VOLUME DE PIRÂMIDES E CONES

PLANO DE TRABALHO 2

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ / CONSÓRCIO CEDERJ

PROJETO SEEDUC

MATEMÁTICA 2º ANO – 3º BIMESTRE / 2012

PLANO DE TRABALHO

TAREFA 2

CURSISTA: Daiana De Fátima Pereira Barbosa Rios

TUTORA: Silvana Ribeiro Lima Cavalcante de Araújo

INTRODUÇÃO

Para começar, antes de falarmos sobre pirâmides e cones, seria bom fazer uma revisão dos bimestres anteriores aonde vimos PRISMAS e CILINDROS. Ou ainda lá no primeiro bimestre onde tivemos noção do que eram poliedros e corpos redondos, onde estudamos a relação de EULER (V - A + F = 2), poliedros regulares, convexo e não convexo.

Revisado tudo, através de exemplos, daremos continuidade aos conteúdos interessantes para o bimestre que é o volume de PIRÂMIDES E CONES.

Os pré-requisitos para o sucesso do aprendizado destes conteúdos é a clareza e o domínio do conteúdo de geometria plana. As figuras geométricas de um modo geral, o que é face, aresta e vértice, ou seja, o estudo dos polígonos. Precisaremos também que o aluno se recorde a fazer Teorema de Pitágoras para o estudo de cone.

Nesse estudo também não pode faltar a revisão do cálculo das áreas das figuras planas, em especial dos quadriláteros, do triângulo retângulo e do círculo.

DESENVOLVIMENTO

Além do material do dia (caderno, lápis e borracha) para o registro dos exemplos e revisões feitas dos conteúdos dos bimestres anteriores, utilizaremos também figuras planificadas, régua, cartolina e cola.

Faremos uma abordagem ao plano de ação 2 da formação continuada – projeto SEEDUC.

A turma será dividida em grupos de 4 pessoas e disponibilizaremos 5 tempos (250 minutos) para o desenvolvimento do plano de trabalho.

O objetivo do trabalho é o aprendizado do discente pelo conteúdo geometria espacial e mais especificamente volume de PIRÂMIDES E CONES.

<u>EXEMPLOS A SEREM UTILIZADOS EM SALA DE AULA – REVISÃO (50 minutos)</u>

<u>Relação de Euler, vértices, arestas e faces – (H08/ MATRIZ DO SAERJINHO)</u>

No cubo (ou hexaedro regular, prisma regular e poliedro convexo), temos:

Faces = 6; Arestas = 12; Vértices = 8, logo

V – A + F = 2

8 – 12 + 6 = 2

Volume de Prismas e cilindros – (H25/ MATRIZ DO SAERJINHO)

1- Volume do prisma = área da base × altura

Se a base for:

Quadrangular, área = l^2

Retangular, área = b × h

Triângulo Retângulo, área = b × h /2

Observação: O prisma é um poliedro (H04) pode ter qualquer polígono de base, mas as áreas acima citadas são as que mais utilizamos em sala de aula para abordar este conteúdo.

Exemplo: Calcule o volume de um prisma quadrangular, cujas arestas das bases medem 4 cm e sua altura mede 10 cm.

1º passo: calculando área da base.

Área do quadrado = l^2, ou seja, $A_b = 4^2$

Logo, $A_b = 16\ cm^2$.

2º passo: calcular o volume.

$V = A_b \times h$

$V = 16\ cm^2 \times 10\ cm$

$V = 160\ cm^3$

2- Volume do cilindro = Área da base × altura

A base do cilindro ao contrário do prisma não pode ser qualquer polígono de base, muito pelo contrário, a base do cilindro só poderá ser circular (corpo redondo – H04).

Área da base = $\pi \times r^2$

Exemplo: Em um cilindro de altura 10 cm o raio de sua base mede 4 cm, qual o volume deste cilindro?

1º passo: calcular área da base.

