias 3 costureiras para fabricar 48 camisas.

EXEMPLO 2

Um objeto foi jogado do alto de um edifício. Sua altura, em metros, depois de t segundos é dada pela função $H(t) = -5t^2 + 125$. Qual a altura do edifício e em que instante objeto atingirá o solo?

Resolução

A altura do edifício é obtida fazendo t = 0 na função $H(t) = -5t^2 + 125$**. Lembrar aos alunos que está é uma função onde não há o coeficiente b. Assim temos:**

H(0) = - 5. 0 + 125 = 125

O objeto atingirá o solo quando H(t)= 0. Portanto temos:

$- 5 t^2 + 125 = 0$

$t^2 = \frac{125}{5} = 25$

t= 5 segundos

EXEMPLO 3

A altura h, em metros, alcançada por um projétil lançado do solo, em um instante **t**, dado em segundos, é **$h = 10 t - t^2$**, $0 \leq t \leq 10$. O tempo t, em segundos, em que a altura alcançada pelo projétil é igual a **25 m**, é um número que está entre:
a) 0 e 3
b) 3 e 6
c) 6 e 8
d) 8 e 10

Resposta: B

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para resolução de problemas.

ATIVIDADE 2

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Representar graficamente uma função do 2º grau.

  H02- Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.

  C1–Associar um ponto no plano cartesiano às suas coordenadas.

  C2–Associar as coordenadas a um ponto dado no plano cartesiano.

  H62–Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau.

  C2–Reconhecer graficamente uma função do 2º grau em uma situação problema.

  C3-Relacionar os coeficientes de uma função do 2º grau à usa representação gráfica.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Resolução de equações e localização de pontos no plano cartesiano.

- **TEMPO DE DURAÇÃO**: 100 minutos

- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Livro didático adotado pela escola, lousa, notebook do professor com projetor multimídia; software Geogebra e computadores (sala de informática)

- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** 1º momento :individual; 2º momento: duplas

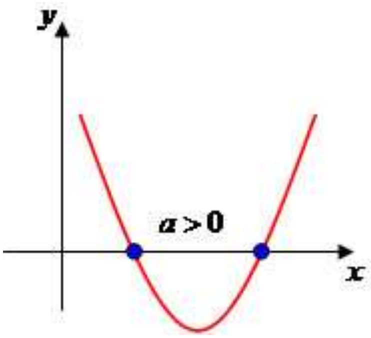
- **OBJETIVOS:** Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Abordar os tópicos descritos abaixo com o uso de notebook e projetor multimídia.

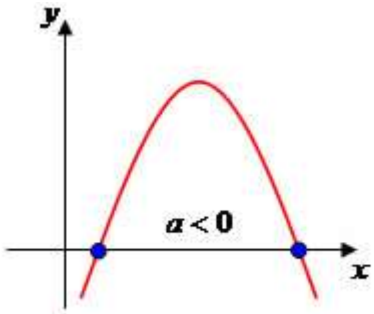
GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

A função do 2º grau assume três possibilidades de resultados ou raízes, que são determinadas quando fazemos f(x) ou y igual a zero,

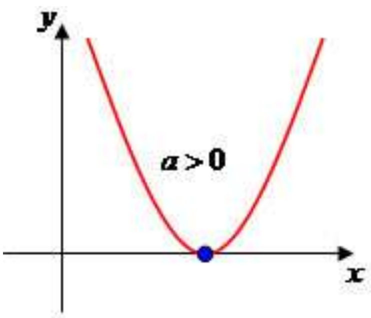
Coeficiente a > 0, parábola com a concavidade voltada para cima
Coeficiente a < 0, parábola com a concavidade voltada para baixo

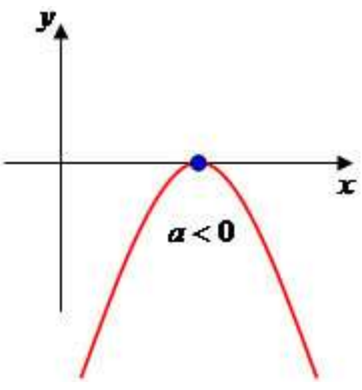
Δ **> 0** – A equação do 2º grau possui duas soluções distintas, isto é, a função do 2º grau terá duas raízes reais e distintas. A parábola intersecta o eixo das abscissas (x) em dois pontos.



