

PLANO DE TRABALHO SOBRE FUNÇÃO EXPONENCIAL

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos pudessem compreender que em nosso cotidiano existe uma série de fenômenos que tem um crescimento exponencial e não linear. Foi elaborado visando a transmissão do conhecimento através da construção feita pelos alunos com resoluções de situações problema e generalizações.

Normalmente os alunos do ensino médio admitem em sua grande maioria exclusivamente a proporcionalidade, quando pensam em variação. Apresentam grandes dificuldades quanto à potenciação e suas propriedades, conceitos necessários para compreender a função exponencial. Por isso, é extremamente importante uma revisão de tal conceito.

Utilizaremos o Geogebra para construção e análise de gráfico da função exponencial. Para a totalização do plano, serão necessários oito tempos de cinquenta minutos para desenvolvimento dos conteúdos mais quatro tempos para avaliação da aprendizagem.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- HABILIDADE RELACIONADA: Conhecer e utilizar as propriedades das potências
- PRÉ-REQUISITOS: Conceito de potência.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos)
- OBJETIVOS: Revisar potências e suas propriedades, conteúdo necessário para se compreender função exponencial.
- METODOLOGIA ADOTADA: Apresentar ao aluno o vídeo canção das potências (Este clip é uma paródia feita com a Música "Marinheiro Só", de Caetano Veloso. O mesmo tem por objetivo auxiliar na fixação das propriedades das Potências)

Propriedades das potências

Na operação com potências, ao efetuarmos a sua resolução podemos utilizar algumas propriedades para simplificar os cálculos.

Produto de potência de mesma base

Sem utilizar essa propriedade resolveríamos uma multiplicação de potência de mesma base da seguinte forma:

$$2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

Utilizando a propriedade de produtos de mesma base, resolvemos da seguinte forma: como é um produto de bases iguais, basta repetir a base e somar os expoentes.

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

$$5^1 \cdot 5^3 = 5^{1+3} = 5^4 = 625$$

Quocientes de potências de mesma base

Sem utilizar dessa propriedade, o cálculo do quociente com potência $128 : 126$ ficaria da

seguinte forma:

$$12^8 : 12^6 = 429981696 : 2985984 = 144$$

Utilizando a propriedade do quociente de mesma base, a resolução ficaria mais simplificada, veja: como nessa divisão as bases são iguais, basta repetir a base e diminuir os expoentes.

$$12^8 : 12^6 = 12^{8-6} = 12^2 = 144$$

$$(-5)^6 : (-5)^2 = (-5)^{6-2} = (-5)^4 = 625$$

Potência de Potência

Quando nos deparamos com a seguinte potência $(3^2)^3$ resolvemos primeiro a potência que está dentro dos parênteses e depois, com o resultado obtido, elevamos ao expoente de fora, veja:

$$(3^2)^3 = (3 \cdot 3)^3 = 9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$$

Utilizando a propriedade de potência, a resolução ficará mais simplificada: basta multiplicarmos os dois expoentes, veja:

$$(3^2)^3 = 3^2 \cdot 3 = 3^6 = 729$$

$$(-9^1)^2 = (-9)^1 \cdot 2 = (-9)^2 = 81$$

Potência de um produto

Veja a resolução da potência de um produto sem utilizarmos a propriedade:

$$(3 \times 4)^3 = (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4)$$

$$(3 \times 4)^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$(3 \times 4)^3 = 27 \times 64$$

$$(3 \times 4)^3 = 1728$$

Utilizando a propriedade, a resolução ficaria assim:

