FORMAÇÃO CONTINUADA – CEDERJ

ESFERA

Tarefa 4 – Grupo – 2 - Dezembro de 2012

Maria Bernadete Dias Manhães Pessanha

PLANO DE TRABALHO SOBRE ESFERA

[Maria Bernadete Dias Malais Pessanha]
[mbdmpessanha@gmail.com]

Duração prevista: duas semanas.

Área de conhecimento: Esfera.

INTRODUÇÃO

O ensino da Esfera deve acontecer de forma a tornar a aprendizagem dos alunos mais significativa, baseando-se na problemática das situações propostas, a contextualização. Como suporte para alcançar tal objetivo procura-se investigar a importância da Esfera, apresentando exemplos práticos, que despertem o interesse dos alunos pelo assunto; pesquisar como foram construídos os conceitos relativos à Esfera, na sua origem; identificar e interpretar alguns problemas que envolvam Esfera no cotidiano.

Descritores

- ✓ Definir esfera mostrando sua parte. Definir área da superfície esférica.
- ✓ Mostrar exemplos de com a esfera é útil em nosso cotidiano.
- ✓ Mostrar a relação do volume da esfera com o cone e o cilindro.

Pré-requisitos:

Ponto, reta, círculo e semicírculo.

DESENVOLVIMENTO

Objetivos:

- ✓ Contextualizar o assunto através de abordagem por meio de vídeo;
- ✓ Identificar a importância do estudo de esfera nas situações do cotidiano;
- ✓ Proporcionar condições para que os alunos assimilem conceitos básicos de esfera;
- ✓ Calcular área da superfície esférica;
- ✓ Calcular volume de uma esfera;
- ✓ Oportunizar ao aluno métodos que facilitem sua compreensão com relação à interpretação e resolução de problemas.

Recursos utilizados:

- ✓ Data show;
- ✓ Sala de informática usando software geogebra;
- ✓ Quadro branco e folha de atividades.

Material usado na introdução

Iniciar o estudo de Esfera com um vídeo bastante interessante e, acredito, que na linguagem dos nossos alunos: **http://www.youtube.com/watch?v=CCIE8Vaf3oI**

O vídeo aborda a geometria da Esfera. Esta geometria, que é um exemplo de geometria não-Euclidiana, pode ser útil para a determinação da menor distância entre dois pontos em uma superfície esférica, como a do planeta Terra. Nelson, ao escrever mais umas das aventuras do super-herói Radix, se depara com a seguinte pergunta: Como Radix poderá cumprir a missão de evitar o desmatamento no Planeta Terra? Para terminar a aventura do Radix, o cartunista

Nelson pedirá ajuda ao seu amigo Mario, que trabalha na área de monitoramento por satélite.

Esse vídeo aproxima a realidade do aluno, o que era abstrato passa a ter uma visão concreta.

Ou usar o vídeo telecurso, que ensina de maneira descontraída o volume da esfera e mostra a relação desse volume com o volume do cone, usando o raciocínio dedutivo. E também identifica as propriedades desses sólidos: http://www.youtube.com/watch?v=oOqHGGG9n44.

Curiosidade

Uma aplicação em Física

Os espelhos esféricos são espelhos que têm a forma de uma calota esférica. Suas propriedades se modificam se a parte refletora é a interna da calota (caso em que o espelho é dito côncavo), ou se é a externa (caso em que é dito convexo).

Espelho convexo. Fonte: http://www.mundoeducacao.com.br/fisica/espelhos-esfericos.htm

Conceitos importantes

A esfera como sólido de revolução

Uma abordagem alternativa, talvez secundária, mas bastante enriquecedora em termos de visão geométrica, além do conhecimento matemático em si, é apresentar a esfera como sólido de revolução.

