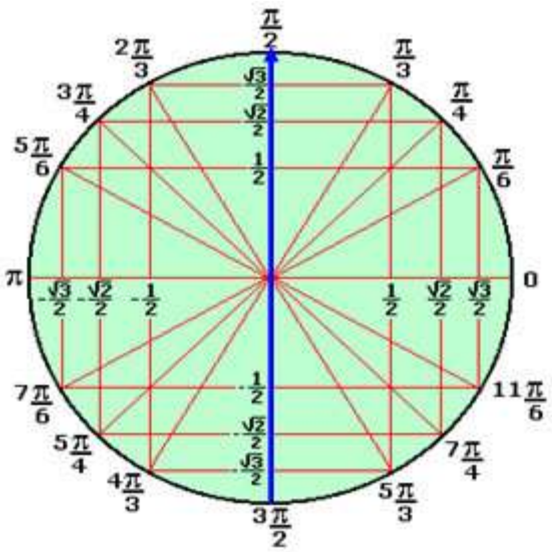
Plano de Trabalho 2



Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ Consórcio CEDERJ

Matemática 1º Ano 4º Bimestre/2012

Tarefa 4
Cursista: Marcia Eliane Furtado de Oliveira
Grupo:01
Tutora: Gabriela dos Santos Barbosa

Sumário:

Introdução:

Esse plano tem o objetivo de ajudar na compreensão de um novo conhecimento a “trigonometria na circunferência” de maneira gradual por isso partimos do lúdico com a construção do teodolito (ou medidor de ângulo) essa atividade é para ser feita em 3 momentos o primeiro a discussão de como medir? Para que medir? Como é calculado a distância da Terra a Lua? E outras medidas? O tamanho de uma bactéria? Essa discussão é importante, pois mostra a importância da Matemática nos pequenos e grandes momentos de nossas vidas. Depois vamos conhecer um instrumento muito usado por arquitetos e engenheiros o teodolito. Vamos construí-lo! A construção física, a exploração do medidor de ângulos o funcionamento e como usar. Um segundo momento é a atividade em campo a escolha do objeto o qual será calculado a altura, a verificação da distância do observador até este. E por fim farão os cálculos usando a tangente e verificando a altura do objeto escolhido.

Após essa atividade partiremos para novos conceitos e analisaremos problemas contextualizados no ciclo trigonométrico sempre priorizando a visão geométrica. Estudaremos por fim as funções trigonométricas. Para isso usaremos o software geogebra e com as construções e analisando os gráficos chegaremos às conclusões desejadas. Depois exploraremos algumas animações selecionadas no geogebra cujos sites estão indicados no desenvolvimento da atividade.

Para um bom desenvolvimento desse plano o aluno deve ter domínio das definições de seno, cosseno e tangente, conhecer o radiano e saber operar as transformações grau radiano e vice-versa também se faz necessário o conhecimento das leis dos senos e cossenos.

De posse desses conhecimentos podemos concluir esse plano com uma avaliação para analisarmos o nível de conhecimento.

Desenvolvimento:

Atividade 1:

Construção do teodolito (Roteiro 2)

Pré-requisito: ângulos, razões trigonométricas.

- Tempo de duração: 4 aulas de 50 minutos
- Recursos educacionais utilizados: Pesquisa sobre teodolito, folha com instrução para construção do teodolito, material para essa construção como transferidor, barbante, pedra, papel cartão, régua, hidrocor, tesoura e trena.
- Organização da turma: em pequenos grupos 2 a 3 alunos.
- Objetivo: Essa atividade tem o objetivo de fazer a construção de um teodolito artesanal e com ele estudar trigonometria, estudando ângulos e calculando alturas ou distâncias.
- Metodologia Adotada: Dar significado a trigonometria a partir de um instrumento feito por eles mesmos.

Na aula que precede essa atividade solicitar aos alunos que tragam o material para construção do teodolito, e mais uma pesquisa contendo essas informações:

- O que é o teodolito?
- Para que serve?
- Quem usa?

