

**FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA  
CECIERJ / SEEDUC – RJ**

**PLANO DE TRABALHO**

**FUNÇÃO EXPONENCIAL**

**MATEMÁTICA – 1º ANO E.M. – 4º BIMESTRE / 2012**

**Cursista: LUCIENE CHIAPINI PEREIRA**

**Matrícula<sub>(SEEDUC)</sub>: 283746-6**

**Colégio: E. João Maurício Brum**

**Tutora: Lezieti Cubeiro da Costa**

## Introdução

O grande desafio no trabalho com as funções exponenciais está na habilidade com as operações envolvendo potências e raízes, por isso se faz necessário a retomada de alguns conceitos adquiridos no ensino fundamental. Após uma revisão detalhada de potenciação e radiciação, suas propriedades e os cálculos envolvendo esses conteúdos, iniciaremos o presente Plano de Trabalho.

Começaremos com uma apresentação em power point da lenda do Jogo de Xadrez de Malba Tahan. Analisaremos a proposta do sábio e a contraproposta do rei em tabelas e posteriormente em gráficos construídos numa mesma tela do software geogebra, quando verificaremos também o conjunto domínio e o conjunto imagem das funções; Nessa oportunidade estaremos reafirmando a condição de proporcionalidade da função linear, condição esta não presente na função exponencial.

Na segunda atividade, veremos o conceito da função, os valores que a base “a” pode assumir para que esta seja exponencial. Faremos uma construção de  $f(x) = a^x$  no geogebra com controle deslizante para observarmos a anatomia do gráfico para valores de “a” maiores ou iguais a zero, onde poderemos analisar  $a = 0$  e  $a = 1$ , verificando que a função nesses casos não é exponencial. Observaremos o comportamento do gráfico para  $0 < a < 1$  e  $a > 1$  onde definiremos a função crescente e decrescente.

Na terceira atividade veremos aplicações da função exponencial em situações-problema, momento em que o aluno deverá resolver as questões propostas e traçar o gráfico com o auxílio do software Geogebra.

A quarta atividade será avaliativa.

Serão necessárias 8 aulas de 50 minutos para a implementação desse Plano.

## Desenvolvimento

### 1ª Atividade – Conceituando Função Exponencial

#### **Habilidade relacionada: H53, H66, H63**

Associar o conceito de função linear a variação proporcional entre grandezas.

Reconhecer intervalos de crescimento, decrescimento e/ou zeros de funções reais representadas em um gráfico.

Identificar a representação algébrica e ou gráfica de uma função exponencial.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)

**Recursos Educacionais Utilizados:** lápis, borracha, computador com Microsoft Excel e o software Geogebra instalado, processador de multimídia, folhas xerocadas com o resumo das atividades.

## Organização da Turma: duplas

### Objetivos:

Identificar crescimento exponencial e diferenciá-lo do crescimento proporcional tendo como instrumento de análise a função algébrica e o gráfico, e destacar o conjunto domínio e o conjunto imagem dessas funções.

### Metodologia:

Na sala de informática, apresentar em power point, no data-show, a lenda do jogo de xadrez transcrita abaixo, dando a cada aluno uma folha xerocada com as atividades que a seguem.

#### *A Lenda do Jogo de Xadrez*

*Há uma lenda sobre o jogo de xadrez que conta que um rei empolgado com as tramas possíveis de serem construídas com esse jogo, pede ao sábio responsável por sua invenção que escolha qualquer coisa do seu reino como forma de gratificação.*

*O sábio pede como prêmio grãos de trigo. O rei, bastante surpreso pela simplicidade do pedido, pergunta imediatamente qual é a quantidade desejada. O sábio, deixando o rei ainda mais assustado e intrigado, pede ao soberano 1 grão de trigo pela primeira casa, 2 grãos pela segunda, 4 grãos pela terceira, 8 grãos pela quarta, 16 pela quinta, e assim por diante, dobrando sempre o número de grãos de trigo na passagem de cada casa. O rei fica perplexo e não entende a simplicidade do pedido.*

● *O rei parece perplexo com o pedido. E você? Discuta com seu colega. Qual a opinião de vocês sobre o pedido do sábio? Conseguiriam calcular a quantidade de grãos pedida?*

---

---

---

---

● *Vamos entender o pedido do sábio inventor do jogo de xadrez? Para isso, preencha a Tabela 1 até a 10ª casa do tabuleiro.*