Figura 1: Rotação da região circular

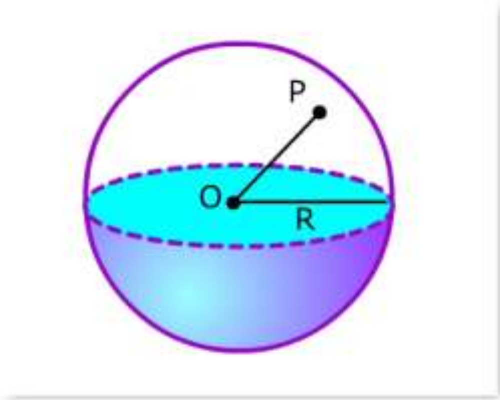
Recordando conceitos

Uma questão importante é começar a diferenciar o sólido esférico da superfície esférica. Os alunos tendem a confundir, apesar de, em geral, terem a intuição correta. Portanto, devemos reforçar o fato seguinte: a esfera como sólido de revolução é o conjunto de pontos no espaço resultante da rotação de pontos internos à circunferência e de pontos da própria curva, enquanto a superfície esférica é o resultado da rotação de pontos da circunferência. Uma comparação útil é com uma laranja: a esfera como sólido é a laranja com casca, polpa e tudo. Sua superfície é apenas a casca.

Figuras 2 e 3: A esfera e um hemisfério: sólidos.

Definição de uma esfera

Uma esfera é definida como um sólido de centro O e raio R cujo conjunto de pontos do espaço está a uma distância do centro igual ou menor que R. Eis uma ilustração a ser apresentada aos alunos:



ATIVIDADE 1

Duração: 2 horas/aula

Descritores

H04**-** Reconhecer esferas por meio de suas principais características.

H24 - Calcular a medida da área total de uma esfera, com ou sem a informação de fórmulas.

Pré - Requisitos: Círculos e Circunferências

Assunto: Introdução a Esfera e Área de Esfera

Recursos: Data Show

Objetivo: Definir esfera e saber calcular área de esfera usando fórmula.

Organização da Turma : Individual

Metodologia Adotada

A esfera é um importante sólido da geometria. Além disso, aparece em inúmeras aplicações importantes da vida cotidiana.

Nessa aula também apresentamos uma forma de manipular o sólido em 3D usando programa de apresentações do BrOffice, o Impress (http://www.broffice.org).

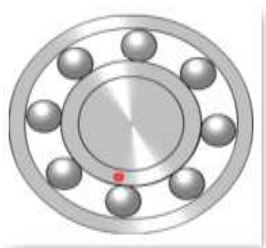
Abaixo uma imagem da esfera que está presente em nosso cotidiano

 **Bola de Futebol**	 **Globo Terrestre**

Neste momento, apresento uma bola e um globo pra fazer relação com a figura no datashow.

Uma vez que os alunos tenham tido a oportunidade de manipular e conhecer um pouco mais sobre a esfera pode-se partir para um aprofundamento do estudo da esfera.

Sempre que possível, é importante relacionar conteúdos com a vida cotidiana. Eis um exemplo que pode ser usado. Não deixe de ver a animação.

 Fonte e Animação: http://pt.wikipedia.org/wiki/Rolamento	Os rolamentos são formados por esferas que permitem que ocorra o giro de uma roda em um eixo, como por exemplo, nas rodas dos carros.

Área de Superfície Esférica

Temos que a área de uma superfície esférica de raio r é igual a:

$$A = 4 * \pi * r^2$$

Exemplo

Uma esfera de plástico possui raio medindo 20 centímetros. Determine a área dessa região esférica.

$$A = 4 * \pi * r^2$$

$$A = 4 * 3{,}14 * 20^2$$

$$A = 4 * 3{,}14 * 400$$

$$A = 5.024 \ \ cm^2$$

Exercícios

1- (FFT) Considere a Terra como uma esfera de raio 6.370km. Qual é sua área superficial? Descobrir a área da superfície coberta de água, sabendo que ela corresponde a aproximadamente 3/4 da superfície total.

