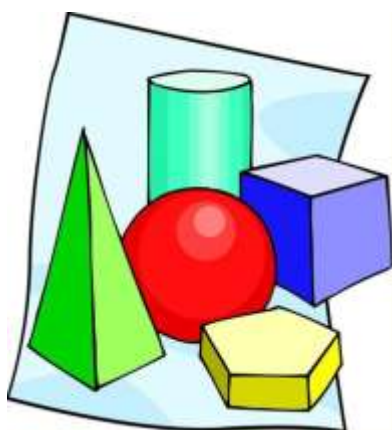


Formação Continuada em Matemática

Fundação Cecierj/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º ano - 3º Bimestre 2014

Plano de Trabalho



Pirâmides e Cones

Tarefa2 - Grupo 2

Aluna: Thelma Maria Teixeira

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

Sumário

<i>INTRODUÇÃO</i>	3
<i>DESENVOLVIMENTO</i>	4
<i>AVALIAÇÃO</i>	17
<i>FONTES DE PESQUISA</i>	18

Introdução

A geometria é frequentemente, ensinada através de livros didáticos. Porém, quando se trata de sólidos geométricos, percebe-se a necessidade de trabalhar com algo concreto.

A atividade proposta, além de possibilitar que os alunos construam estruturas e "vejam a geometria", torna possível a visualização de alguns elementos que no papel são menos notados, como as arestas e os vértices dos sólidos.

Esta proposta tem como objetivo o estudo da geometria espacial relacionando-a ao dia a dia dos alunos. Foi feita a leitura de o texto o “Telhado com quatro águas” cujo formato é piramidal e também o texto “O cone para sinalização”.

Na sequência, foram apresentados os elementos principais da pirâmide e do cone, classificação, exemplos de planificações e as suas relações matemáticas, tais como, cálculo de área e volume.

Desenvolvimento

ATIVIDADE 1 -

Habilidade relacionada: Pirâmides e Cones

Pré requisitos : Área das figuras planas

Tempo de duração: 4 tempos (200 minutos)

Recursos: Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, lápis, régua, tesoura

Organização da Turma: Turma disposta em duplas

Objetivos: Trabalhar o conceito de área da pirâmide e do cone

Descritores associados:

H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

H24 – Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Telhado com quatro águas

Na sociedade em que vivemos podemos observar uma grande preocupação com a cobertura das casas, dos barracões, das cabanas, enfim dos locais onde de certa forma são usados como moradia ou armazenamento.

Em outras épocas essa preocupação também existiu. Os animais, sobretudo os homens, sempre se preocuparam em se protegerem dos fenômenos naturais, tais como: o frio, a chuva, o sol em excesso e assim por diante. No entanto, muitas vezes eram usadas cavernas naturais que se formavam sob as pedras.

Nos dias atuais, essa preocupação vai além da proteção contra estes fenômenos, mas geralmente, tem como objetivo o fator estético e, também, o fator econômico. Baseado nestas preocupações, ao escolher o tipo de cobertura mais adequado para uma determinada construção deve ser levado em consideração as funções dessa

edificação, isto é, a sua utilidade e, ainda, na maioria das vezes a opção deve ser por materiais impermeáveis, isolante térmico e acústico.

Pensando no fator estético, a escolha do material usado na cobertura deve ser feita observando a forma e principalmente, o aspecto harmônico em relação à linha arquitetônica e, ainda, as dimensões, as texturas e a coloração desse material.

Pensando no fator econômico, deve ser feita uma análise de custo benefício, isto é, pensar no custo em relação à durabilidade e a conservação do aspecto natural do material escolhido.

Basicamente, para fazer a escolha da cobertura mais adequada a ser utilizada são estes detalhes. Mas, por outro lado, é necessário fazer uma análise técnica da região a qual ela será usada, assim levando em consideração o clima da região, isto é, a incidência de calor, frio, chuva, granizo e assim por diante.