  Material necessário: * papel cartão (20cm por 10cm);
  *transferidor;
  *barbante;
  * pedra pequena (ou peso);
  * trena ou fita métrica;
  *fita adesiva transparente (durex);

Começando com essa indagação: (seguindo o roteiro 2 com pequenas modificações)

Você sabe qual é a distância da Terra ao Sol? Como terá sido medida essa distância?

A preocupação em medir distâncias acompanha o homem da antiguidade até os dias de hoje. Calcular pequenas distâncias é um problema de fácil solução. Mas muitos problemas interessantes envolvem a medida de distâncias inacessíveis.

Sejam estas medidas acessíveis ou inacessíveis, praticamente todas, podem ser obtidas com o auxílio da trigonometria. Na essência, o problema que está presente em quase todas as situações é a resolução de um triângulo.

Você seria capaz de fornecer exemplos de instrumentos de medidas?

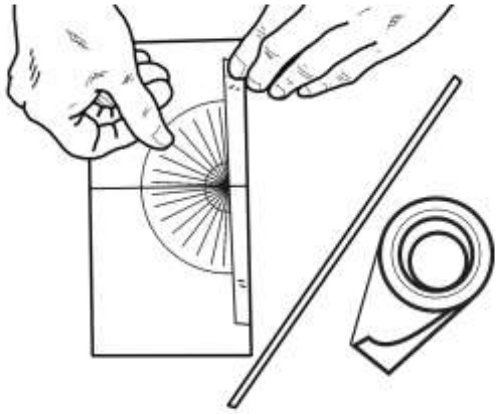
1. Cite quais grandezas são possíveis de serem medidas com os instrumentos citados?

2. Imagine se o instrumento de medida citado pode ser usado para determinar as seguintes medidas: distância entre dois planetas, espessura de um fio de cabelo, altura do Morro do Pão de Açúcar, distância de uma margem a outra da Baía de Guanabara, largura do rio Paraíba do Sul.
3. Suponha que você deseja saber a distância do planeta Terra ao Sol. Como poderemos fazer isso? Quais são os instrumentos mais adequados? Quais são as dificuldades? Discuta com seus colegas.
4. Você conhece o teodolito? Para que ele serve?

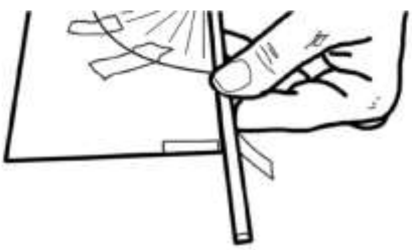
Vamos construir nosso próprio teodolito!
Para isso seguiremos alguns passos:

Passo 1: Recorte um pedaço (20 cm × 10 cm) do papel cartão. Ele será a base do seu teodolito.

Passo2: Fixe o transferidor neste pedaço de papel usando a fita transparente, como vemos na figura, dando destaque ao segmento de reta que passa pela marca do ângulo de 90°, como na figura a seguir.



Passo 3: Agora precisamos prender o canudo com o barbante e o peso no transferidor. Tenha bastante atenção para que o canudo coincida com a linha de fé do transferidor (a linha que passa pelo 0° e pelo 180°), e o barbante já deverá estar preso ao canudo (amarrado) de maneira que o nó coincida com o centro do transferidor. As figuras abaixo ilustram isso.



De posse do nosso medidor de ângulos, que tal medirmos a altura de algo inacessível na escola? Procure na escola alturas difíceis de serem medidas, como a do telhado, da cobertura da quadra, do segundo pavimento, de uma árvore ou de uma torre de transmissão de celular, por exemplo.

5. Que altura você vai medir?
6. Agora que você escolheu que altura deseja medir, posicione-se a uma distância conhecida do objeto cuja altura você vai determinar (você pode medir antes a distância). A que distância você está do objeto cuja altura você pretende verificar?
7. Leve o seu teodolito à altura dos seus olhos e observe, através do canudo, o topo do objeto do qual você pretende determinar a altura. Peça a um colega que olhe no seu teodolito, enquanto você observa pelo canudo o topo do seu objeto, qual a menor indicação para a medida do ângulo do barbante no transferidor. Qual foi o ângulo que o seu colega viu?
8. Dentro da Sala fazendo uma demonstração de como usar o teodolito. Peguei com exemplo a lâmpada e queria saber a que altura ela estava. Neste momento demonstrei como utilizar o teodolito. Aproveitando para fazer uma pequena revisão de como usar a tangente.