$A_b = \pi \times 4^2$

$A_b = 16\pi\ cm^2$

2º passo: calcular o volume.

$V = A_b \times h$

$V = 16\pi\ cm^2 \times 10\ cm$

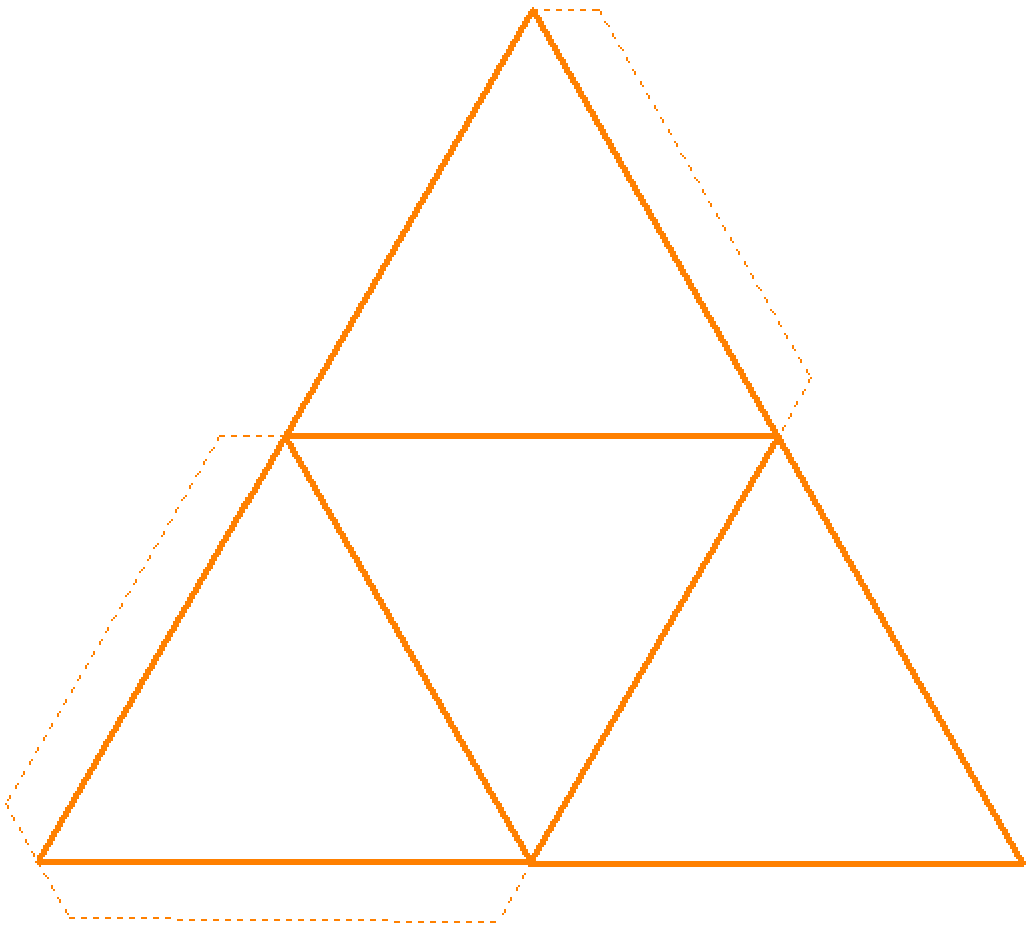
$V = 160\pi\ cm^3$

Concluída a revisão, iniciaremos o conteúdo do bimestre.