Baseado em todas essas preocupações existem muitas opções de materiais para fazer a cobertura de tal forma que não se arrependa no futuro.

Entretanto, as coberturas que mais são usadas nos dias atuais, consistem em uma armação, comumente, de madeira e revestido de telhas (material de revestimento).

Esse tipo de cobertura é chamado de telhado. Embora, todos os tipos de coberturas são importantes, mas vamos dar ênfase aos telhados.

Alguns telhados necessitam de estruturas maiores, geralmente, os grandes armazéns ou os galpões e para tais coberturas optam por telhas mais leves e ao mesmo tempo estruturas que conseguem um vão livre maior e, na maioria das vezes não estão tão preocupados com o fator estético, mas sim com o econômico e prático. Porém, quando se trata de edificações residenciais a estética é fundamental, com isso é comum usar estruturas de madeira com acabamentos sofisticados e ao mesmo tempo telhas cada vez mais bem acabadas, aliás, nos dias atuais são diversos os modelos e materiais que elas são produzidas.

Porém, as telhas de argilas vêm sendo usadas há muitos e continuam sendo as campeãs de uso, também são conhecidas como telhas de barro.

Até pouco tempo atrás a telha francesa era o modelo de telha de barro mais conhecida e consecutivamente mais usada. Entretanto, hoje pode se dizer que este modelo, apesar de bonito, está fora de moda, dando lugar para a telha portuguesa e a telha romana.

A partir do momento que foi feita a opção por telha de barro com estrutura de madeira, terá que decidir qual o tipo de telhado, pois existem diversos tipos que

poderá ser escolhido, evidentemente, lembrando do projeto arquitetônico e o fator econômico. Para fazer essa escolha, é importante entender como são definidos os telhados, ou seja, por definição, eles têm seus nomes dados pela quantidade de planos inclinados que servem para escorrer a água da chuva, ou seja, têm-se telhados de: uma água, duas águas, três águas, quatro águas e múltiplas águas.

Neste texto a ênfase será dada aos telhados de quatro águas, conforme foto da casa da figura.



Esse modelo de telhado foi bastante usado até o meado do século passado, ele se caracterizava pela cobertura de edificações quadriláteras, de formatos regulares e irregulares, consiste em quatro planos inclinados cujo encontro desses quatro planos forma um vértice,

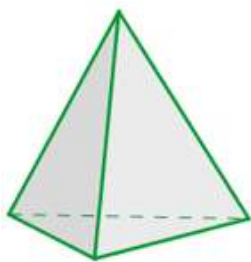
ou seja, não tem oitão e tem o formato de uma pirâmide de base quadrangular. Podemos observar, principalmente, esse tipo de telhado em bairros e construções mais antigas, assim como na Vila Casoni em Londrina no Estado do Paraná.

Conceito geométrico de pirâmide

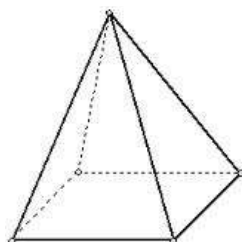
Na Geometria Espacial, o formato do telhado de quatro águas representa uma figura espacial importante, chamada de pirâmide.

Existem diversos conceitos que definem uma pirâmide ficaremos com esta:

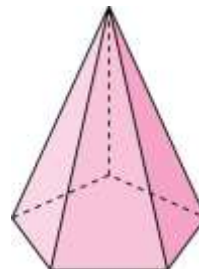
Pirâmide é todo poliedro formado por uma face inferior e um vértice que une todas as faces laterais. As faces laterais de uma pirâmide são regiões triangulares, e o vértice que une todas as faces laterais é chamado de vértice da pirâmide.



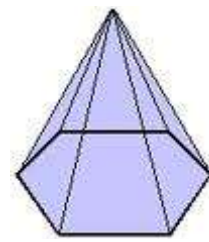
Pirâmide triangular



Pirâmide quadrangular



Pirâmide pentagonal



Pirâmide hexagonal

Cada tipo de pirâmide terá uma planificação, portanto, não poderemos generalizar a sua planificação, pois ela dependerá de sua base.

