FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO CECIERJ/CONSÓSIO CEDERJ

Matemática 2º Ano – 1º Bimestre /2013

Plano de Trabalho 03

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

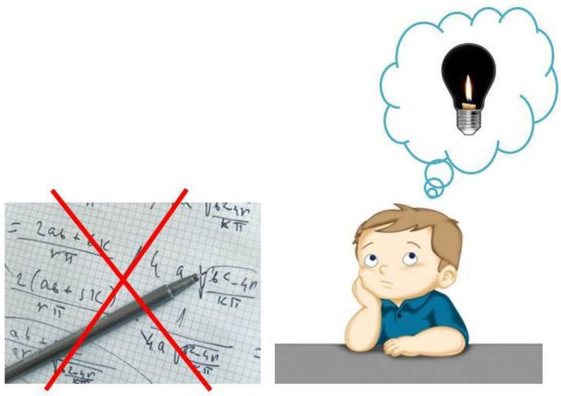


Figura 1: Melhor do que apenas decorar as fórmulas é entender o raciocínio que está por trás de seu desenvolvimento. Para isso, é preciso colocar os alunos para pensar.

Fonte: Amarrando as ideias 2ª Série | 2º Bimestre – 1º Campo Conceitual

Tarefa 03 – GRUPO 3

Cursista: Flávio de Aguiar.

Tutor: Paulo Ana Paula S. Muniz.

S u m á r i o

INTRODUÇÃO

Com esse plano de aula sobre sequências numéricas, devemos compreender suas especificidades e suas aplicabilidades, favorecendo assim um melhor processo de ensino aprendizado, não deixando de repassar para o aluno o fator histórico e a importância do estudo. Precisamos refletir sobre as justificativas do ensino de matemática de maneira mais ampla e das regularidades apresentadas nas sequências numéricas, de maneira mais restrita.

As progressões aritmética e geométrica podem ser definidas como, respectivamente, funções afim e exponencial, em que o domínio é o conjunto dos números naturais. Não devem ser tratadas como um tópico independente, em que o aluno não as reconhece como funções já estudadas. Devem-se evitar as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem simples uso de fórmula, pois vivemos hoje numa realidade bem diferente, o aluno e professor de ontem que não se inserirem nesse novo contexto ficarão completamente fora dessa realidade perante esse nosso grande avanço tecnológico, e com isso devemos deixar bem claro que exercícios repetitivos e poucas aulas contextualizadas não atendem mais os alunos de hoje. É interessante trazer aplicações para a sala de aula e evitar as falsas contextualizações e também a resolução de exercícios sem propósito. Que os exercícios sejam interessantes pela sua aplicação ou por sua simples natureza teórica, como por exemplo, extrair alguma propriedade interessante. Além disso, precisamos lembrar que é muito importante incentivar nossos alunos a trabalhar de forma colaborativa, pois assim eles terão oportunidade de trocar conhecimentos entre seus pares, desenvolvendo a habilidade de trabalhar em grupo.

Para um bom desenvolvimento da matéria, o aluno deverá dominar alguns conceitos básicos como soma e subtração dos números reais, resolver equações do 1º e 2º grau, o professor deve ser capaz de direcionar a aula para a realidade do aluno e apresentar um real valor da matéria aos discentes.

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 01

HABILIDADE RELACIONADA: H41 - Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões). - **C1** - Identificar uma expressão algébrica observada em uma sequência de números. **C2** - Identificar uma expressão algébrica observada em uma sequência de objetos que seguem um padrão.**H55 -** resolver problemas envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral e/ou a soma dos termos. **C1** - Resolver problemas que envolvam o cálculo do termo de uma P.A. **C3** - Resolver problemas que envolvam o cálculo do termo de uma P.G.

PRÉ – REQUISITOS: Realizar operações com os números Reais e resolver as equação do 1º e 2º grau.

TEMPO DE DURAÇÃO: 240 minutos (6 tempos de aula).
Segunda- 2 tempos de 40minutos;(80 min.)
Sexta- 2 tempos de 40 minutos;(80 min.)
Segunda -2 tempos de 40 minutos;(80 min.)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: **Leitura** sobre introdução das sequências numéricas, **material didático elaborado pelos professos** do 2º ano do Ensino Médio, explicação e demonstrações no **quadro branco**e apresentação de **vídeos retirados do you tube** com auxílio do **notebook e data show**.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Conceituar e diferenciar as sequências numéricas, apresentar o conteúdo de maneira contextualizada e apresentar a matéria com contexto histórico.