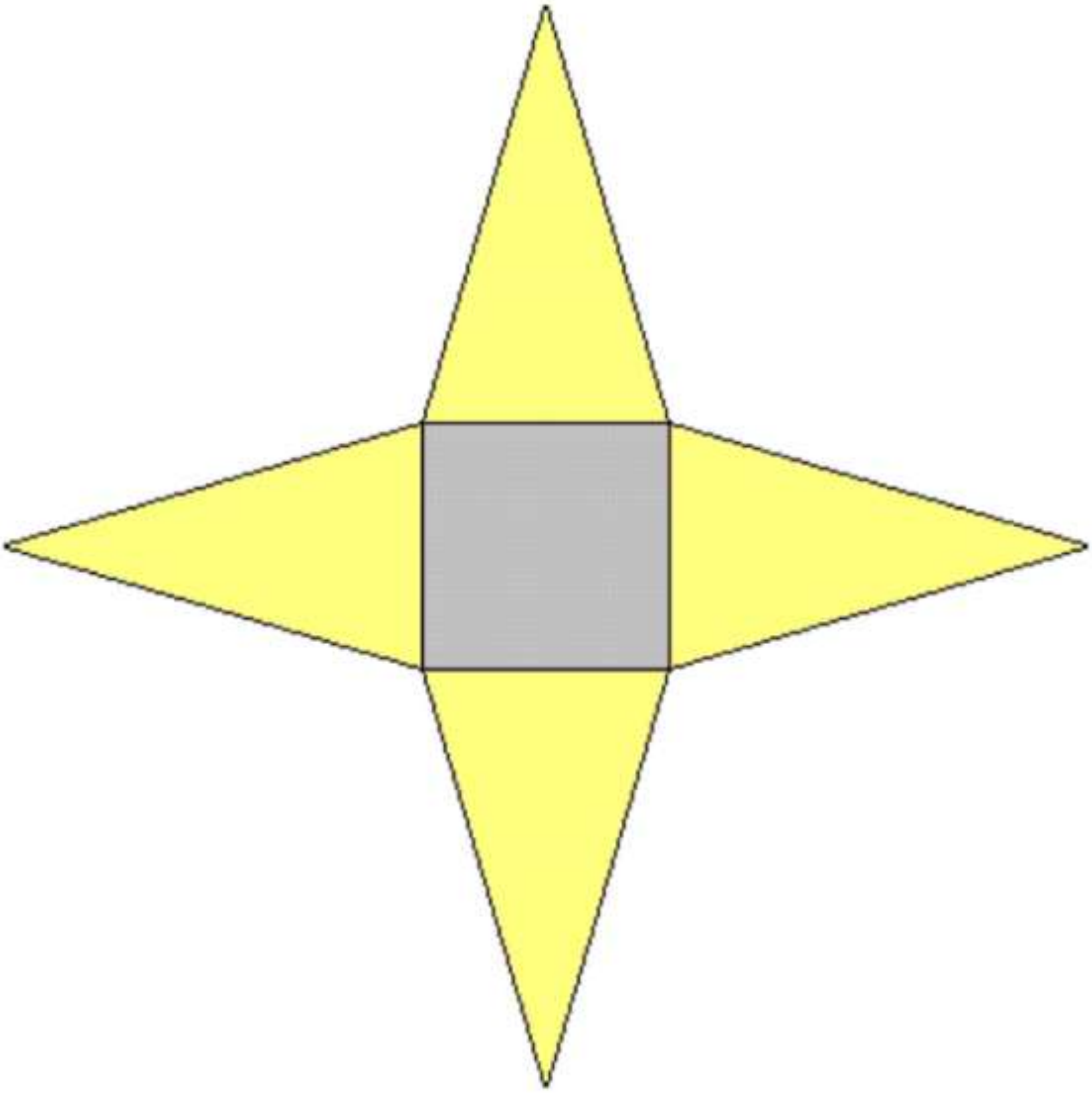
PLANIFICAÇÃO DE PIRÂMIDES E CONES – (H04 E 07/MATRIZ DO SAERJINHO) – (150 minutos)

Nesse momento faremos um trabalho manual para montar nossas próprias figuras geométricas espaciais.