E agora mãos a obra:

1 Momento: Os alunos receberão aqui a folha de atividades e as planificações de uma pirâmide triangular e quadrangular.

Folha de atividades 1: Área da pirâmide

1. Observe a planificação que você recebeu de seu professor. Recorte na parte pontilhada e monte-a.

2. Que sólido geométrico você obteve após a montagem? _____

3. Vamos começar, medindo a altura e a base de um dos triângulos da lateral da pirâmide triangular. Com estas informações, calcule sua área. Que valor encontrou? Compare seu resultado com os de seus colegas.

4. Quantos triângulos congruentes compõem a lateral desta pirâmide? Então, podemos com a medida da base e da altura de um único triângulo dessa lateral calcular sua área e multiplicá-la por _____ para obtermos a área lateral.

6. Calcule a área lateral dessa pirâmide. _____

7. Meça a altura e a base do triângulo da base da pirâmide triangular e calcule sua área. _____

8. Agora que já sabemos qual é a área lateral da pirâmide triangular e a área de sua base, podemos determinar a área total dessa pirâmide. Desconsiderando as abas para colagem, quantos cm^2 de papel foram gastos na construção deste sólido? Este resultado está próximo de sua estimativa? _____

Observe a nova planificação entregue pelo seu professor. Você também deverá recortá-la e montá-la.

9. Que tipo de pirâmide você construiu? _____

10. Tente calcular a área lateral da pirâmide quadrangular que você construiu. Não esqueça que ela possui 4 triângulos. Que valor você encontrou? _____

11. Agora é a vez de calcular a área da base da pirâmide. Para isso, você irá medir com a régua o lado do quadrado que forma esta base e em seguida, calcular a área.

13. Com os dados obtidos nos itens anteriores, preencha a tabela abaixo.

Pirâmide	Área lateral	Área da base	Área Total
Triangular			
Quadrangular			

14. Você seria capaz de escrever uma fórmula que represente a área total de uma pirâmide? Discuta com seu colega e registre suas conclusões.

O cone para sinalização

A preocupação com a segurança e a integridade física das pessoas vem se intensificando devido ao aumento significativo da quantidade de veículos que trafegam nas estradas e rodovias de nosso país. Prova disso, o Código de Trânsito Brasileiro vem sendo regularmente atualizado. Também, recentemente foi decretada a lei seca, ou seja, ficou bem mais rígida a regra e a pena para quem for pego dirigindo alcoolizado.

Naturalmente, a segurança e a integridade física de motoristas e pedestre não se consolida apenas através de leis, regras e penalidades, mas, também, através de prevenções e cuidados, tanto do próprio motorista ou pedestre, quanto das

autoridades oficiais, sobretudo, dos policiais de trânsito. No tocante as prevenções e cuidados, existem alguns objetos necessários para que isso ocorra, dentre eles, podemos destacar o triângulo de sinalização, pneus em bom estado, limpador de pára-brisa em ordem e etc.

Entretanto, vamos dar ênfase a um objeto bastante usado, principalmente, em rodovias, sobretudo pelos Departamentos de Estrada e Rodagem (DERs), ou seja, o cone para sinalização viária.



Este objeto consiste em uma peça com o formato cônico e uma sapata (pés de apoio), feita de material flexível e serve para auxiliar a sinalização emergencial, com isso ele ajuda a controlar o tráfego rodoviário, canalizando e direcionando o fluxo de veículos e, muitas vezes, serve, também, para delimitar uma determinada área na rodovia.

Devido à importância do Cone para Sinalização Viária a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) determina algumas especificações em sua fabricação, tais como: o material a ser usado, o tamanho, a cor e assim por diante.