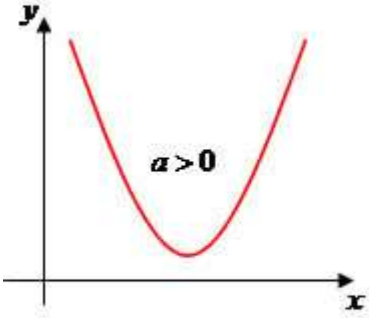


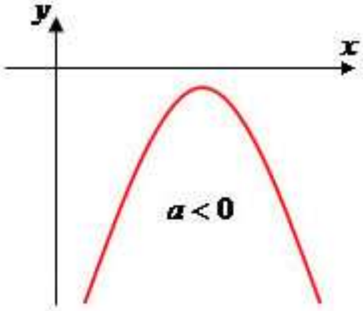
Δ = 0 – A equação do 2º grau possui uma única solução, isto é, a função do 2º grau terá apenas uma raiz real. A parábola irá intersectar o eixo das abscissas (x) em apenas um ponto.





$\Delta < 0$ – A equação do 2º grau não possui soluções reais, portanto, a função do 2º grau não intersectará o eixo das abscissas (x).





O gráfico da função do 2º grau é construído no plano de coordenadas cartesianas, atribuindo valores a x e encontrando os valores correspondentes a y. Os números encontrados são denominados pares ordenados (x,y), e ao serem unidos formam a parábola representativa da função do 2º grau.

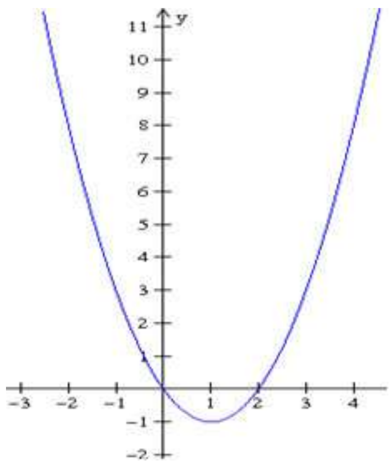
Veja os exemplos:

EXEMPLO 1

$y = x^2 – 2x$ (a > 0)

Observe a tabela com os valores x e y, onde os números de x podem ser escolhidos aleatoriamente, os quais são atribuídos um a um na função, encontrando os valores correspondentes a y.

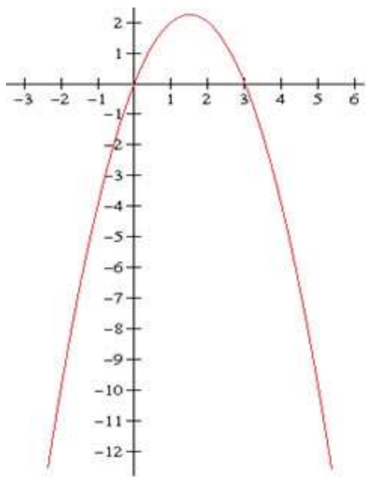
x	$y = x^2 - 2x$
−3	15
−2	8
−1	3
0	0
1	−1
2	0
3	3
4	8



EXEMPLO 2

$y = - x^2 + 3x$ (a< 0)

x	$y = -x^2 + 3x$
−3	−18
−2	−10
−1	−4
0	0
1	2
2	2
3	0
4	−4
5	−10
6	−18



EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para resolução de problemas.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES – Representar gráficos e estudá-los, utilizando o GEOGEBRA, no laboratório de informática, onde os alunos estarão sentados em duplas, devido ao número de computadores.

ATIVIDADE 3

- **<u>HABILIDADE RELACIONADA</u>**: Resolver problemas envolvendo o cálculo do máximo e do mínimo.

H57 - Resolver problemas envolvendo função do 2^o grau.

C4- Resolver problemas que envolvam a determinação do valor do y_v como o valor máximo em uma função do 2º grau.

C5 - Resolver problemas que envolvam a determinação do valor do y_v como o valor mínimo em uma função do 2º grau.