   Nesse momento iremos para o pátio da escola para cada dupla usar o seu teodolito e verificar a altura do objeto que desejaram. (escolha livre nesse primeiro momento)
9. Use agora os seus conhecimentos sobre razões trigonométricas para determinar a altura do objeto que você observou pelo teodolito. Mas lembre-se: o segmento BC indicado no esquema acima representa apenas uma parte da altura procurada. A altura total será o resultado da soma da medida do segmento BC com a sua própria altura, certo? Mãos à obra!

Atividade 2:

Pré-requisito: funções trigonométricas

- Tempo de duração: 4 aulas de 50 minutos
- Recursos educacionais utilizados: laboratório de informática com internet e geogebra, Datashow (ou quadro interativo)
- Organização da turma: em pequenos grupos 2 a 3 alunos.
- Objetivo: Construir o conhecimento conhecer e analisar os gráficos das funções seno, cosseno e tangente.
- Metodologia Adotada: Uso da tecnologia para um melhor entendimento de como funcionam as funções trigonométricas
- Competência e habilidade: Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente.

  1ªaula: aula tradicional. Passando alguns conceitos e exemplos no quadro branco.

Vamos recordar algumas definições que serão muito usadas nessa atividade:

Sen θ = $\frac{medida\ do\ cateto\ oposto\ a\ \theta}{medida\ da\ hipotenusa}$

Cos θ =$\frac{medida\ do\ cateto\ adjacente\ a\ \theta}{medida\ da\ hipotenusa}$

Tg θ=$\frac{medida\ do\ cateto\ oposto\ a\ \theta}{medida\ do\ cateto\ adjacenste}$

É importante destacar duas relações entre essas razões válidas para qualquer ângulo θ:

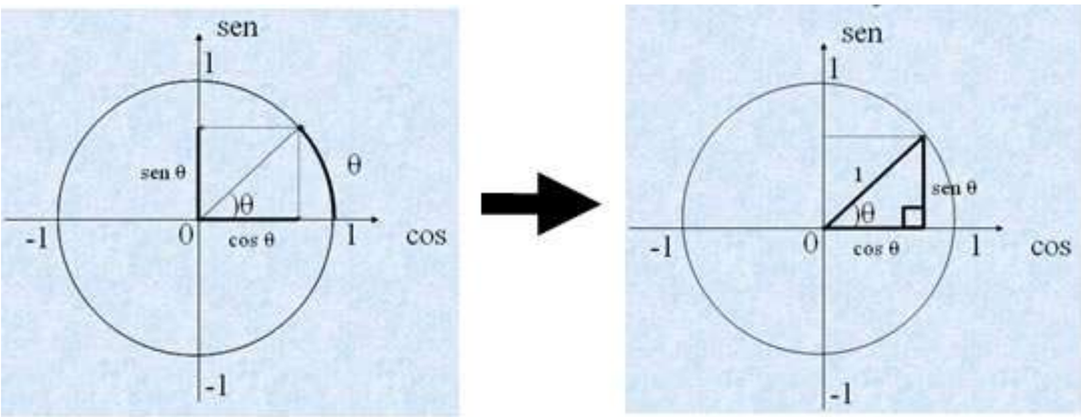
$$sen^2\theta\ + cos^2\theta = 1$$

$$tg\theta = \frac{sen\theta}{\cos\theta}$$

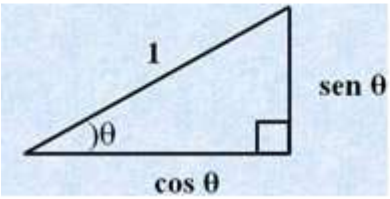
A primeira relação é bem simples de verificar (basta usarmos o teorema de Pitágoras)!