Sendo assim, o Cone para Sinalização deve ser feito de material flexível e resistente. O seu formato deve ser cônico com altura de 75 cm ou 95 cm, enquanto que a cor predominante tem que ser alaranjado com faixas reflexivas brancas com 10 cm de largura. Sua massa total deve ser 3 kg do mínimo e 4 kg no máximo e quando forem empilhados dois cones a nova altura não pode exceder 1,1 vezes a altura de um cone.

Para outros fins que não a sinalização viária (eventos esportivos, treinamentos, marcações áreas, colunas para marcações de filas, etc), a cor e o tamanho podem sofrer alterações.



Além das determinações para fabricação dos cones são necessárias algumas recomendações quanto ao seu uso. Portanto, para proceder à sinalização de emergência usando o cone para Sinalização é recomendado que se monte um projeto emergencial de sinalização dando ênfase ao posicionamento adequado e às suas respectivas normas de segurança.

Nesse projeto, também, é necessária uma análise da topografia e da geometria do local com o intuito de garantir a visibilidade adequada do cone e com isso evitar possíveis acidentes e/ou abalroamento de veículos nos referidos cones.

Para garantir que essas normas sejam cumpridas é necessário um controle de qualidade que é de responsabilidade da empresa que o fabrica. De modo geral, as empresas fazem esse controle através de amostra aleatória, geralmente, chamados de ensaio, da seguinte maneira: de um lote de até 100 peças se pega uma peça e em lotes maiores são usados 1% do total de peças do lote.

Enfim, o grande uso de cones, independente dos fins, é devido a seu formato privilegiando que lhe dá uma grande estabilidade vertical, pois, tem sua base maior e, conforme vai aumentando a sua altura, vai afunilando até terminar com um diâmetro bem menor fazendo com que o seu ponto gravitacional fique próximo à base.

2º Momento: Os alunos receberão aqui a folha de atividades e a planificação do cone.

Folha de atividade 2: Área do cone

1. Observe a nova planificação que você recebeu. Recorte-a e monte-a. Que sólido você construiu? _____

2. Quantos cm^2 de papel foram gastos na construção do cone? Mas antes, dê um palpite e compare sua resposta com a de seu colega. _____

3. Veja que a planificação é formada por uma base, que é um círculo, e por um setor circular. Para calcular a área de superfície dessa figura geométrica, precisamos calcular suas áreas. Que tal começarmos, calculando a área da base? Para isso, com o auxílio de uma régua, meça o raio do círculo da base que está em destaque pontilhado e calcule sua área, e seu comprimento, considerando $\pi=3,14$. Que valores você encontrou? Compare com a resposta do seu colega. _____

4. Chegou a vez de calcularmos a área do setor circular, que chamaremos de Área Lateral. Mas antes, vamos pensar na seguinte questão: Qual é o comprimento deste setor? **Dica:** você já o calculou. Compare o antes e depois do cone montado. Leia a

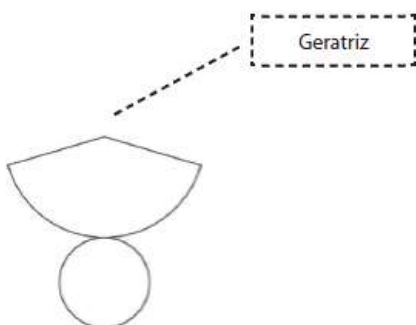
observação a seguir, converse com seu professor e registre o valor desse comprimento! _____



Quando no mundo da Matemática dizemos que dividimos uma pizza em quatro partes iguais, estamos dizendo que a massa com recheio (área) e a borda (comprimento) estão divididas cada uma em quatro partes iguais. O mesmo acontece quando dizemos que a dividimos em 5, 6 ou mais partes. Ou seja, nesses casos, a massa com recheio e a borda também ficam divididas respectivamente em 5, 6 ou mais partes iguais.