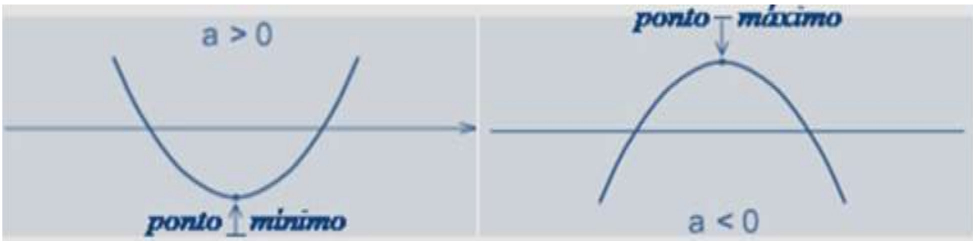
C6 - Resolver problemas que envolvam a determinação do valor do x_v, que fornece o valor máximo de uma função do 2º grau.

C7 - Resolver problemas que envolvam a determinação do valor do x_v, que fornece o valor mínimo de uma função do 2º grau.

- **<u>PRÉ-REQUISITOS</u>**:Funções polinomiais do 2º grau. Reconhecimento do gráfico da função e suas propriedades.
- **<u>TEMPO DE DURAÇÃO</u>**: 100 minutos
- **<u>RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:</u>** notebook do professor com projetor multimídia; software Geogebra; Vídeo sobre função do 2º grau TELECURSO 2000 , livro didático.
- **<u>ORGANIZAÇÃO DA TURMA:</u>** pequenos grupos (2 ou 3 alunos)
- **<u>OBJETIVOS:</u>** Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos cotidianos.
- **<u>METODOLOGIA ADOTADA</u>:** Apresentação do vídeo TELECURSO 2000 para os alunos com o objetivo de mostrar um problema cotidiano. Após isso, **a**bordar os tópicos descritos abaixo.

Valor Máximo e Valor Mínimo da Função Polinomial do 2º grau

A representação gráfica de uma função do 2º grau é dada através de uma parábola, que pode ter a concavidade voltada para cima ou para baixo.



Veja:

Para determinarmos o ponto máximo e o ponto mínimo de uma função do 2º grau basta calcular o vértice da parábola utilizando as seguintes expressões matemáticas:

$$Xv = -\frac{b}{2a}$$

$$Yv = -\frac{\Delta}{4a}$$

O ponto máximo e o ponto mínimo podem ser atribuídos a várias situações presentes em outras ciências, como Física, Biologia, Administração, Contabilidade entre outras.

Física: movimento uniformemente variado, lançamento de projéteis.
Biologia: na análise do processo de fotossíntese.
Administração: Estabelecendo pontos de nivelamento, lucros e prejuízos.

EXEMPLO 1

Na função $y = x^2 - 2x + 1$, temos que $a = 1$, $b = -2$ e $c = 1$. Podemos verificar que $a > 0$, então a parábola possui concavidade voltada para cima possuindo ponto mínimo.
Vamos calcular as coordenadas do vértice da parábola.

$$Yv = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$Yv = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$Yv = -\frac{(-2)^2 - 4*1*1}{4*1}$$

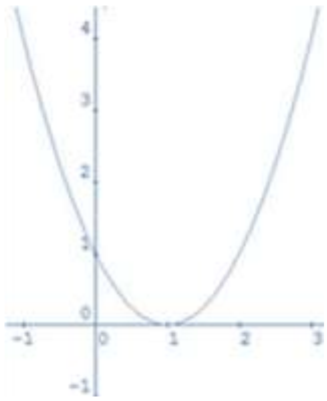
$$Yv = -\frac{4-4}{4}$$

$$Yv = 0$$

$$Xv = -\frac{b}{2a}$$

$$Xv = -\frac{(-2)}{2*1}$$

$$Xv = 1$$



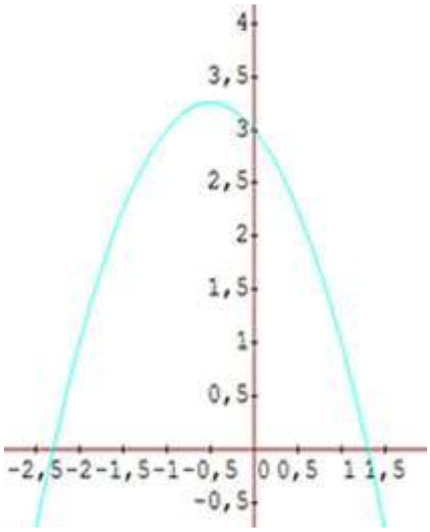
As coordenadas do vértice são (1, 0).