Que tal tentar?

Vamos começar partindo do ciclo trigonométrico (raio unitário e orientado). Para isso temos que considerar o eixo horizontal como eixo dos cossenos e o vertical como o dos senos.

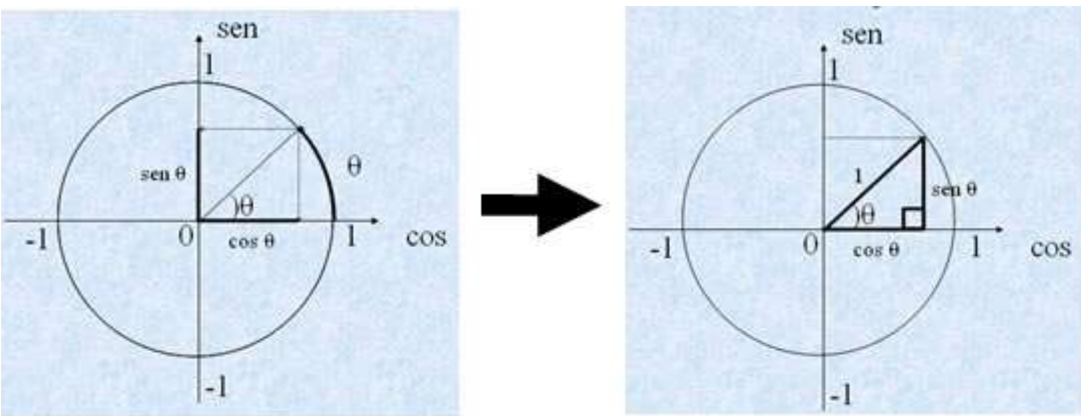


Destacando o triângulo retângulo e usando o teorema de Pitágoras temos:

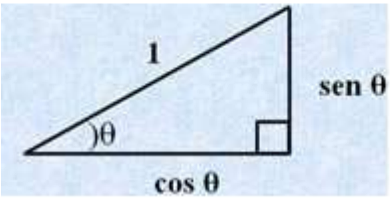


$sen\ \theta^2 + cos\theta^2 = 1$

No círculo trigonométrico, o eixo horizontal é representado pelo seno e o eixo vertical, pelo cosseno. Ao determinarmos um ponto qualquer sobre a extremidade do círculo, temos sua projeção no eixo dos senos e dos cossenos. Ao traçarmos um segmento de reta do eixo das origens do círculo até o ponto determinado, formamos um ângulo Θ, como mostram os esquemas a seguir:



Com base no triângulo retângulo formado, vamos aplicar os fundamentos do teorema de Pitágoras:



$sen^2\,\theta + cos^2\,\theta = 1$

Aplicação da relação fundamental

Exemplo 1:

Considerando que $sen\ x = \frac{1}{4}$, com $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, determine cos x.

Usando a relação fundamental: $sen^2 x + cos^2 x = 1$

Substituindo o que temos:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + cos^2 x = 1$$

Isolando nossa incógnita:

$$cos^2 x = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Efetuando os devidos cálculos:

$$cos^2 x = 1 - \frac{1}{16}$$

$$cos^2 x = \frac{15}{16}$$

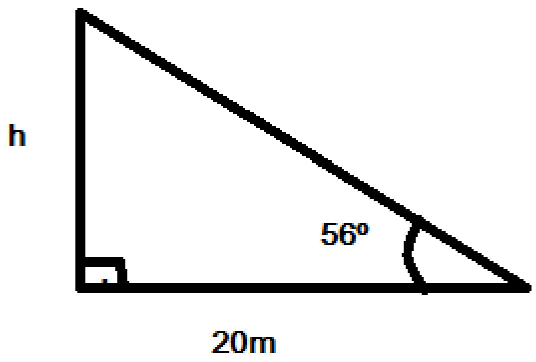
$$\cos x = \pm\sqrt{\frac{15}{16}}$$

$$cosx = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Essas relações são úteis para resolver problemas de cálculo de distâncias que não podem ser medidas diretamente.