2 - Uma laranja tem a forma de uma esfera, cujo diâmetro mede 8 cm. Então a área aproximada da casca dessa laranja é:

a) 190cm^2.
b) 200cm^2.
c) 210cm^2.
d) 220cm^2.
e) 230cm^2.

3 - Considere uma laranja como uma esfera composta de 12 gomos exatamente iguais. Se a laranja tem 8 cm de diâmetro, qual é o volume aproximado de cada gomo?

a) 19cm^3. b) 20cm^3. c) 21cm^3. d) 22cm^3. e) 23cm^3

ATIVIDADE 2

Duração: 2horas / aula

Descritores: H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

Pré - Requisitos: Círculos e Circunferências, Volume do Cone e Cilindro

Assunto: Volume de Esfera

Recursos: Papel cartão; Tesoura; Régua; Compasso; Massa de modelar; Estilete; Recipiente cilíndrico transparente (pode ser um pote de detergente, um copo etc);

Objetivo: Definir esfera e saber calcular área de esfera usando fórmula.

Organização da Turma: Grupos de 4 ou 5

Metodologia Adotada

Reunidos em grupos, os alunos construirão, usando massa de modelar, um cone e um cilindro de alturas iguais ao raio de sua base e uma semiesfera de mesmo raio. Depois, mergulharão os sólidos individualmente num recipiente com água e anotarão a altura que ela atingiu. Fazendo isso, pode-se perceber que a altura que a água sobe para o cone, semiesfera e cilindro são proporcionais a 1, 2 e 3, respectivamente. Dessa forma serão obtidas as relações de volume do cone e esfera a partir do volume do cilindro.

1ª ETAPA - Construção dos sólidos

Nesta etapa, cada grupo deverá construir um cone, um cilindro e uma semiesfera usando massa de modelar. Para facilitar a montagem, será usado um molde feito de papel cartão. Os alunos realizarão os seguintes procedimentos:

Cone

- Desenhar, no papel cartão, dois triângulos isósceles de altura R e base R, e recortá-los;

- Sobre a altura, fazer um corte da base até a metade em um dos triângulos e do vértice até a metade no outro;
- Encaixar os dois triângulos usando esses cortes (molde do cone);
- Com massinha de modelar, construir finalmente o cone, usando o molde anterior.

FIG. 2 Molde do cone.

FIG. 3

Semiesfera

- Desenhar e recortar no papel cartão uma circunferência de raio R, igual à altura do cone anterior, e cortá-la ao meio em um de seus diâmetros;
- No raio perpendicular ao diâmetro recortado das semicircunferências, fazer um corte da base até a metade em um deles e da metade até a borda no outro;
- Encaixar as duas semicircunferências usando esses cortes (molde da semiesfera);
- Com massinha de modelar, construir finalmente a semiesfera, usando o molde anterior.

FIG. 4 Molde da semiesfera.

FIG. 5

Cilindro

- Desenhar, no papel cartão, dois retângulos de largura igual a R, igual à altura do cone anterior, e comprimento R, e recortá-los;
- No meio do comprimento dos retângulos, fazer um corte perpendicular da base até a metade da largura;
- Encaixar os dois retângulos usando esses cortes (molde do cilindro);
- Com massinha de modelar, construir finalmente o cilindro, usando o molde anterior.

FIG. 6 Molde do cilindro.

FIG. 7

<u>**2ª ETAPA calculando os volumes dos sólidos**</u>

Agora, com os sólidos prontos, seus alunos farão a comparação de seus volumes e provavelmente chegarão à relação de 1: 2: 3 para os volumes do cone, semiesfera e cilindro respectivamente.

Para essa comparação, será necessário o uso de um recipiente cilíndrico transparente (frasco de detergente, por exemplo) com água.

Peça a seus alunos para fazer o seguinte:

1- Marcar, no recipiente, o nível da água;
2- Mergulhar o cone no recipiente e marcar novamente o nível. Medir a altura D_{cone} que a água subiu; (D = distância entre as marcações)
3- Mergulhar a semiesfera e marcar novamente o nível da água. Medir a altura $D_{semiesfera}$ que a água subiu;

4- Retirar a semiesfera e voltar à água no nível inicial. Mergulhar o cilindro marcando novamente o nível da água.