METODOLOGIA ADOTADA:

1. Leitura prévia da matéria no livro didático pelo aluno e realização de um fichamento;
2. O aluno irá resolver os exercícios propostos pelo livro didático adotado no ano regente;
3. Texto seguido de um vídeo para mostrar ao aluno a aplicabilidade das sequências;
    - http://www.youtube.com/watch?v=9P7-D_1yz3Y;
    - http://www.youtube.com/watch?v=4hS0s5t77ao&NR=1&feature=fvwp;
4. Aplicação de lista de exercícios de fixação e complementares;

ATIVIDADE 01 EM PRÁTICA

- Leitura das páginas do livro / cópia fiel no formato de apostila (20 minutos);
- Fichamento apresentado pelos alunoe início da aula sobre matrizes;

Texto sobre sequências

Sequências numéricas, ou seja, uma quantidade qualquer de números escritos um após o outro, resultam geralmente da observação de um determinado fenômeno ou fato. No universo escolar do Ensino Médio são estudadas, principalmente, dois tipos de sequências numéricas: as progressões aritméticas (PA) e as progressões geométricas (PG). Essas progressões modelam fenômenos que sofrem variações iguais em intervalos de tempo iguais. As sequências numéricas são muito comuns em nosso dia a dia. Elas estão presentes na organização dos dias do ano em um calendário, por exemplo. EXEMPLO:

Para que os alunos desenvolvam a habilidade de perceber o padrão de uma sequência é necessário que eles, desde os anos iniciais da escolaridade sejam estimulados a observar sequências para descobrir padrões e a descobrir alguns de seus termos. Neste trabalho focaremos sobre a PA e a PG, éinteressante discutir com os alunos situações cotidianas que envolvem sequências para que o estudo seja mais prazeroso e a aprendizagem mais eficaz. O estudante pode identificar ou criar diversas sequências onde a diferença entre seus termos seja constante.

Uma sucessão de números na qual a diferença entre dois termos consecutivos é constante, é denominada **progressão aritmética**, ou abreviadamente de **P.A.**

Representação de uma P.A.

Representando por $\mathbf{a_1}$ o primeiro elemento, por $\mathbf{a_2}$ o segundo elemento de uma P.A. e assim sucessivamente, até o último elemento que é representado por $\mathbf{a_n}$, temos a seguinte representação para uma progressão aritmética:

P.A. ($\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$, $\mathbf{a_4}$, ..., $\mathbf{a_n}$).

A representação acima se refere a uma P.A. finita com **n** elementos. Caso a sucessão seja infinita, utilizamos a seguinte representação:

P.A. ($\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$, $\mathbf{a_4}$, **...**, $\mathbf{a_n}$, **...**).

Terminologia

P.A. (**5**, **7**, **9**, **11**, **13**, **15**)

Acima temos a representação de uma progressão aritmética finita.

Um termo qualquer é identificado por $\mathbf{a_n}$, onde **n** indica a posição deste termo. Por exemplo, o termo $\mathbf{a_4}$ se refere ao quarto termo desta P.A., que no caso é igual a **11**, já o primeiro termo, $\mathbf{a_1}$, nesta P.A. é igual a **5**.

Como supracitado, a diferença entre dois termos consecutivos de uma P.A. é constante. Neste exemplo este valor é igual a **2**, por exemplo, a diferença entre o primeiro e o segundo termo é igual a **2**.

Este valor constante que é a diferença entre um termo e outro é denominado**razão da progressão aritmética** e é representado pela letra **r**.

Se representamos um termo qualquer de uma P.A. por $\mathbf{a_n}$, então podemos dizer que o seu antecedente é igual a$\mathbf{a_{n-1}}$ e que o seu consequente é igual a $\mathbf{a_{n+1}}$.

Desta forma podemos dizer que $\mathbf{r = a_{n+1} - a_n}$, ou ainda $\mathbf{r = a_n - a_{n-1}}$.

Veja os seguintes exemplos: $\mathbf{r = a_4 - a_3 = 11 - 9 = 2}$ e ainda $\mathbf{r = a_3 - a_2 = 9 - 7 = 2}$

Progressão aritmética constante

Uma progressão aritmética é constante quando a sua razão é igual a zero. Neste caso todos os termos da P.A. têm o mesmo valor.