Essa brincadeira permite-nos verificar a proporcionalidade entre o ângulo central de um setor circular com sua área e o comprimento de seu arco. Em particular, utilizando regra de três, obtemos que a área de um setor circular de raio R e comprimento de arco, medindo c é dado por $A_s = \frac{cR}{2}$.

5. Com as informações obtidas no item 3, a medida da geratriz e uma regra de três simples, complete a tabela a seguir e encontre a área A_s do setor circular. Se tiver alguma dúvida, além do professor, a Tabela do item 6 a seguir pode ajudar!



	Comprimento	Área
Círculo de raio "g" geratriz		
Setor		A_s

6. Repita esta conta com os dados literais constantes da Tabela a seguir e encontre uma fórmula para a área lateral de um cone com raio da base medindo r e geratriz medindo g .

	Comprimento	Área
Círculo	$2\pi R$	πR^2
Arco	C	As

7. Descobriu quanto de papel seu professor gastou na planificação? Esse resultado é próximo de sua estimativa? Comente com seus colegas o seu resultado e faça um resumo do que você aprendeu, e revise com esta atividade. _____

8. As pirâmides e cones para as quais se calculou a área de superfície eram pirâmides regulares e cones retos. Relembre o que significa essas denominações e verifique se o que foi feito nesta atividade também vale para estes casos. Volte ao item 7 e complemente seu resumo de aula, adicionando estas informações.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação de área das pirâmides e cones

ATIVIDADE 2 -

Habilidade relacionada: Pirâmides e cones

Pré requisitos : Área das figuras planas

Tempo de duração: 2 tempos (100 minutos)

Recursos: Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura.

Organização da Turma: Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos

Objetivos: Trabalhar o conceito de volume da pirâmide e do cone a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos.

Descritores associados: H25 – Resolver problemas, envolvendo noções de volume.

Entregar aos alunos as planificações do prisma e das pirâmides que o decompõem.

Folha de atividade 3:

Recorte e monte as planificações que você recebeu do seu professor.

1. Que sólidos geométricos você montou? Cite *nome e sobrenome* dos sólidos.

2. Disponha as três pirâmides construídas dentro do prisma, de forma que eles se encaixem.

3. Desconsiderando as imperfeições de nossos modelos geométricos, podemos verificar uma relação entre a soma dos volumes das pirâmides e o volume do prisma. Que relação é essa? _____

4. Compare as pirâmides! Encoste as duas pirâmides que têm faces marcadas com uma *semicircunferência*, posicionando-as para baixo (como base). Nesta posição, elas têm mesma altura? _____

5. Você não consegue sobrepor essas faces (bases) com uma *semicircunferência*, mas elas são congruentes e, por isso, têm mesma área. Junte essa informação com

a resposta do item anterior e diga qual a relação entre os volumes dessas duas pirâmides. _____