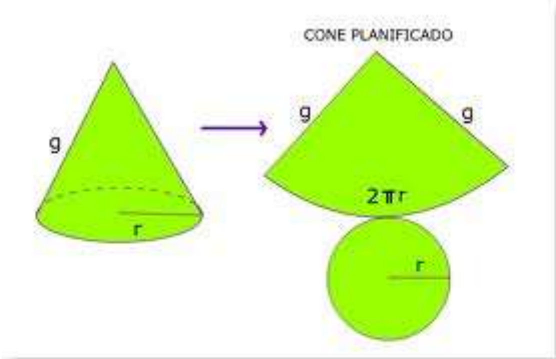
Pirâmide Triangular - Poliedro

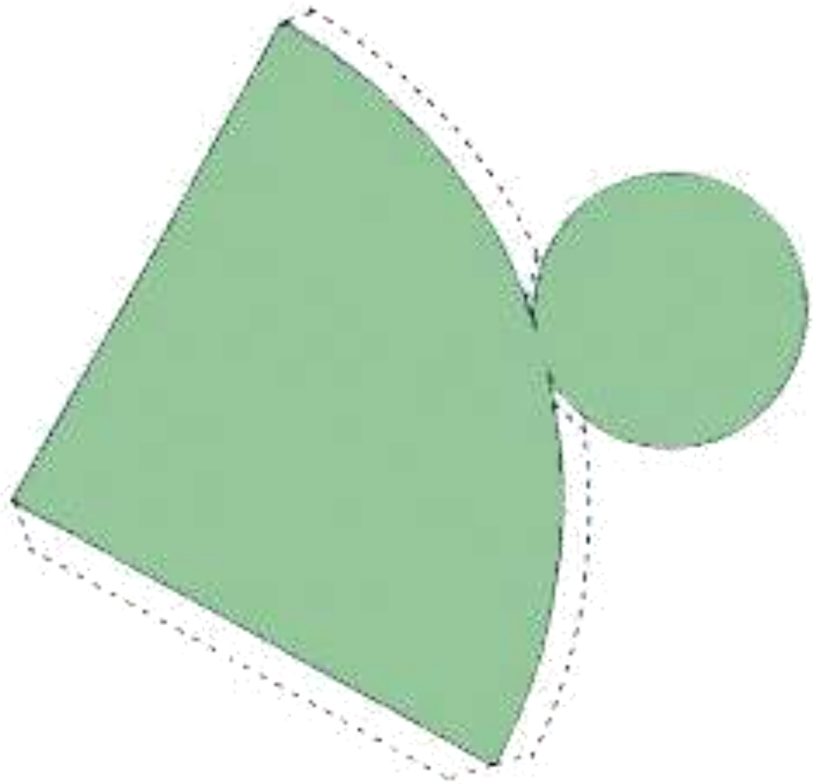


Pirâmide Quadrangular - Poliedro



Cone – Corpo Redondo

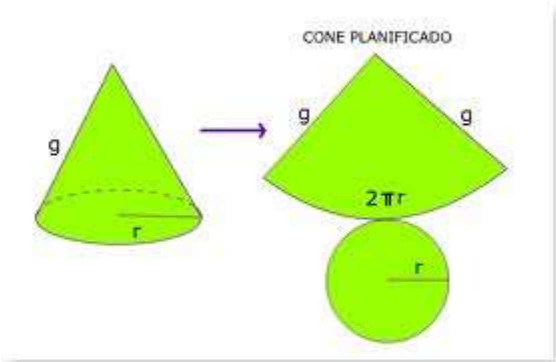




Nesse momento, a interação dos alunos é indispensável para a construção do conhecimento, pois aqui estamos trabalhando com geometria plana dentro da geometria espacial, estamos vendo a nomenclatura dos sólidos geométricos, além da relação de EULER e também a importância de se calcular a área das figuras geométricas planas, conteúdo esse aprendido no ensino fundamental que a grande maioria dos alunos acharam que nunca mais iriam utilizar.

Feito o trabalho manual onde exploramos as quantidades de faces, arestas e vértices e vimos a semelhança das figuras geométricas com o cotidiano, vamos aos cálculos.