Exemplos:

P.A. (**0**, **0**, **0**, **...**)

P.A. (**3**, **3**, **...**, **3**)

P.A. (**7**, **7**, **7**)

Note que em todas as progressões acima **r = 0**.

Progressão aritmética crescente

Uma progressão aritmética é crescente quando a sua razão é maior que zero, ou seja, quando o consequente de um termo qualquer é maior que este termo.

Exemplos:

P.A. (**1**, **2**, **3**, **...**)

P.A. (**15**, **21**, **27**, **...**)

P.A. (**-16**, **-12**, **-8**)

Note que a razão das progressões acima, respectivamente **1**, **6** e **4** são todas maiores que zero.

Progressão aritmética decrescente

Uma progressão aritmética é decrescente quando a sua razão é menor que zero, ou em outras palavras, quando o consequente de um termo qualquer é menor que este termo.

Exemplos:

P.A. (**31**, **29**, **27**, **...**)

P.A. (**75**, **68**, **61**, **...**)

P.A. (**9**, **0**, **-9**)

Veja que a razão das progressões acima, respectivamente **-2**, **-7** e **-9** são todas menores que zero.

Fórmula do termo geral de uma progressão aritmética

O *n*-ésimo termo de uma progressão aritmética, denotado por a_n, pode ser obtido por meio da formula[1]

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r,$$ em que:

- a_1 é o primeiro termo;
- r é a razão.

Por meio da formula acima também é possível inserir (ou interpolar) uma quantidade de meios aritméticos entre dois números dados, de modo que eles formem parte de uma progressão aritmética. Esse procedimento é chamado de interpolação aritmética.

Demonstração

A fórmula do termo geral pode ser demonstrada por indução matemática:

- Ela é válida para o segundo termo pois, por definição, cada termo é igual ao anterior mais uma constante fixa *r* e portanto $a_2 = a_1 + 1 \cdot r;$
- Assumindo como hipótese de indução que a fórmula é válida para $n-1$, ou seja, que $a_{n-1} = a_1 + (n-2) \cdot r$, resulta que o *n*-ésimo termo é dado por:

$$a_n = a_{n-1} + r = (a_1 + (n-2) \cdot r) + r = a_1 + ((n-2) \cdot r + r) = a_1 + (n-1) \cdot r.$$

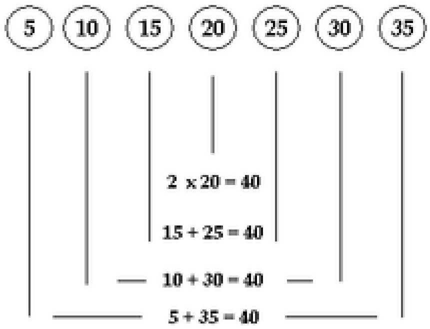
De forma análoga, demonstra-se a seguinte fórmula, que expressa o *n*-ésimo termo em função do *m*-ésimo termo, para quaisquer inteiros positivos *m* e *n*:

$$a_n = a_m + (n-m) \cdot r$$

: $a_n = a_m + (n-m) \cdot r$

$$a_n = a_m + (n-m) \cdot r$$

Soma dos termos de uma progressão aritmética



$$\boxed{a_1 + a_n = a_{1+k} + a_{n-k} = 2a_c = cte}$$

A soma dos termos dos extremos é igual à soma dos termos equidistantes deles

A soma dos termos de uma progressão aritmética situados no intervalo fechado de a_p até a_q é calculada pela seguinte fórmula:

$$S_{(p,q)} = \frac{(q-p+1)\cdot(a_p + a_q)}{2}.$$

Em particular, para somar os *n* primeiros termos, pode-se utilizar a seguinte simplificação da fórmula anterior:

$$S_n = \frac{n\cdot(a_1 + a_n)}{2}.$$

Vídeo para complementação da aula

- http://www.youtube.com/watch?v=9P7-D_1yz3Y;
- http://www.youtube.com/watch?v=4hS0s5t77ao&NR=1&feature=fvwp;

Lista de exercícios

Exemplo 1

Sabendo que o 1º termo de uma PA é igual a 2 e que a razão equivale a 5, determine o valor do 18º termo dessa sequência numérica.

a18 = 2 + (18 – 1) * 5
a18 = 2 + 17 * 5
a18 = 2 + 85
a18 = 87

O 18º termo da PA em questão é igual a 87.

Exemplo 2

Na sequência numérica (–1, 3, 7, 11, 15, ...), determine a soma dos 20 primeiros termos.