6. Faça o mesmo com relação ao volume das duas pirâmides que têm faces com uma *meia estrela*.

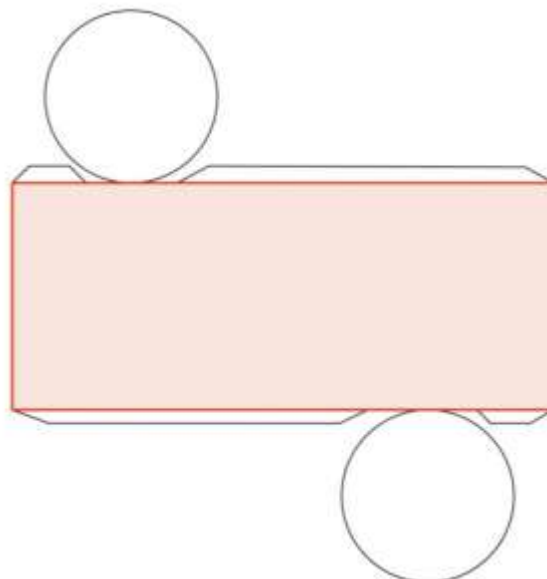
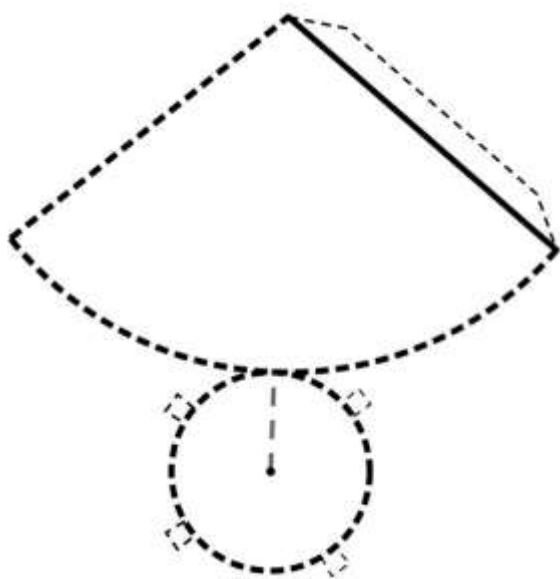
7. Agora com base em suas observações, responda: as três pirâmides têm mesmo volume? Por quê? _____

8. Então podemos afirmar que o volume de uma pirâmide é igual a um terço do volume de um prisma de mesma base e altura? Por quê? _____

9. Encontre com a régua as medidas aproximadas para as dimensões da base e altura do prisma. Calcule o volume deste prisma e o de uma dessas pirâmides.

10. Para calcular o volume de prismas, recorreremos à ideia de que este volume é igual a área da base multiplicada pela altura. Escreva você uma ideia como essa, para calcularmos o volume de pirâmides.

Folha de atividade 4:



1. Observe as planificações apresentadas agora pelo seu professor. Monte-as.
2. Que sólido você construiu a partir da *Figura 1*? E da *Figura 2*?

3. As planificações foram criadas para que o cone e o cilindro tenham mesma circunferência da base e mesma altura. Desconsidere as imperfeições que se apresentam por conta de nossa manipulação. Utilize uma régua para fazer as medições necessárias e completar a tabela.

Sólido	Altura
Cilindro	
Cone	

4. O cone e o cilindro possuem a mesma área da base? E quanto à altura, o que você observou? Converse com seus colegas e comparem suas medições.

5. Vamos encher o cilindro com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o completamente e despejando todo seu conteúdo no cilindro. Quantas vezes você repetiu este processo? _____

6. O que podemos afirmar sobre o volume do cone, se o compararmos com o volume do cilindro. _____

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Utilizar exercícios do livro didático para fixação para o cálculo da matriz inversa

AVALIAÇÃO

A avaliação é feita durante todo o processo. Na receptividade dos alunos, na sua conduta perante os professores e colegas, em sua interatividade durante as atividades, em como desenvolveu as competências relacionadas ao conteúdo estudado.

As folhas de atividades, propostas nesse plano de trabalho, a serem realizadas serão pontuadas.

O aluno também será avaliado de acordo com seu desempenho no Saerjinho, levando em consideração os conteúdos norteados nesse bimestre e também no bimestre anterior.

Aplicação de avaliação escrita individual (100 minutos) para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO 4 e 5 – Pirâmides e Cones – Curso de Formação Continuada oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2014 – <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 02/09/2014.

IEZZI, G. Matemática Ciência e Aplicações, 2º Ano . 7ª Edição. São Paulo. Saraiva, 2010. p.205-214 e p.227-234.

Endereços eletrônicos acessados de 02/09/2014 a 07/09/2014, citados ao longo do trabalho:

<http://www.mundoeducacao.com/matematica/geometria-1.htm>

<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pde/kleber-geometria-espacial.pdf>

<http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial21.php>

<http://www.infoescola.com/geometria-espacial/piramide/>

<http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial17.php>

<http://www.brasilecola.com/matematica/cone.htm>