Por exemplo:

Se um observador está a 20m de uma torre e a observa de um ângulo de 56º, podemos calcular a altura da torre:



$tg\ 56º = \frac{h}{20}$

Consultando uma tabela trigonométrica, temos:

$tg\ 56º = 1{,}4826$

$h = 20.1{,}4826$

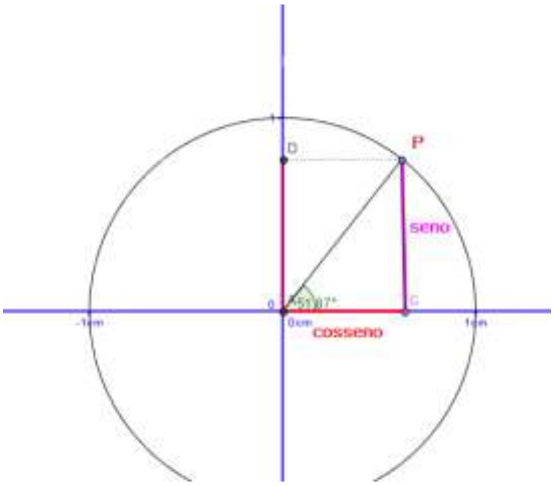
$h \cong 29{,}7m$

2ª aula: No laboratório de informática: Pesquisar sobre as funções trigonométricas. Vamos definir: Função Seno, Cosseno e tangente. São definidas como funções periódicas. Por que?

3ªaula: Vamos trabalhar no geogebra e conhecer os gráficos dessas funções. Também vamos mexer em algumas animações correspondentes e indicadas abaixo com isso espera-se que o estudo dessas funções seja mais apreciado.

As razões trigonométricas podem ser estendidas como funções.

No plano cartesiano, consideramos um círculo de raio unitário. A cada ponto P da circunferência associamos um número real α que corresponde à medida do arco orientado do $\widehat{AP}$, onde A é o ponto de origem do arco. O ponto P é a imagem de α no círculo trigonométrico. E a sua projeção no eixo horizontal (vamos chama-lo de cosseno) será o tamanho do cosseno e sua projeção no eixo vertical (vamos chamá-lo de seno) será o tamanho do seno.

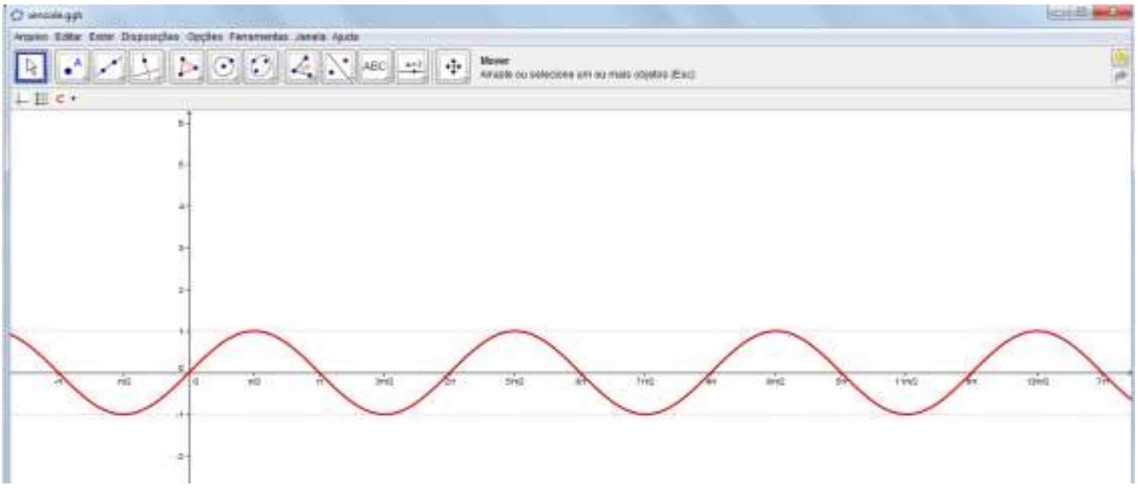


Trabalhar as funções seno e cosseno no geogebra E analisar seus gráficos.