Cálculo da razão da PA

3 – (–1) = 3 + 1 = 4
7 – 3 = 4
11 – 7 = 4
15 – 11 = 4

Determinando o 20º termo da PA

a20 = –1 + (20 – 1) * 4
a20 = – 1 + 19 * 4
a20 = – 1 + 76
a20 = 75

Soma dos termos

$$S_{20} = \frac{(-1+75)*20}{2}$$

$$S_{20} = \frac{74*20}{2}$$

$$S_{20} = \frac{1480}{2}$$

$$S_{20} = 740$$

A soma dos 20 primeiros termos da PA (–1, 3, 7, 11, 15, ...) equivale a 740.

3) Quantos número 15 possui quantos múltiplos com 2 dígitos?

Sabemos que todos os números naturais são múltiplos de si mesmos exceto o zero, então neste exercício tratamos de uma P.A. que se inicia no número **15** e de quinze em quinze termina no número **90**, que é o maior número com dois dígitos que é divisível por **15**, ou seja, que é o maior múltiplo de quinze com dois dígitos.

Então os dados que possuímos para a resolução do problema são:

$$\begin{cases} a_1 = 15 \\ a_n = 90 \\ r = 15 \end{cases}$$

Através da fórmula do termo geral vamos identificar o número de termos desta P.A.:

$na = a1 + (n-1). r$

$n = 6$

Portanto a referida P.A. possui **6** termos.

Apenas para que você possa conferir, veja abaixo a P.A. completa:

P.A. (**15**, **30**, **45**, **60**, **75**, **90**)

4) Uma progressão aritmética finita possui 39 termos. O último é igual a 176 e o central e igual a 81. Qual é o primeiro termo?

Como esta sucessão possui 39 termos, sabemos que o termo central é o $\mathbf{a_{20}}$, que possui 19 termos à sua esquerda e mais 19 à sua direita. Então temos os seguintes dados para solucionar a questão:

$$\begin{cases} a_{20} = 81 \\ a_{39} = 176 \\ n = 39 \end{cases}$$

Sabemos também que a soma de dois termos equidistantes dos extremos de uma P.A. finita é igual à soma dos seus extremos. Como esta P.A. tem um número ímpar de termos, então o termo central tem exatamente o valor de metade da soma dos extremos.

Em notação matemática temos:

$a1+a39/2 = a20$

$a20 = 81$

logo, $a20 = a1 + (n-1).r$

$81 = a1 + 16 / 2$

$a1 = -14$

Assim sendo:

O primeiro termo desta sucessão é igual a -14.

Lista de exercícios Contextualizados

Exemplo 1:

Os irmãos Antônio, Beatriz e Carlos comeram, juntos, as 36 balas que havia em um pacote. Mas Antônio achou a divisão injusta, já que Beatriz comeu 4 balas a mais que ele, e Carlos comeu mais balas do que Beatriz. Se as quantidades de balas que os três irmãos comeram formavam uma progressão aritmética, quantas balas Antônio comeu?

Exemplo 2:

Em Irati, cidade do Paraná, um grupo de senhoras criou um “Clube de Leitura”. Na sede do clube, elas trocavam livros, liam e discutiam sobre o assunto de que tratavam. Uma nova moradora da cidade ingressou no grupo e descobriu que precisaria ler 8 livros, 1600 páginas, para acompanhar o bate-papo literário com as novas amigas. Resolveu, pois, iniciar a leitura da seguinte maneira: leria todos os dias, sendo que, no 1^o dia, serem lidas x páginas e, a cada dia, leria 2 páginas a mais do que as lidas no dia anterior. Se completou a leitura das 1600 páginas em 25 dias, então qual é o número de páginas lidas no 1^o dia?

Exemplo 3:

Um ciclista percorre 40 km na primeira hora; 34 km na segunda hora, e assim por diante, formando uma progressão aritmética. Quantos quilômetros percorrerá em 6 horas?

A PA em questão é decrescente, pois a razão é negativa. Observe:

$34 – 40 = – 6$

$an = a1 + (n – 1) * r$

$a6 = 40 + (6 – 1) * (–6)$

$a6 = 40 + 5 * (–6)$

$a6 = 40 – 30$

$a6 = 10$

O ciclista terá percorrido 150 **km.**

Exemplo 4:

Um estacionamento cobra R$ 6,00 pela primeira hora. A partir da segunda hora, os preços caem em progressão aritmética. O valor da segunda hora é R$ 4,00 e o da sétima é R$ 0,50. Quanto gastará o proprietário de um automóvel estacionado 5 horas nesse local?