EXEMPLO 2

Dada a função y = $-x^2$ -x + 3, temos que a = -1, b = -1 e c = 3. Temos a < 0, então a parábola possui concavidade voltada para baixo tendo um ponto máximo. Os vértices da parábola podem ser calculados da seguinte maneira:

$$Yv = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$
$$Yv = -\frac{(-1)^2 - 4*(-1)*(3)}{4*(-1)}$$
$$Yv = -\frac{1+12}{-4}$$
$$Yv = -\frac{13}{-4}$$
$$Yv = 3{,}25$$

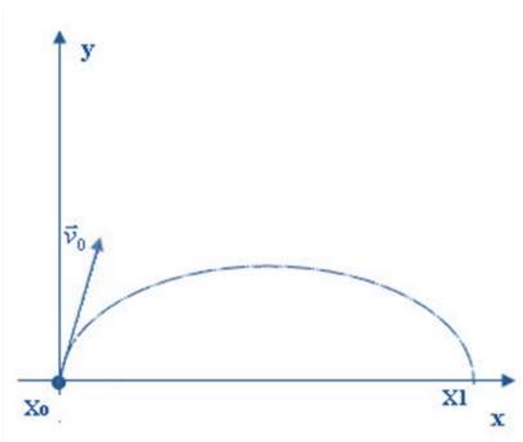
$$Xv = -\frac{b}{2a}$$
$$Xv = -\frac{-1}{2*(-1)}$$
$$Xv = -\frac{-1}{-2}$$
$$Xv = -\frac{1}{2}$$
$$Xv = -0{,}5$$



As coordenadas do vértice são (-0,5; 3,25).

Concluímos que o vértice da parábola deve ser considerado um ponto notável, em razão da sua importância na construção do gráfico de uma função do 2º grau e sua relação com os pontos de valor máximo e mínimo.

Ao estudarmos qualquer assunto referente à matemática, nos perguntamos: “Onde isso é aplicado na vida real?” Pois bem, veremos um caso de aplicação prática da função de 2º grau, o lançamento oblíquo de projéteis. O lançamento oblíquo é um movimento bidimensional, composto de dois movimentos unidimensionais e simultâneos, um vertical e um horizontal. Durante uma partida de futebol, quando o jogador faz um lançamento para um companheiro, observa-se que a trajetória descrita pela bola é uma parábola. A altura máxima atingida pela bola é o vértice da parábola e a distância que separa os dois jogadores é o alcance máximo da bola (ou objeto).



EXEMPLO 3

Uma empresa de armamentos bélicos realizará testes sobre um novo tipo de míssil que está sendo fabricado. A empresa pretende determinar a altura máxima que o míssil atinge após o lançamento e qual seu alcance máximo. Sabe-se que a trajetória descrita pelo míssil é uma parábola representada pela função $y = -x^2 + 3x$, onde y é a altura atingida pelo míssil (em quilômetros) e x é o alcance (também em quilômetros). Quais serão os valores encontrados pela empresa?

Sabemos que a trajetória do míssil descreve uma parábola representada pela função $y = -x^2 + 3x$ e que essa parábola tem concavidade para baixo. Assim, a altura máxima que o míssil atinge será determinada pelo vértice da parábola, uma vez que o vértice é o ponto máximo da função. Teremos

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0 = 9$$

$$y_v = \frac{-9}{4 \cdot (-1)} = \frac{9}{4} = 2{,}25\,Km$$

O alcance máximo do míssil será a posição em que ele retornar ao solo novamente (momento em que atinge o alvo). Pensando no plano cartesiano, será a posição em que o gráfico da parábola intercepta o eixo x. Sabemos que para determinar os pontos onde a parábola cruza o eixo x basta fazer y = 0 ou $-x^2 + 3x = 0$. Assim, teremos:

$$-x^2 + 3x = 0$$

$$x(-x + 3) = 0$$

$x = 0$ → É a posição inicial, no momento do lançamento.