5- Medir a altura $D_{cilindro}$ que a água subiu;

6- Calcular as seguintes razões:

$$\frac{D_{cone}}{D_{cilindro}} \text{ e } \frac{D_{semiesfera}}{D_{cilindro}}.$$

A partir daí, eles poderão verificar a relação mencionada, já que o esperado é que a água suba em proporções de 1: 2: 3 para o cone, semiesfera e cilindro respectivamente. Isto quer dizer que

$$\frac{V_{cone}}{1} = \frac{V_{semiesfera}}{2} = \frac{V_{cilindro}}{3}$$

<u>3ª ETAPA - Fórmula de volume da esfera</u>

Depois que os grupos terminarem as 2 etapas, siga para a socialização dos dados obtidos, anotando no quadro as razões encontradas por cada grupo nas Etapas 1 e 2.

Observe e discuta com seus alunos que todas as razões; $\frac{D_{semiesfera}}{D_{cilindro}}$

São próximas de 1/3. Dessa forma o volume do cone é 1/3 do volume do cilindro.
Do mesmo modo, verifique a razão é aproximadamente de 2/3.
Ou seja, o volume da semiesfera é igual a 2/3 do volume do cilindro.

$D_{semiesfera} = \frac{2}{3} . D_{cilindro}$

$D_{semiesfera} = \frac{2}{3} .\pi.R^2.h$

$D_{esfera} = 2.D_{semiesfera}$

$D_{esfera} = 2. \frac{2}{3} .\pi.R^2.h$

$D_{esfera} = (4 \pi.R^2.h)/3$

Atividade 3

Duração: 2horas /aula

Descritores

H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.

Pré-requisitos:

Ponto, reta, círculo e semicírculo.

Assunto Esfera

Recurso :

Para essa atividade fará uso do software Geogebra, que pode ser baixado gratuitamente no link http://www.geogebra.org/cms/pt_BR.

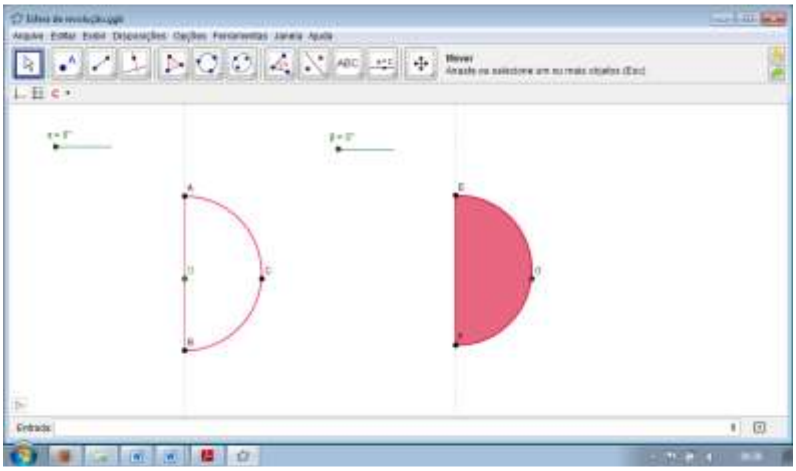
Objetivos:

- Construir no geogebra esfera.
- Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.

Organização da Turma: Grupos de 3

Metodologia Adotada

1) Abra o arquivo "Esfera de revolução. ggb".