<i>Casa do Tabuleiro</i>	<i>Grãos Recebidos</i>
<i>1</i>	
<i>2</i>	
<i>3</i>	
<i>4</i>	
<i>5</i>	
<i>6</i>	
<i>7</i>	
<i>8</i>	
<i>9</i>	
<i>10</i>	

● *O que está acontecendo com a quantidade de grãos a cada casa do tabuleiro? E com as casas do tabuleiro de xadrez, elas seguem a mesma regra?*

---

---

---

● *Reescreva cada quantidade de grãos encontrada como uma potência de base 2. Preencha a Tabela 2.*

<i>Grãos Recebidos</i>	<i>Potências de base 2</i>
1	
2	
4	
8	
16	
32	
64	
128	
256	
512	

● *É possível estabelecer alguma relação entre o número de grãos de trigo com as casas do tabuleiro? Escreva uma fórmula que relacione o número de grãos (y) com as casas do tabuleiro (x).*

---

● *Você já viu que a quantidade de grãos de trigo pedida é muito grande. Vamos calculá-la com a ajuda do Microsoft Excel.*

→ *Na planilha do excel, na coluna A (primeira), linha 1 (célula A1) digite o número 1 (primeira casa do tabuleiro);*

→ *Clique em cima do nº 1 e preencha as demais linhas da coluna em sequência até o número 64. Assim a coluna A apresentará uma sequência de 1 até 64;*

→ *Escreva na linha logo acima da planilha onde consta fx o seguinte: =2^(A4-1) e a seguir "enter". Aparecerá o nº 1 na coluna B linha 1 (célula B1);*

→ *Clique em cima da célula B1 posicionando o cursor no canto inferior direito até aparecer o sinal +. Em seguida "arraste" mantendo fixo o botão esquerdo do mouse. As demais células da coluna B serão automaticamente preenchidas com os valores correspondentes a cada casa (2,4,8,16,etc).*

● *E aí? Qual é a quantidade de grãos pedida?* \_\_\_\_\_

• Com o auxílio do software Geogebra, faça o gráfico que corresponde a função exponencial que você acabou de achar. Qual é o domínio dessa função? E a imagem?

---

---

#### *A contra proposta do rei*

*Preocupado com o sábio, o rei resolveu fazer uma contra proposta. Ele ofereceu dois grãos pela primeira casa e ao invés de dobrar a quantidade de trigo a cada casa do tabuleiro, ele sugeriu que fossem somados dois grãos na passagem das casas. Ou seja, seriam colocados 2 grãos na primeira casa, 4 grãos na segunda, 6 grãos na terceira, 8 grãos na quarta, 10 grãos na quinta e assim sucessivamente até a 64ª casa.*

• Essa é uma boa proposta? Por quê?

---

---

---

• Para ajudar na comparação com a outra forma de se obter os grãos, preencha a Tabela 3 de acordo com a regra proposta pelo rei.

<i>Grãos Recebidos</i>	<i>Potências de base 2</i>
<i>1</i>	
<i>2</i>	
<i>4</i>	
<i>8</i>	
<i>16</i>	
<i>32</i>	
<i>64</i>	
<i>128</i>	
<i>256</i>	
<i>512</i>	

• Que tipo de função caracteriza a nova regra? \_\_\_\_\_

• Escreva uma fórmula que relacione o número de grãos ( $y$ ) com as casas do tabuleiro ( $x$ ). \_\_\_\_\_

●Na mesma tela em que você fez o primeiro gráfico (pedido do sábio), faça o gráfico que corresponde a função que você acabou de achar (contra proposta do rei). O que observa? Onde há proporcionalidade? Qual é o domínio e qual é a imagem dessa função?

---

---

---

---

## 2ª Atividade – Conceituando Função Exponencial

### Habilidade relacionada: H66, H63

Reconhecer intervalos de crescimento, decrescimento e/ou zeros de funções reais representadas em um gráfico

Identificar a representação algébrica e ou gráfica de uma função exponencial.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)

**Recursos Educacionais Utilizados:** lápis, borracha, régua, computador com o software geogebra instalado, processador de multimídia, folhas xerocadas com o resumo das atividades, papel milimetrado.

**Organização da Turma:** duplas

### Objetivos:

Analisar a anatomia do gráfico de funções exponenciais ( $f(x) = a^x$ ) alterando o valor de “a”.