$$(3 \times 4)^3 = 3^3 \times 4^3 = 27 \times 64 = 1728$$

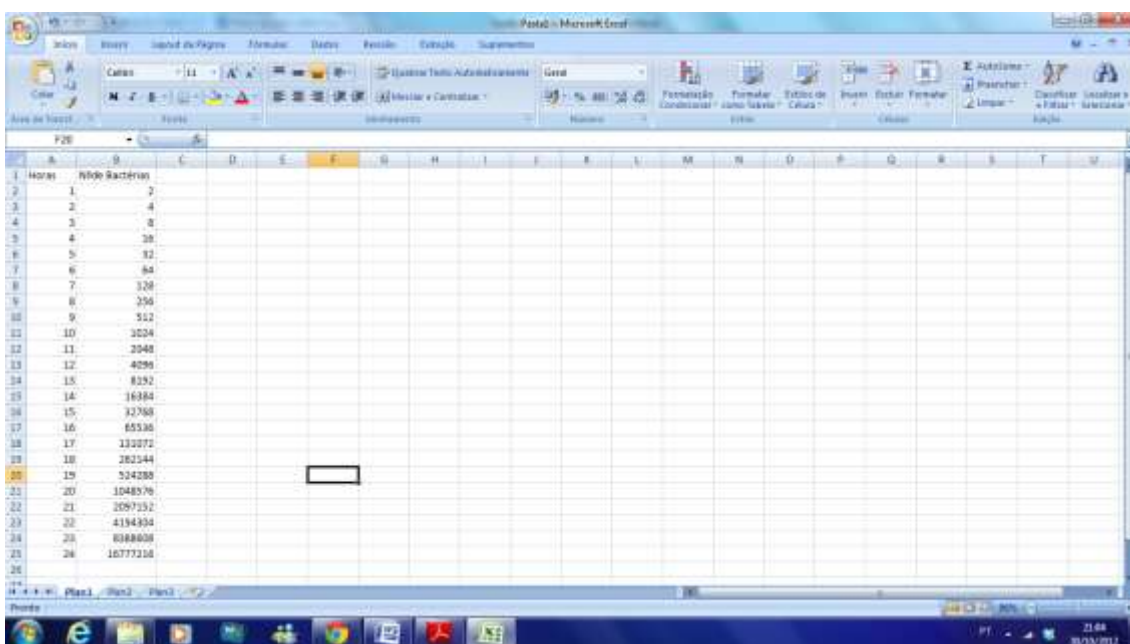
Apresentar o vídeo canção das potências.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação das Propriedades das potências

Atividade 2

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Identificar as principais características de uma equação e função exponencial.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Propriedades das potências
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos
- **RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS:** Aulas expositivas com, planilha excel e construções de gráficos.
- **ORGANIZAÇÃO DA TURMA:** Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Identificar as principais características de uma equação e função exponencial.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Iniciar a aula com exemplo abaixo, utilizando uma planilha do Exel.

As bactérias sob condições ótimas de crescimento, ou seja, em condições físicas, químicas e nutricionais adequadamente balanceadas, podem se multiplicar com velocidade exponencial. Por exemplo, se começarmos com apenas uma bactéria que tem a capacidade de a cada hora se reproduzir por fissão binária – aquela na qual a divisão de uma única célula resulta em duas novas células - até o final de um dia podemos ter mais de 16 milhões de bactérias.



The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

Horas	Nº de Bactérias
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096
13	8192
14	16384
15	32768
16	65536
17	131072
18	262144
19	524288
20	1048576
21	2097152
22	4194304
23	8388608
24	16777216

Na planilha acima, podemos ver que o nº de bactérias depende da quantidade de horas decorridas, ou seja, é uma função. Toda relação de dependência, em que uma incógnita depende do valor da outra, é denominada função. A função denominada como exponencial possui essa relação de dependência e sua principal característica é que a parte variável representada por x se encontra no expoente. Observe:

$$y = 2^x$$

$$y = 3^{x+4}$$

$$y = 0,5^x$$

$$y = 4^x$$

A lei de formação de uma função exponencial indica que a base elevada ao expoente x precisa ser maior que zero e diferente de um, conforme a seguinte notação:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $y = a^x$, sendo que $a > 0$ e $a \neq 1$.