2- Observe as duas figuras em vermelho que aparecem na tela de visualização. Você poderia citar o nome delas? ____

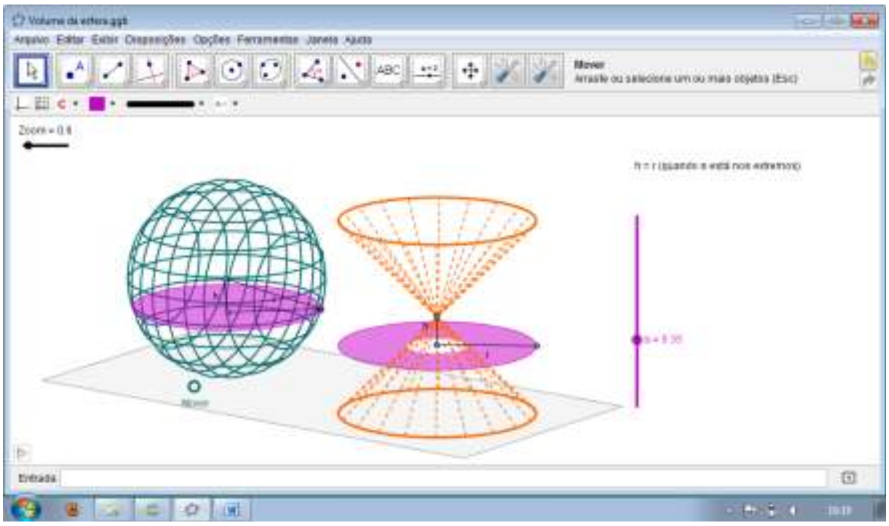
3- Clique com o botão direito do mouse sobre o botão play para animar. O que está acontecendo com a semicircunferência?

____

OBSERVAÇÂO:

Neste caso temos uma superfície esférica, já que estamos fazendo a rotação de uma semicircunferência em torno de um eixo. Vamos recordar o que aprendemos sobre a diferença entre esfera e superfície esférica. Você pode dar uma olhada no exemplo da laranja utilizada no texto base e usá-lo com seus alunos. Lembrando que a casca precisa ser montada de modo a aparecer a superfície da laranja.

4- Agora abra o arquivo “Volume da esfera. ggb”.



2) Que sólidos geométricos temos na tela de visualização?

____

Pense nisso: O nome desses sólidos, cone reto e esfera. O importante é ressaltar o fato de termos dois cones.

Trabalho para casa em dupla

<u>Descritores:</u>

H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

Objetivos

Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da ideia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.

Metodologia Adotada

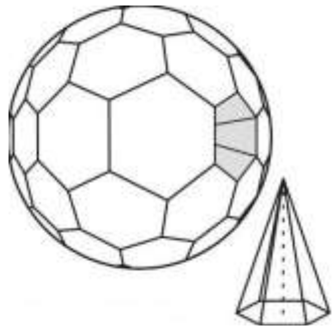
1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (neste caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? ___________________________________

2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, use uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.

3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou? ___________________________

Lembre-os que se trata de um retângulo, cuja área é dada por $A = bh$

4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.



Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br

5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem? ___________________________________

6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem? ____

Pense nisso: Note que a superfície esférica é formada por uma infinidade de polígonos. Mostre aos seus alunos que a área dessa superfície pode ser escrita como a soma das áreas dos polígonos. E o volume da esfera pode ser escrito como a soma do volume das pirâmides.

AVALIAÇÃO

A avaliação será feita todos os dias, pois os alunos irão trabalhar em pequenos grupos e os mesmos irão discutir entre si os seus resultados onde vou avaliar o aproveitamento e sanar as dúvidas.

Ao elaborar os instrumentos de avaliação, o objetivo maior é desenvolver as competências servir de conhecimentos adquiridos, para tomar decisões autônomas e relevantes. Outra forma de avaliar é o trabalho feito em casa.

Referências Bibliográficas

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Esfera – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2° ano do Ensino Médio – 4° bimestre/2012. Disponíveis em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br. Acesso no período de 16 de novembro a 26 de novembro de 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; Diniz, Maria Ignez. **Matemática Ensino Médio**. 2ª Série. 5ed. São Paulo. Saraiva. 2005

Sides acessados no período de 16/11 a 25/11/2012

http://kaubysantos.blogspot.com.br/2011/11/geometria-espacial-esfera.html

http://www.broffice.org

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html