A) R$ 17,80

B) R$ 20,00

C) R$ 18,00

D) R$ 18,**70**

Exemplo 5:

Jonas começou a fazer uma dieta e com isso está perdendo 300 gramas por dia. Quantos dias serão necessários para que Jonas emagreça 5 kg ?

PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

Podemos definir progressão geométrica, ou simplesmente **P.G.**, como uma sucessão de números reais obtida, com exceção do primeiro, multiplicando o número anterior por uma quantidade fixa **q**, chamada **razão**.

Podemos calcular a razão da progressão, caso ela não esteja suficientemente evidente, dividindo entre si dois termos consecutivos. Por exemplo, na sucessão (1, 2, 4, 8,...), **q = 2**.

Cálculos do termo geral

Numa progressão geométrica de razão **q**, os termos são obtidos, por definição, a partir do primeiro, da seguinte maneira:

a_1	a_2	a_3	...	a_{20}	...	a_n	...
a_1	$a_1 x q$	$a_1 x q^2$	...	$a_1 x q^{19}$		$a_1 x q^{n-1}$	...

Assim, podemos deduzir a seguinte expressão do termo geral, também chamado enésimo termo, para qualquer progressão geométrica.

$$\boxed{\mathbf{a_n = a_1 \times q^{n-1}}}$$

Portanto, se por exemplo, **a1** = 2 e **q** = 1/2, então:

$$\boxed{a_n = 2 \times (1/2)^{n-1}}$$

Se quisermos calcular o valor do termo para **n = 5**, substituindo-o na fórmula, obtemos:

$$\boxed{a_5 = 2 \times (1/2)^{5-1} = 2 \times (1/2)^4 = 1/8}$$

A semelhança entre as progressões aritméticas e as geométricas é aparentemente grande. Porém, encontramos a primeira diferença substancial no momento de sua definição. Enquanto as progressões aritméticas formam-se somando-se uma mesma quantidade de forma repetida, nas progressões geométricas os termos são gerados pela multiplicação, também repetida, por um mesmo número. As diferenças não param aí.

Observe que, quando uma progressão aritmética tem a razão positiva, isto é, **r > 0**, cada termo seu é maior que o anterior. Portanto, trata-se de uma progressão crescente. Ao contrário, se tivermos uma progressão aritmética com razão negativa, **r < 0**, seu comportamento será decrescente. Observe, também, a rapidez com que a progressão cresce ou diminui. Isto é conseqüência direta do valor absoluto da razão, **|r|**. Assim, quanto maior for **r**, em valor absoluto, maior será a velocidade de crescimento e vice-versa.

Soma dos n primeiros termos de uma PG

Seja a PG (a_1, a_2, a_3, a_4, ... , a_n , ...) . Para o cálculo da soma dos n primeiros termos S_n, vamos considerar o que segue:
$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_{n-1} + a_n$
Multiplicando ambos os membros pela razão q vem:
$S_n.q = a_1 . q + a_2 .q + ... + a_{n-1} . q + a_n .q$
Conforme a definição de PG, podemos reescrever a expressão como:
$S_n . q = a_2 + a_3 + ... + a_n + a_n . q$
Observe que $a_2 + a_3 + ... +$ an é igual a $S_n - a_1$. Logo, substituindo, vem:
$S_n . q = S_n - a_1 + a_n . q$
Daí, simplificando convenientemente, chegaremos à seguinte fórmula da soma:

$$S_n = \frac{a_n . q - a_1}{q - 1}$$

Se substituirmos an = a1 .qn-1 , obteremos uma nova apresentação para a fórmula da soma, ou seja:

$$Sn = a_1 . \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Exemplo:
Calcule a soma dos 10 primeiros termos da PG (1,2,4,8,...)
Temos:

$$S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023$$

Observe que neste caso $a_1 = 1$.
5 - Soma dos termos de uma PG decrescente e ilimitada
Considere uma PG ILIMITADA (infinitos termos) e decrescente. Nestas condições, podemos considerar que no limite teremos an = 0. Substituindo na fórmula anterior, encontraremos:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

Exemplo:

Resolva a equação: x + x/2 + x/4 + x/8 + x/16 +... =100

O primeiro membro é uma PG de primeiro termo x e razão 1/2. Logo, substituindo na fórmula, vem:

$$\frac{x}{1-1/2} = 100$$

Dessa equação encontramos como resposta x = 50.