Função Seno:

Precisamos fazer uma alteração para visualizarmos o eixo x em radianos e para isso:

Em opções-configurações- janela de visualização- eixo x -distância $\frac{\pi}{2}$.



Podemos ampliar o conceito de seno, cosseno e tangente para qualquer número real α, usando as coordenadas de P, imagem de α no círculo trigonométrico.

Definição da função seno.

Analisando o gráfico. Vamos tentar definir a função seno.

F(x)=sen x. Podemos observar que a Imagem (eixo y) dessa função é limitada. Qual seu ponto máximo? E o mínimo?Com isso definimos: Im(f)={............................}. E o que ocorre com o Domínio dessa função (eixo x)? D(f)=.......

Podemos também determinar o sinal da função de seus quadrantes. Observe o gráfico e complete a tabela:

Sinal da Função Seno:

Quadrante		Sinal
1º	0< 1ºQ <$\frac{\pi}{2}$	+
2º		
3º		
4º		

Podemos também determinar alguns valores para o seno observando no gráfico. $(lembre - se\ os\ ângulos\ notáveis\ continuam\ válidos)$.

x	$sen\ x$
0	
$\frac{\pi}{6}$ (30º)	
$\frac{\pi}{4}$(45º)	
$\frac{\pi}{3}$(60º)	
$\frac{\pi}{2}$(.....)	
π(.....)	
$\frac{3\pi}{2}$(.....)	
2π (....)	

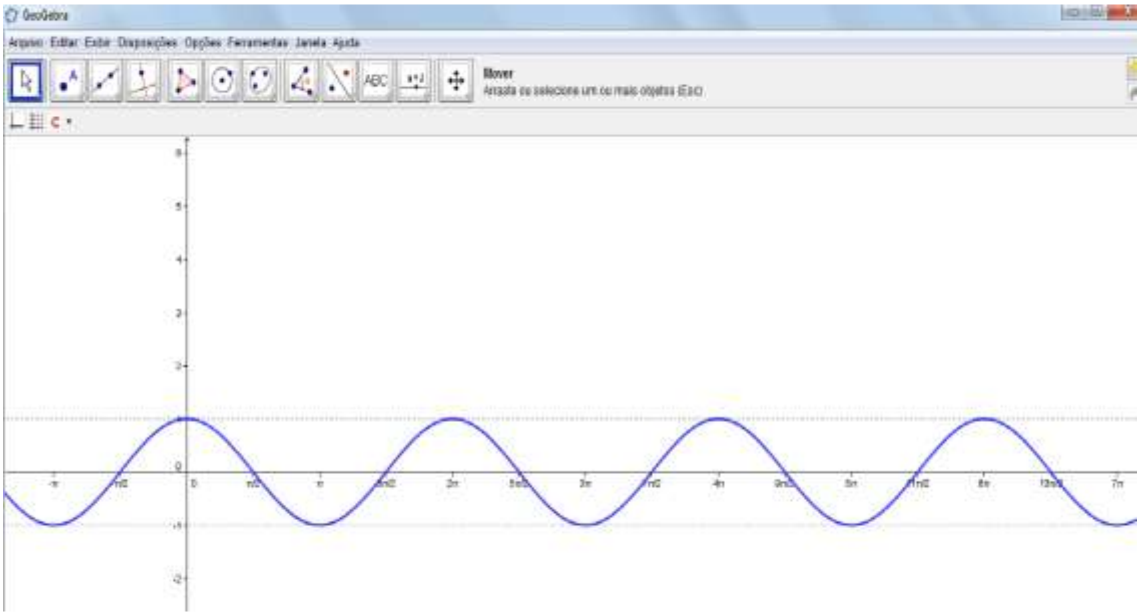
O que acontece se colocarmos uma constante multiplicando a função: Exemplo:

$f(x) = 2sen\ x$. Use no geogebra vários valores e conclua:

Agora você pode acrescentar uma constante. E comente o que acontece. (experimente vários valores e conclua).