Construir o gráfico da função pedida no papel milimetrado e observar o comportamento do mesmo em relação a assíntota.

### Metodologia:

A atividade será feita no Laboratório de Informática. Cada dupla ficará em um computador e fará a atividade descrita depois de receberem uma folha xerocada com as atividades propostas.

- 1- Abra a tela do geogebra
- 2- Clique em exibir – malha.

3- No 11º menu de botões, clique em “Controle Deslizante”. Ao clicar com o botão esquerdo do mouse na tela do geogebra, aparecerá uma janela, onde você dará um nome para o controle deslizante (utilizaremos “a”) e registrará o limite (mínimo e máximo) para “a”. Adotaremos mín. -5 e máx. 5. Clique em aplicar. Aparecerá o controle deslizante na tela, com o botão esquerdo clicado sobre ele, arraste-o para onde vc desejar.

4- Na Caixa de Entrada, digite  $f(x) = a^x$  e dê “enter”. Aparecerá a função na janela algébrica com o “a” correspondente ao valor do controle deslizante.

5- Clique com o botão direito do mouse sobre o gráfico da função, clique em propriedades e mude a cor de seu gráfico. Destaque-o com um colorido bem forte.

6- No controle deslizante, arraste o “a” até atingir os números negativos (lembre-se: você colocou o limite mínimo -5, então o “a” pode deslizar a esquerda até o -5. Depois arraste-o ao limite máximo (5) que você estipulou. Analise o que ocorre com o gráfico.

● *O que você observou quando clicou em um número negativo para “a”?*

---

---

● *Arraste “a” até o zero. Sendo  $a=0$ , o que ocorreu? Como você explica isso?*

---

---

7- Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante, propriedades e mude os valores mínimo e máximo. Analisaremos agora a variação de “a” mín. 0 e máx. 10.

● *Você já analisou  $a=0$ , vá deslizando “a” para a direita até chegar bem próximo a 1. O que você observou?*

---

---

● *Que característica tem o gráfico quando  $a = 1$ ?*

---

---

● *Agora deslize “a” para valores à direita (valores maiores que 1). O que você observou?*

---

---

• *Que valores pode assumir “a” para que a função seja exponencial?*

---

---

• *Para que valores de “a” a função exponencial é crescente?* \_\_\_\_\_

• *Para que valores de “a” a função exponencial é decrescente?* \_\_\_\_\_

• *Agora, no papel milimetrado trace os gráficos das funções abaixo.*

a)  $f(x) = 2^x$

b)  $g(x) = (1/3)^x$

c)  $h(x) = 3^{x+1}$

d)  $i(x) = (1/4)^{x-1}$

• *Verifique cada gráfico que você traçou digitando na caixa de entrada do geogebra as funções acima.*

• *Qual é a assíntota dos gráficos acima?* \_\_\_\_\_

• *Em cada gráfico traçado verifique em que ponto o eixo y é cortado. Explique porque isso ocorre.*

---

---

### **3ª Atividade – Resolvendo problemas**

**Habilidade relacionada: H58**

Resolver problemas envolvendo a função exponencial.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)



**Recursos Educacionais Utilizados:** caderno, lápis, borracha, processador de multimídia, folhas xerocadas com o resumo das atividades.

**Organização da Turma:** pequenos grupos (4 alunos por grupo)

**Objetivos:**

Reconhecer fenômenos que crescem ou decrescem exponencialmente  
Analisar a anatomia do gráfico de funções exponenciais e interpretá-lo.  
Resolver problemas envolvendo funções exponenciais.

**Metodologia:**

A situação- problema será apresentada e o grupo terá um tempo para resolvê-la. Após esse tempo o gráfico da função será mostrado no data-show e será aberto espaço para discussões.

1) A função  $n(t) = 1000 \cdot 2^{0,2t}$  indica o número de bactérias existentes em um recipiente, em que  $t$  é o número de horas decorridas.

a) Quantas bactérias haverá no recipiente após 10 horas do início do experimento?

---

b) Em quanto tempo após o início do experimento haverá 64000 bactérias? \_\_\_\_\_

c) Haver 32000 bactérias no recipiente significa que o tempo decorrido após o início do experimento é metade do tempo necessário para totalizar 64000 bactérias? Por quê?