Lista de Exercícios

Questão 1

Sabendo que uma PG tem $a_1 = 4$ e razão q = 2, determine a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão.

Questão 2

A sequência seguinte é uma progressão geométrica, observe: (2, 6, 18, 54...). Determine o 8º termo dessa progressão.

Questão 3

(Vunesp – SP – Adaptado)

Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já estejam na pilha. Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
uma tábua	duas tábuas	quatro tábuas	oito tábuas

Determine a quantidade de tábuas empilhadas na 12ª pilha.

Questão 4

(UE – PA)

Um carro, cujo preço à vista é R$ 24 000,00, pode ser adquirido dando-se uma entrada e o restante em 5 parcelas que se encontram em progressão geométrica. Um cliente que optou por esse plano, ao pagar a entrada, foi informado que a segunda parcela seria de R$ 4 000,00 e a quarta parcela de R$ 1 000,00. Quanto esse cliente pagou de entrada na aquisição desse carro?

Questão 5

Um carro, cujo preço à vista é R$ 24 000,00, pode ser adquirido dando-se uma entrada e o restante em 5 parcelas que se encontram em progressão geométrica. Um cliente que optou por esse plano, ao pagar a entrada, foi informado que a segunda parcela seria de R$ 4 000,00 e a quarta parcela de R$ 1 000,00. Quanto esse cliente pagou de entrada na aquisição desse carro?

$a_n = a_1 * q^{n-1}$

$a_2 = 4000$

$a_4 = 1000$

$a_2 = a_1 * q$

$4000 = a_1 * q$

$a_1 = 4000 / q$ $a_4 = a_1 * q^3$

$1000 = 4000 / q * q^3$

$1000 / 4000 = q^3 / q$

$1 / 4 = q^2$

$\sqrt{1/4} = \sqrt{q^2}$

$q = 1/2$

$a_1 = 4000 / 1/2$ $a_1 = 4000 * 2$ $a_1 = 8000$

1ª prestação: R$ 8 000,00 2ª prestação: R$ 4 000,00 3ª prestação: R$ 2 000,00 4ª prestação: R$ 1 000,00 5ª prestação: R$ 500,00

Soma total das prestações: R$ 15 500,00 Entrada (valor do carro menos o total das prestações) R$ 24 000,00 – R$ 15 500,00 = R$ 8 500,00 O valor da entrada foi de R$ 8 500,00

Questão 6

Um sistena de transmissão de internet é composto por pontos de distribuição de forma que o número de cabos que partem de um ponto é sempre o triplo do número de cabos que partem do ponto anterior. Nesse sistema, o primeiro ponto possui 3 cabos e, do último ponto de distribuição, partem 2187 cabos. Quantos pontos de distribuição há nesse sistema de transmissão de internet?

Dado: $a_n = a_1 . q^{n-1}$

(a) 6

(b) 7

(c) 8

(d) 729

(e) 6561

Alternativa Correta: (b)

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 02

HABILIDADE RELACIONADA: H54 - Resolver problemasenvolvendo juros simplesou compostos.C1 - Calcular os juros em uma situação-problemaapresentada no regime de juros simples.

PRÉ – REQUISITOS: Regra de três, operação com números decimais e frações;

TEMPO DE DURAÇÃO: 240 minutos (6 tempos de aula).
Sexta2 tempos de 40minutos;(80 min.)
Segunda2 tempos de 40 minutos;(80 min.)
Sexta2 tempos de 40 minutos; (80 min.)

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:

Lista de exercícios, quadro branco e apresentação de **vídeos** com auxílio do **notebook e data show** .

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual.

OBJETIVOS: Almejamos que ao final desta atividade os estudantes estejam preparados para resolver uma série de problemas envolvendo a Matemática Financeira.

METODOLOGIA ADOTADA:

1. Leitura prévia da matéria no livro didático pelo aluno e realização de um fichamento;
2. O aluno irá resolver os exercícios propostos pelo livro didático adotado no ano regente;
3. Apresentação de um vídeo;
   http://www.youtube.com/watch?v=hyVa-UnPmLM
4. Aplicação de lista de exercícios de fixação e complementares;

ATIVIDADE 01 EM PRÁTICA

- Leitura das páginas do livro / cópia fiel no formato de apostila

(20 minutos);

- Fichamento apresentado pelos alunos no início da aula e início da aula sobre juros simples;

Juros simples

Podemos definir juros como o rendimento de uma aplicação financeira, valor referente ao atraso no pagamento de uma prestação ou a quantia paga pelo empréstimo de um capital. Atualmente, o sistema financeiro utiliza o regime de juros compostos, por ser mais lucrativo. Os juros simples eram utilizados nas situações de curto prazo, hoje não utilizamos a capitalização baseada no regime simples. Mas vamos entender como funcionava a capitalização no sistema de juros simples.