VOLUME DE UM CONE – (H25/MATRIZ DO SAERJINHO)



g = geratriz

r = raio

h = altura

Em um cone reto, se não for dado pelo problema ou a geratriz ou o raio ou a altura, podemos então calculá-los com a ajuda do TEOREMA DE PITÁGORAS (H11/MATRIZ DO SAERJINHO).

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2 \text{ transformando para o cone,}$$

$$\text{Geratriz}^2 = \text{raio}^2 + \text{altura do cone}^2$$

Para calcularmos o volume de um cone, vamos precisar da área da base desse cone que pela visualização da figura já trabalhamos com ele anteriormente, é um círculo, e a área do círculo é calculada através de πr^2. E também precisaremos da altura do cone.

Volume do cone = 1/3 × Área da base × altura

Note como é parecido com o outro corpo redondo já estudado anteriormente, o cilindro.

EXERCÍCIOS PARA SEREM DESENVOLVIDOS PELOS ALUNOS DISPOSTOS EM DUPLAS

Exercício 1: Em um cone circular reto de altura 6 cm, o diâmetro da base mede 16 cm. Calcule seu volume.

Nota: diâmetro é igual a 2 vezes o raio.

1º passo: área da base do cone

$A_b = \pi \times r^2$

Raio é a metade do diâmetro, então mede 8 cm.

$A_b = \pi \times 8^2$

$A_b = 64\pi \text{ cm}^2$

2º passo: calcular o volume

$V = 1/3 \times A_b \times h_{cone}$

$V = 1/3 \times 64\pi \text{ cm}^2 \times 6\text{cm}$

$V = 128\pi \text{ cm}^3$

Exercício 2: Em um cone circular reto a geratriz mede 5 cm, a altura do cone mede 4 cm. Calcular desse cone seu volume.

1º passo: calcular a área da base

Note que não temos o raio, então aplicaremos o TEOREMA DE PITÁGORAS para achá-lo.

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$5^2 = r^2 + 4^2$$

$$25 = r^2 + 16$$

$$r^2 = 25 - 16$$

$$r^2 = 9$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$A_b = \pi \times r^2$

$A_b = \pi \times 3^2$

$A_b = 9\pi \text{ cm}^2$

2º passo: calcular o volume

$V = 1/3 \times A_b \times h$

$V = 1/3 \times 9\pi \text{ cm}^2 \times 4 \text{ cm}$

$V = 12\pi \text{ cm}^3$

Exercício 3 – questão contextualizada feita para o 2º fórum: A mãe de Pedrinho quis confeccionar para a festa de Pedrinho chapéus de festa infantil. Ela já sabe que esses chapéus precisam ter 12 cm de comprimento (diâmetro) e 8 cm de altura. Qual será o volume desses chapéus?

a) $96\pi\ cm^3$
b) $300{,}44\ cm^3$
c) $5760\pi\ cm^3$
d) $6000\ cm^3$
e) $36\pi\ cm^3$

Gabarito letra a.

VOLUME DE UMA PIRÂMIDE – (H25/MATRIZ DO SAERJINHO)

Para calcularmos o volume de uma pirâmide, precisaremos calcular a área da base da pirâmide (que pode ser qualquer polígono) e também vamos precisar da altura da pirâmide.

Esse tópico se torna um pouco mais abrangente, pois nossos alunos terão que identificar que figura compõe a base da pirâmide e também se recordar de como calcula a área desse polígono (o cálculo de algumas área foi revisado no início desse plano de trabalho).

Volume de uma pirâmide = 1/3 × área da base × altura da pirâmide

Note como é bem parecido com o cálculo do outro poliedro já estudado, o prisma.

EXERCÍCIOS PARA SEREM DESENVOLVIDOS PELOS ALUNOS DISPOSTOS EM DUPLAS

Exercício 1: Uma pirâmide de altura 10 cm, tem como base um quadrado de arestas 6 cm. Calcular seu volume.