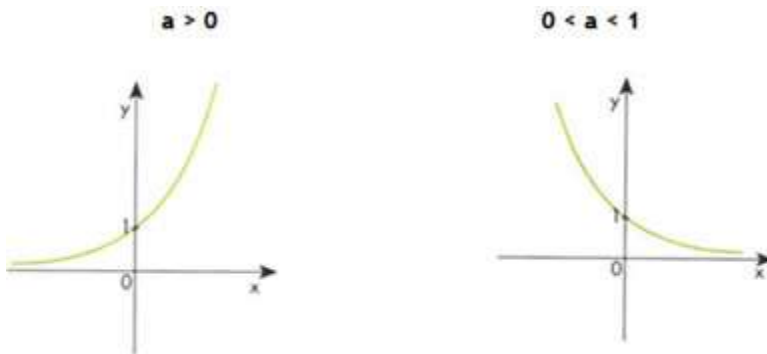
Uma função pode ser representada através de um gráfico, e no caso da exponencial, temos duas situações: $a > 1$ e $0 < a < 1$. Observe como os gráficos são constituídos respeitando as condições propostas:

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação

Atividade 3

- HABILIDADE RELACIONADA: Reconhecer e construir o gráfico da função exponencial
- PRÉ-REQUISITOS: Conceito de função exponencial
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Software GeoGebra; Folha de atividades; Laboratório de Informática / Projetor Multimídia e Notebook do Professor.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Grupos de 2 alunos.
- OBJETIVOS: Construir e analisar o gráfico da função exponencial
- METODOLOGIA ADOTADA:

Uma função pode ser representada através de um gráfico, e no caso da exponencial, temos duas situações: $a > 0$ e $0 < a < 1$. Observe como os gráficos são constituídos respeitando as condições propostas:



- Uma função exponencial é utilizada na representação de situações em que a taxa de variação é considerada grande, por exemplo, em rendimentos financeiros capitalizados por juros compostos, no decaimento radioativo de substâncias químicas, desenvolvimento de bactérias e micro-organismos, crescimento populacional entre outras situações.
- Construir com o Geogebra, o gráfico da função $f(x) = ka^x$
- Variar os valores de a e mostrar e fazer os seguintes questionamentos:

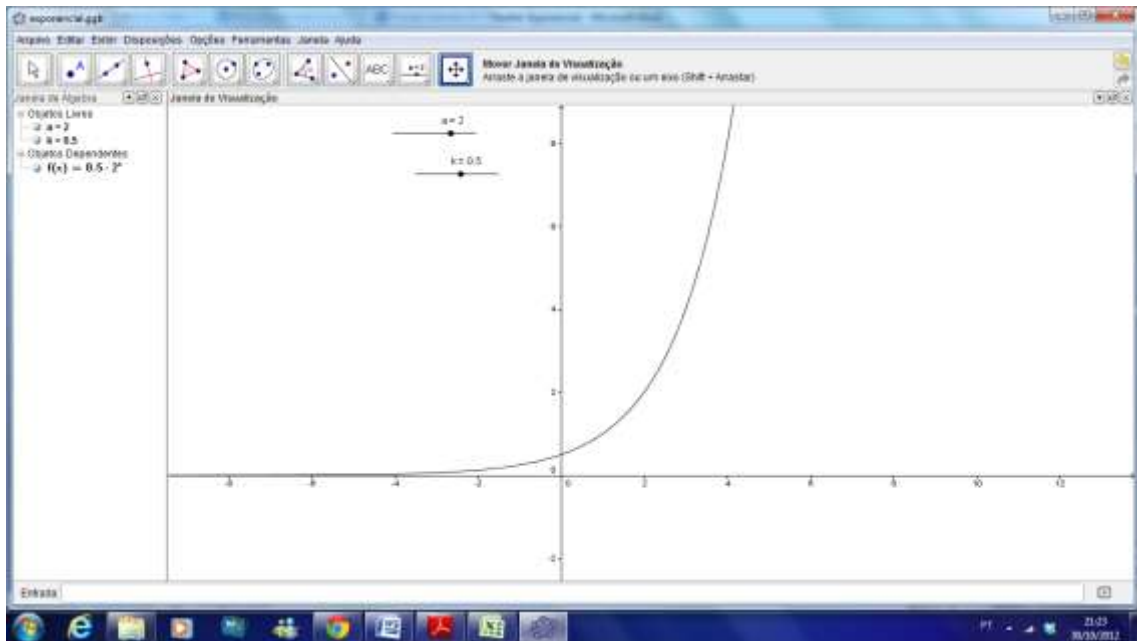
O que acontece quando $a \leq 0$?