Ou

$-x + 3 = 0 \rightarrow x = 3km$ → é a posição final, o alcance máximo.

Portanto, podemos afirmar que a altura máxima que o míssil atingirá será de 2,25 Km e o alcance máximo será de 3 km.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Indique em cada função, se o ponto é máximo ou mínimo:

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x)= - 6x^2 – 12x$

c) $f(x)= - 20x^2 – 300$

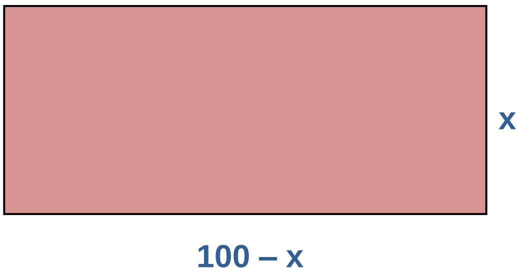
d) $f(x)= x^2 – 12x + 10$

Esboce o gráfico em cada caso acima usando o *GeoGebra.*

2) Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra de basquete retangular. Tendo recebido 200 metros de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível.

Área do terreno: $(100 – x)x = - x^2 + 100x$.

A área máxima procurada é o valor máximo da função $f(x) = - x^2 + 100x$



A área assume o valor máximo no vértice da parábola, ou seja, quando:

$X_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-1)} = \frac{-100}{-2} = 50$ (largura)

Observamos então que a área máxima a ser cercada é uma região quadrada cujo lado mede 50 m. (Lembrar aos alunos que o quadrado é um caso particular de retângulo)

3) A trajetória da bola, num chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h, em metros, t segundos após o chute, seja dada por **$h = - t^2 + 6t$.**

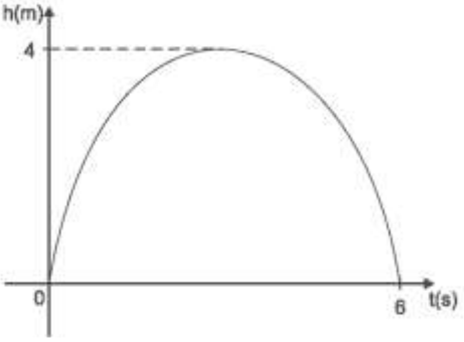
a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?

Resposta: 3 segundos.

b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

Resposta: 9 metros.

4) O gráfico abaixo representa a altura, em metros, atingida por uma bola de futebol, em uma cobrança de falta, em função do tempo em segundos.



Após quantos segundos essa bola atingiu a altura máxima?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 10