1º passo: calcular a área da base

A área da base é composta por um quadrado, cuja área é calculada:

$A = l^2$, logo

$A_{base} = 6^2$

$A_{base} = 36\ cm^2$

2º passo: calcular o volume da pirâmide

$V = 1/3 \times A_{base} \times altura$

$V = 1/3 \times 36\ cm^2 \times 10\ cm$

$V = 120\ cm^3$

Exercício 2: Uma pirâmide de altura 50 cm tem como base triângulo retângulo de catetos 6 e 8 cm. Calcular seu volume.

1º passo: calcular a área da base

A base é composta por um triângulo retângulo, cuja área é calculada:

A_{base} = base × altura/2 , um dos catetos será a base do triângulo retângulo e o outro cateto será a altura.

$A_{base} = 6 \times 8/2$

$A_{base} = 24\ cm^2$

2° passo: calcular o volume da pirâmide

$V = 1/3 \times A_{base} \times h$

$V = 1/3 \times 24\ cm^2 \times 50\ cm$

$V = 400\ cm^3$

Exercício 3 – questão contextualizada montada pelo colega Roberto Leão e Souza para o 2º fórum e adaptada para cálculo de volume: Uma das grandes pirâmides do Egito chama-se Quéops. Um prefeito de uma cidade do interior resolveu chamar um construtor pra fazer uma réplica desta pirâmide em uma praça pública. Alguns meses depois o construtor apresentou o desenho de uma pirâmide quadrangular, regular, com altura de 4 metros e aresta de base com 6 metros. Qual será o volume desta pirâmide?

a) 84 m^3

b) **48 m^3**

c) 51 m^3

d) 120 m^3

AVALIAÇÃO – (50 minutos)

A proposta desse plano de trabalho é que ao final dele o aluno não tenha mais dúvidas em o que é poliedro e quais são eles. O que é corpo redondo e quais são eles. Para que utilizamos relação de EULER, o que é face, aresta, vértice e a diferença de geometria plana e espacial. Além de agregar conhecimento sobre o volume de pirâmides e cones.

A avaliação envolverá tanto o interesse e a capacidade de argumento do aluno quanto a atratividade da aula, ou seja, avalia-se o aluno, mas também avalia-se o professor.

O aluno será pontuado em todas as vezes que se mostrar participativo nos conteúdos e também nos exercícios propostos em duplas, não esquecendo é claro das figuras planificadas montadas pelos próprios alunos gerando sua própria geometria espacial.

Com isso estaremos avaliando as habilidades 04, 07,08 e 25 propostas pela matriz do saerjinho.

Aplicação em sala de aula:

A aula foi excelente nos requisitos interação e motivação dos alunos, dinâmica da aula proposta, revisão dos conteúdos anteriores e participação dos discentes.

As discussões dos alunos no entendimento das figuras planificadas e montadas em sólidos geométricos transformaram a aula em um trabalho dinâmico e divertido. Os alunos adoraram a aula diferenciada e também o trabalho em grupo e comentaram que todas as aulas poderiam ser desta forma.

Ponto negativo só tem destaque no pouco tempo que temos para abordagem do conteúdo, inclusive tivemos que aumentar o tempo deste plano para mais 50 minutos, para que a avaliação do trabalho fosse concluída.

FONTES DE PESQUISA

Matemática: contexto e aplicações / Luiz Roberto DANTE – 1ª Edição – São Paulo: Ática, 2010.

ROTEIRO DE AÇÃO 02 – Pirâmides e Cones – Curso de formação continuada oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012 – HTTP:projetoseeduc.cecierj.edu.br / acessado em 13/09/2012.

Endereços eletrônicos acessados em 13 de setembro de 2012, citados ao longo do trabalho:

HTTP://www.portaldoprofessor.mec.gov.br

HTTP://www.crv.educacao.mg.gov.br

HTTP://educ.fc.ul.pt