No sistema de capitalização simples, os juros são calculados baseados no valor da dívida ou da aplicação. Dessa forma, o valor dos juros é igual no período de aplicação ou composição da dívida.
A expressão matemática utilizada para o cálculo das situações envolvendo juros simples é a seguinte:

J = C * i * t, onde

J = juros
C = capital
i = taxa de juros
t = tempo de aplicação (mês, bimestre, trimestre, semestre, ano...)

M = C + J

M = montante final
C = capital
J = juros

Exemplo 1

Qual o valor do montante produzido por um capital de R$ 1.200,00, aplicado no regime de juros simples a uma taxa mensal de 2%, durante 10 meses?

Capital: 1200

i = 2% = 2/100 = 0,02 ao mês (a.m.)

t = 10 meses

J = C * i * t

J = 1200 * 0,02 * 10

J = 240

M = C + j

M = 1200 + 240

M = 1440

O montante produzido será de R$ 1.440,00.

Exemplo 2

Vamos construir uma planilha especificando passo a passo a aplicação de um capital durante o período estabelecido inicialmente.

Um capital de R$ 5.000,00 foi aplicado a uma taxa de juros mensais de 3% ao mês durante 12 meses. Determine o valor dos juros produzidos e do montante final da aplicação.

Mês	Montante inicial	Juros	Montante final
1	5.000,00	5.000 * 3% = 150	5.150,00
2	5.150,00	5.000 * 3% = 150	5.300,00
3	5.300,00	5.000 * 3% = 150	5.450,00
4	5.450,00	5.000 * 3% = 150	5.600,00
5	5.600,00	5.000 * 3% = 150	5.750,00
6	5.750,00	5.000 * 3% = 150	5.900,00
7	5.900,00	5.000 * 3% = 150	6.050,00
8	6.050,00	5.000 * 3% = 150	6.200,00
9	6.200,00	5.000 * 3% = 150	6.350,00
10	6.350,00	5.000 * 3% = 150	6.500,00
11	6.500,00	5.000 * 3% = 150	6.650,00
12	6.650,00	5.000 * 3% = 150	6.800,00

O montante final foi equivalente a R$ 6.800,00, e os juros produzidos foram iguais a R$ 1.800,00.

Exemplo 3

Determine o valor do capital que aplicado durante 14 meses, a uma taxa de 6%, rendeu juros de R$ 2.688,00.

J = C * i * t
2688 = C * 0,06 * 14
2688 = C * 0,84
C = 2688 / 0,84
C = 3200

O valor do capital é de R$ 3.200,00.

Exemplo 4

Qual o capital que, aplicado a juros simples de 1,5% ao mês, rende R$ 3.000,00 de juros em 45 dias?

J = 3000
i = 1,5% = 1,5/100 = 0,015
t = 45 dias = 45/30 = 1,5

J = C * i * t
3000 = C * 0,015 * 1,5
3000 = C * 0,0225
C = 3000 / 0,0225
C = 133.333,33

O capital é de R$ 133.333,33.

Exemplo 5

Qual foi o capital que, aplicado à taxa de juros simples de 2% ao mês, rendeu R$ 90,00 em um trimestre?

$J = C * i * t$

$90 = C * 0,02 * 3$

$90 = C * 0,06$

$C = 90 / 0,06$

$C = 1500$

O capital corresponde a R$ 1.500,00.

Exemplo 6

Qual o tempo de aplicação para que um capital dobre, considerando uma taxa mensal de juros de 2% ao mês, no regime de capitalização simples?

$M = C * [1 + (i *t)]$

$2C = C * [1 + (0,02 * t)]$

$2C = C * 1 + 0,02t$

$2C/C = 1 + 0,02t$

$2 = 1 + 0,02t$

$2 – 1 = 0,02t$

$1 = 0,02t$

$t = 1 / 0,02$

$t = 50$

O tempo para que o capital aplicado a uma taxa mensal de 2% dobre é de 50 meses.