O que acontece quando $a=1$?

O que acontece quando $a>0$ e <1 ?

O que acontece quando $a > 1$?

O que acontece quando variamos o valor de k ?



Atividade 4

- HABILIDADE RELACIONADA: Identificar e resolver funções exponenciais
- PRÉ-REQUISITOS: Conceito e gráfico da função exponencial
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Software GeoGebra; Folha de atividades; Laboratório de Informática / Projetor Multimídia e Notebook do Professor.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em pequenos grupos (2 ou 3 alunos), propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Resolver equações e inequações exponenciais.
- METODOLOGIA ADOTADA:

Uma função exponencial é utilizada na representação de situações em que a taxa de variação é considerada grande, por exemplo, em rendimentos financeiros capitalizados por juros compostos, no decaimento radioativo de substâncias químicas, desenvolvimento de bactérias e micro-organismos, crescimento populacional entre outras situações. As funções exponenciais devem ser resolvidas utilizando, se necessário, as regras envolvendo potenciação.

Vamos apresentar alguns exemplos envolvendo o uso de funções exponenciais.

Exemplo 1

(Unit-SE) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor, t anos após a sua compra, é dado por $v(t) = v_0 * 2^{-0,2t}$, em que v_0 é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R\$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.

Temos que $v(10) = 12\ 000$, então:

$$v(10) = v_0 * 2^{-0,2*10}$$

$$12\ 000 = v_0 * 2^{-2}$$

$$12\ 000 = v_0 * 1/4$$

$$12\ 000 : 1/4 = v_0$$

$$v_0 = 12\ 000 * 4$$

$$v_0 = 48\ 000$$

A máquina foi comprada pelo valor de R\$ 48 000,00.

Exemplo 2

(EU-PI) Suponha que, em 2003, o PIB (Produto Interno Bruto) de um país seja de 500 bilhões de dólares. Se o PIB crescer 3% ao ano, de forma cumulativa, qual será o PIB do país em 2023, dado em bilhões de dólares? Use $1,03^{20} = 1,80$.

Temos a seguinte função exponencial

$$P(x) = P_0 * (1 + i)^t$$

$$P(x) = 500 * (1 + 0,03)^{20}$$

$$P(x) = 500 * 1,03^{20}$$

$$P(x) = 500 * 1,80$$

$$P(x) = 900$$

O PIB do país no ano de 2023 será igual a R\$ 900 bilhões.

AVALIAÇÃO

A avaliação deve ser realizada de maneira que se possa avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados.

Aplicar teste individual envolvendo propriedades das potências (com consulta – 50 minutos).

Avaliar a reflexão e o argumento crítico usado pelos alunos, em momento oportuno (50 minutos).

Verificar os acertos dos alunos nas questões relacionadas com o tema que constarão no SAERJINHO. Este será outro método de avaliação. Porém, nele o professor poderá verificar a aprendizagem não apenas no assunto que norteou este plano de trabalho, mas também em conteúdos estudados no bimestre anterior.

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos sobre função exponencial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE ACAA – Trigonometria na Circunferência – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 1º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012
<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 28/10/2012.

MATEMÁTICA - Paiva, 1º Ano/Manoel Paiva São Paulo: Moderna, 2009.

Endereços eletrônicos acessado de 28/10/2012 a 01/11/2012

http://www.youtube.com/watch?v=NvHut_Rv4eU

<http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/propriedades-das-potencias.htm>

<http://www.brasilecola.com/matematica/funcao-exponencial-1.htm>