---

---

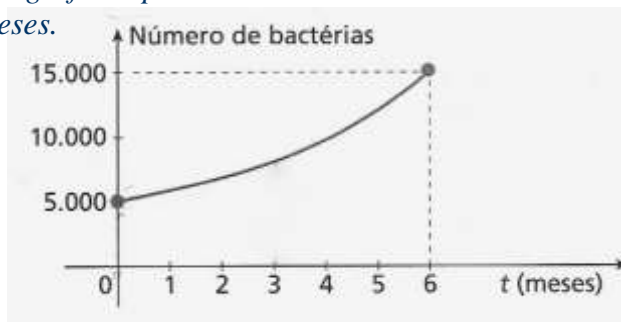
2) Certo montante pode ser calculado pela fórmula  $M = C.(1 + i)^t$ , em que  $C$  é o capital,  $i$  é a taxa corrente e  $t$  é o tempo. Com um capital de R\$20.000,00, a uma taxa anual de 12% ( $i = 0,12$ ), qual será o montante em 3 anos? \_\_\_\_\_

Posso afirmar que em 6 anos esse montante será o dobro do que terei em 3 anos? Explique:

---

---

3) O gráfico apresentado indica o crescimento de uma cultura de bactérias ao longo de 6 meses.



- a) Com quantas bactérias se iniciou a pesquisa? \_\_\_\_\_
- b) Após 6 meses, qual a quantidade total de bactérias? \_\_\_\_\_
- c) Se a lei de formação da função que representa essa situação é  $f(t) = k.a^t$ , determine os valores de “a” e “k”. \_\_\_\_\_
- d) Qual é o domínio dessa função? \_\_\_\_\_
- e) E a imagem? \_\_\_\_\_
- f) Qual é o número de bactérias após 3 meses de experiência? \_\_\_\_\_

4) Em uma região litorânea estão sendo construídos edifícios residenciais; e para isso a região, antes arborizadas, conta com pouquíssimas árvores. Um biólogo prevê que a quantidade de pássaros de certa espécie irá diminuir segundo a lei  $n(t) = n(0).4^{-t/3}$ . Onde  $n(0)$  é a quantidade estimada de pássaros antes do início das construções e  $n(t)$  é a quantidade existente  $t$  anos depois.

Qual é o tempo necessário para que a população de pássaros dessa espécie se reduza à metade da população existente antes do início das construções? \_\_\_\_\_

#### **4ª Atividade – Avaliando**

##### **Habilidade relacionada: H63, H66, H58**

Reconhecer intervalos de crescimento, decrescimento e/ou zeros de funções reais representadas em um gráfico.

Identificar a representação algébrica e ou gráfica de uma função exponencial.

Resolver problemas envolvendo a função exponencial.

**Tempo de Duração:** duas aulas (100 minutos)

**Recursos Educacionais Utilizados:** lápis, borracha e folhas xerocadas, processador multimídia, computador com o software Geogebra instalado.


**Organização da Turma:** individual

##### **Objetivos:**

Avaliar a aprendizagem em relação às habilidades relacionadas no plano de trabalho.

### Metodologia:

Os alunos farão a avaliação escrita e, após o término desta (tempo estimado de 50 minutos), faremos a correção com o comentário das questões, tendo como auxílio, o data-show ligado a um computador com o software Geogebra instalado.

	Avaliação de Matemática		
	Aluno: _____	Turma: _____	Data: ___/___/___
Colégio Estadual João Maurício Brum		Prof. <i>Luciene Chiapini Pereira</i>	

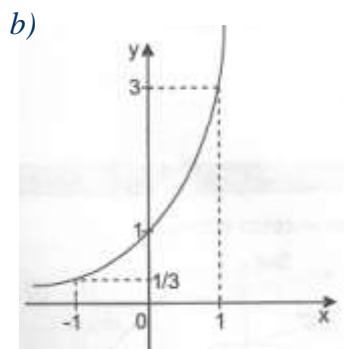
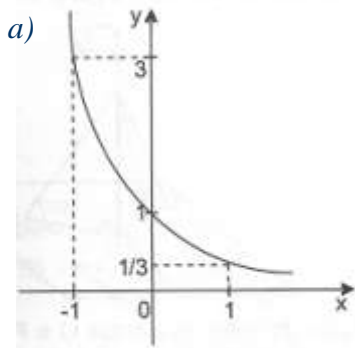
1) Para que a função do tipo  $y = a^x$  seja exponencial, o valor de “a” deve ser:

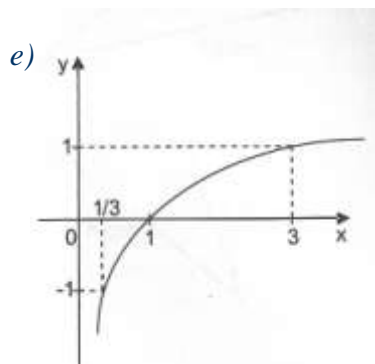
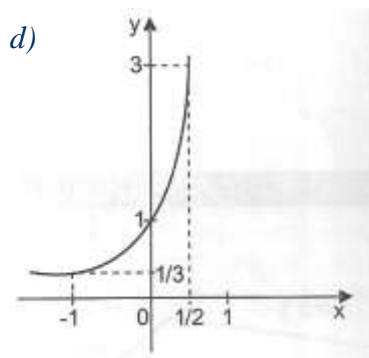
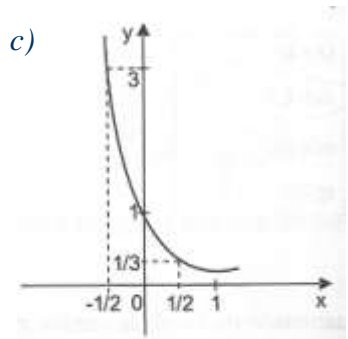
- a) qualquer real menor que zero.
- b) qualquer real maior que zero.
- c) qualquer real diferente de zero.
- d) qualquer real maior que zero e diferente de 1.
- e) qualquer real diferente de 1.

2) A função exponencial é crescente quando

- a)  $a < 1$
- b)  $a > 1$
- c)  $a = 1$
- d)  $0 < a < 1$
- e)  $a > 0$

3) O gráfico que representa a função  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  é





4) A população de peixes em um lago está diminuindo devido à contaminação da água por resíduos industriais.

A lei  $n(t) = 5000 - 10 \cdot 2^{t-1}$  fornece uma estimativa do número de espécies vivas ( $n(t)$ ) em função do número anos ( $t$ ) transcorridos após a instalação de um parque industrial na região.

a) *Estime a quantidade de peixes que havia no lago no ano da instalação do parque industrial.*

---

b) *Algum tempo após as indústrias começarem a operar, constatou-se que havia no lago menos de 4920 peixes. Após quantos anos de operação das indústrias havia essa quantidade de peixes?*\_\_\_\_\_

c) *Uma ONG divulgou que, se nenhuma providência for tomada, em menos de uma década (a partir do início das operações) não haverá mais peixes no lago. Tal afirmação procede?*\_\_\_\_\_



5) *O número de bactérias em uma colônia duplica a cada hora. Em uma experiência de laboratório, foi colocada, em um tubo de ensaio, uma amostra de 100 bactérias por ml de solução.*

a) *Qual é o número de bactérias após 3 horas?* \_\_\_\_\_

b) *Qual é a lei que relaciona o número  $y$  de bactérias existentes na amostra e o tempo ( $t$ ), em horas, decorrido do início da experiência?* \_\_\_\_\_

c) *Depois de quantas horas a população dessa cultura será de 6400 bactérias?*

---

## Avaliação

Os alunos serão avaliados no decorrer das atividades propostas. Outro critério de avaliação adotado será a avaliação individual escrita, apresentada acima (4ª atividade).

Após o término da avaliação escrita, haverá a resolução da mesma no quadro; os gráficos serão apresentados na tela do Geogebra com o auxílio do data-show; momento oportuno de esclarecer eventuais dúvidas que ainda persistirem e avaliar a aprendizagem diante das questões abordadas.

Não só a avaliação da aprendizagem, mas também a avaliação do trabalho deverá ser feita com a turma para correção de possíveis erros.

## Referências Bibliográficas

IEZZI, Gelson. et all. *Matemática: Ciência e Aplicações*. V 1. São Paulo: Saraiva, 2010.

PAIVA, Manoel. *Matemática*. V único. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2003.

BARROSO, Juliane Matsubara (org.). *Conexões com a Matemática*. V 1. São Paulo: Moderna, 2010

*Roteiros de Ação: Funções Exponenciais*. Formação Continuada, projeto SEEDUC/CECIEJ, em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br> . Rio de Janeiro: 4º bimestre, 2012.