TRABALHO AVALIATIVO –TRABALHO EM GRUPO DE 4 ALUNOS – LISTA DE EXERCÍCIOS CONTEXTUALIZADOS

1- Em uma estrada são instalados telefones SOS a cada 2,8 km. Calcule o número de telefones instalados no trecho que vai do quilômetro 5 ao quilômetro 61, sabendo que nessas duas marcas há telefones instalados. Considere inclusive esses dois telefones.

R.: 21 telefones

2)Uma pessoa aposta na loteria durante cinco semanas, de tal forma que, em cada semana, o valor da aposta é o dobro do valor da aposta da semana anterior. Se o valor da aposta da primeira semana é de R$ 60,00, qual o total apostado após as cinco semanas?

R.: R$1860,00

3- Em um rebanho de 15 000 reses, uma foi infectada pelo vírus "mc_1". Cada animal infectado vive dois dias, ao final dos quais infecciona outros três animais. Se cada rês é infectada uma única vez, em quanto tempo o "mc_1" exterminará a metade do rebanho?

a) 15 dias b) 16 dias c) 17 dias d) 18 dias

4- Uma certa espécie de bactéria divide-se em duas a cada 20 minutos, e uma outra, a cada 30 minutos. Determine, após 3 horas, a razão entre o número de bactérias da 1ª e o da 2ª espécies, originadas por uma bactéria de cada espécie.

a) 8 b) 4 c) 2 d) 0 e) 12

5- Ao financiar uma casa no total de 20 anos, Carlos fechou o seguinte contrato com a financeira: para cada ano, o valor das 12 prestações deve ser igual e o valor da prestação mensal em um determinado ano é R$ 50,00 a mais que o valor pago, mensalmente, no ano anterior. Considerando que o valor da prestação no primeiro ano é de R$ 150,00, determine o valor da prestação no último ano.

Solução:

$a_n = a_1 + (n – 1) * r$
$a_{20} = 150 + (20 – 1) * 50$
$a_{20} = 150 + 19 * 50$
$a_{20} = 150 + 950$
$a_{20} = 1100$

O valor da prestação no último ano será de R$ 1 100,00

6- Um pedreiro precisa fazer um telhado.Neste telhado ele vai colocar em cada fila 2 telhas a mais que a anterior. O telhado tem 4 faces. Em cada face, de cima para baixo, há 4 telhas na primeira fileira e 38 na última. Calcule quantas telhas vai ser necessário comprar para as 4 faces do telhado.

Solução:

$a_n = a_1 + (n - 1).r$

$38 = 4 + (n - 1). 2$

$n = 18$

$$S = \frac{(4 + 38) . 18}{2}$$

$S = 378 . 4 = 1512$

7 - Numa pequena cidade, um boato é espalhado da seguinte maneira : no 1º dia, 5 pessoas ficam sabendo; no 2º; 15; no 3º; 45; e assim por diante. Quantas pessoas ficam sabendo do boato no 10º dia?

a) 98451 b) 98514 c) 98441 d)98415 e) 98511

8 - Para preencher as vagas num vestibular, uma faculdade decidiu adotar o seguinte critério: na 1ª chamada, são convocados 96 alunos, Na 2ª; 84; na 3ª; 72; e assim por diante.

a) Quantos alunos são convocados na 6ª chamada? R: 36

b) Quantas chamadas há nesse vestibular? R: 9

AVALIAÇÃO

- O aluno deverá reconhecer os diversos tipos de sequências, em especial as progressões aritméticas e progressões geométricas;
- Indicar se os alunos são capazes de verbalizar e definir os conceitos;
- Identificar e produzir exemplos em seu cotidiano;
- Avaliar a capacidade do aluno em usar as informações e se conseguem aplica-las em situações que requeiram raciocínio e pensamento criativo, além de saber se são capazes de utilizar a matemática para comunicar ideias;
- A avaliação deve analisar a predisposição dos alunos em face dessa ciência e o modo como a valorizam.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- Matemática / Edwaldo Bianchini, Herval Paccola; ilustradores Adilson Secco, Paulo Manzi e Mário Azevedo Matsuda. – 1ª ed. – São Paulo: Moderna, 2004.
- ROTEIROS DE ACAO –Sequencias e matemática financeira – Curso de Aperfeicoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Medio – 1º bimestre/2012 –http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 14/2013.
- http://exercicios.brasilescola.com/matematica/exercicios-sobre-progressao-geometrica.htm;
- http://www.brasilescola.com/matematica/juros-simples.htm.