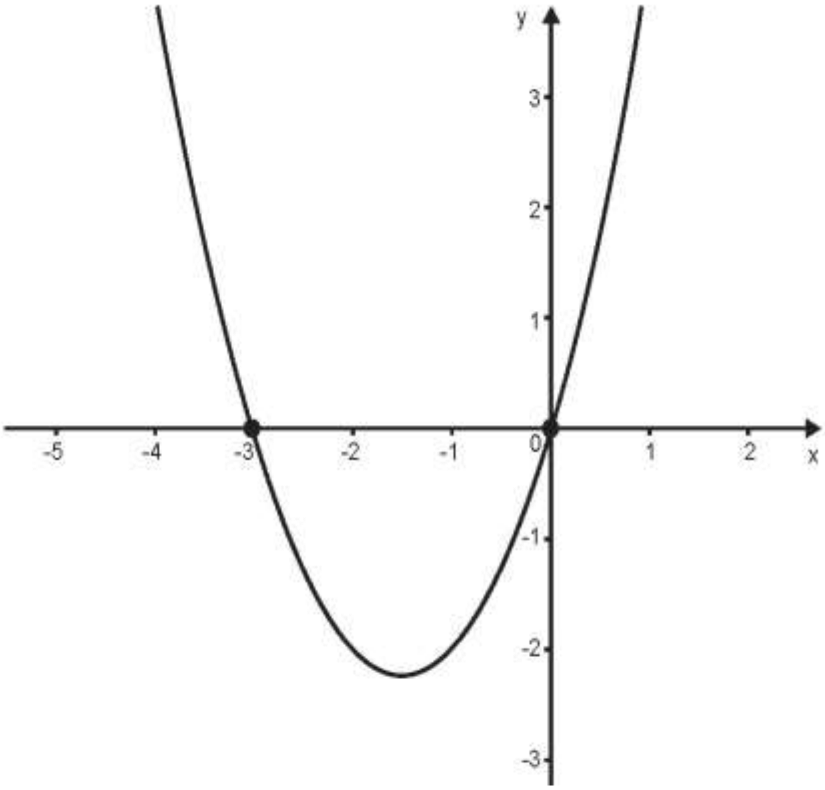
Resposta: B

5) Numa experiência usando uma "catapulta", Luiz jogou uma bolinha de gude. A trajetória que a bolinha descreveu é dada pela função $\mathbf{y = - x^2 + 2x + \frac{1}{2}}$, em que y representa a altura, em metros, da bolinha em seu deslocamento e x a distância horizontal, em metros, que ela se desloca. A altura máxima, em metros, que a bolinha atingiu é:

A) 0,5 B) 1 C) 1,5 D) 3 E) 6

Resposta : C

6) O gráfico abaixo representa uma função do 2º grau, definida de R em R.



a) A representação algébrica dessa função é:

A) $y = -3x^2 - x$
B) $y = -x^2 - 3x$
C) $y = -x^2 + 3x$
D) $y = x^2 + 3x$
E) $y = 3x^3 + x$

Resposta: D

b) Ela possui valor máximo ou valor mínimo?

c) Quais são as raízes? Justifique sua resposta

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação da aprendizagem e desenvolvimento da capacidade de interpretação de enunciados e do raciocínio lógico.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:

Neste momento, o professor poderá solicitar que os alunos elaborem problemas envolvendo os assuntos tratados aqui e seus respectivos gabaritos.

AVALIAÇÃO

A avaliação é um processo onde não só o aluno é avaliado, mas também o professor. Alcançar os objetivos propostos de acordo com cada habilidade mencionada foi fundamental para que todo o assunto abordado tivesse sentido e significado para os alunos.

A avaliação aconteceu em três etapas: 1ª. Os alunos foram avaliados na atividade 2, quando estavam organizados em duplas, utilizando o software Geogebra na construção de gráficos e estudo dos mesmos; 2ª etapa. Foram avaliados na atividade 3, quando lhes foi solicitado que elaborassem algumas situações-problema, assim como os gabaritos das mesmas; 3ª etapa: Aplicação de avaliação escrita e individual (100 minutos).

No decorrer da aplicação deste Plano de Trabalho, percebi claramente o interesse dos alunos quando da utilização do Geogebra para o estudo dos gráficos, ficaram fascinados e demonstraram muita satisfação no decorrer das atividades. As atividades propostas em duplas foram mais satisfatórias, visto que a troca de informações entre os alunos ajuda muito na construção do aprendizado.

Destaco que o Plano de Trabalho foi elaborado levando em consideração o ambiente escolar que temos, de acordo com os recursos oferecidos, sendo assim, meu trabalho como professora foi o de mediadora, procurei conter a ansiedade e deixar que eles encontrassem as respostas para os problemas aqui propostos.

No geral, o trabalho foi bem proveitoso, os alunos demonstraram interesse e prazer em praticamente todo o processo. Posso dizer que valeu à pena!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**, vol. 1 – 1ª. Ed. – São Paulo: Moderna, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**, Ensino Médio, vol. 1 – São Paulo: Ática, 2010.

YOUSSEF, Antonio Nicolau. **Matemática: ensino médio,** vol. único / Antonio Nicolau Youssef, Elizabeth Soares, Vicente Paz Fernandez – São Paulo: Scipione, 2005.

TELE AULAS – TELECURSO 2000

Endereços eletrônicos acessados em 01/09/12, utilizados ao longo deste trabalho.

http://www.brasilescola.com/matematica/maximo-minimo.htm

http://www.brasilescola.com/matematica/funcao-2-o-grau-lancamento-obliquo.htm

http://www.brasilescola.com/matematica/grafico-funcao.htm

http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/grafico-funcao-2-grau.htm