Exemplo:$f(x) = sen\ x + 2$

Função Cosseno:



Definição da função cosseno

Analisando o gráfico. Vamos tentar definir a função seno. F(x)=cos x. Podemos observar que a Imagem (eixo y) dessa função é limitada. Qual seu ponto máximo? E o mínimo?Com isso definimos: Im(f)={............................}. E o que ocorre com o Domínio dessa função (eixo x)? D(f)=.......

Sinal da Função Cosseno:

Quadrante		Sinal
1º	0< 1ºQ <$\frac{\pi}{2}$	+
2º		
3º		
4º		

Agora também já somos capazes de definir alguns valores para o cosseno.

x	$\cos x$
0	
$\frac{\pi}{6}$ (30º)	
$\frac{\pi}{4}$ (45º)	

$\frac{\pi}{3}$(60º)	
$\frac{\pi}{2}$(.....)	
π(.....)	
$\frac{3\pi}{2}$(.....)	
2π (....)	

O que acontece se colocarmos uma constante multiplicando a função?

Exemplo:

$f(x) = 2cos\ x$. Use no geogebra vários valores e conclua:

Agora você pode acrescentar uma constante. E comente: O que acontece?

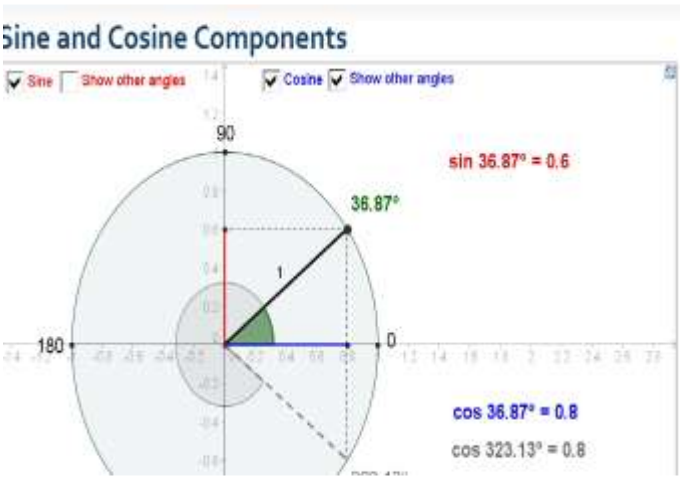
(experimente vários valores e conclua).

Exemplo:$f(x) = cos\ x + 2$

Já definimos a função Tangente como:$tg\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta}$. Então agora está na hora de definir a função $f(x) = tgx$. Para isso vamos ver seu gráfico no geogebra. Depois estudar seu sinal e por fim completar a tabela dos valores:

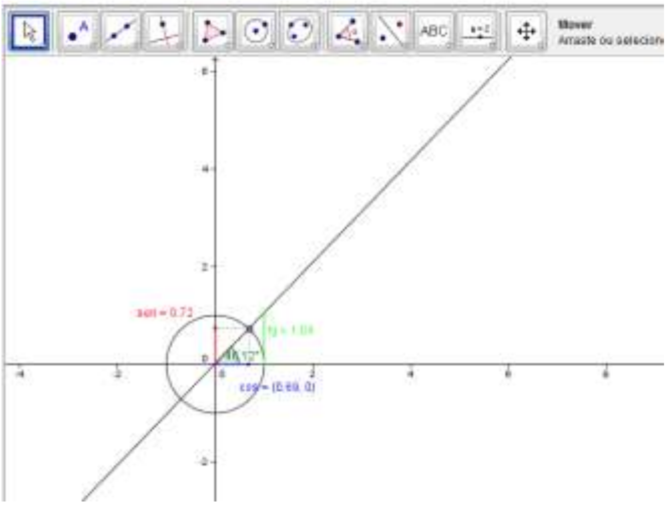
Podemos acessar o site lá encontramos uma animação com o geogebra com ela podemos verificar o valor do seno e cosseno de vários ângulos e também entender os sinais dos senos e cossenos.

www.geogebratube.org/student/m960



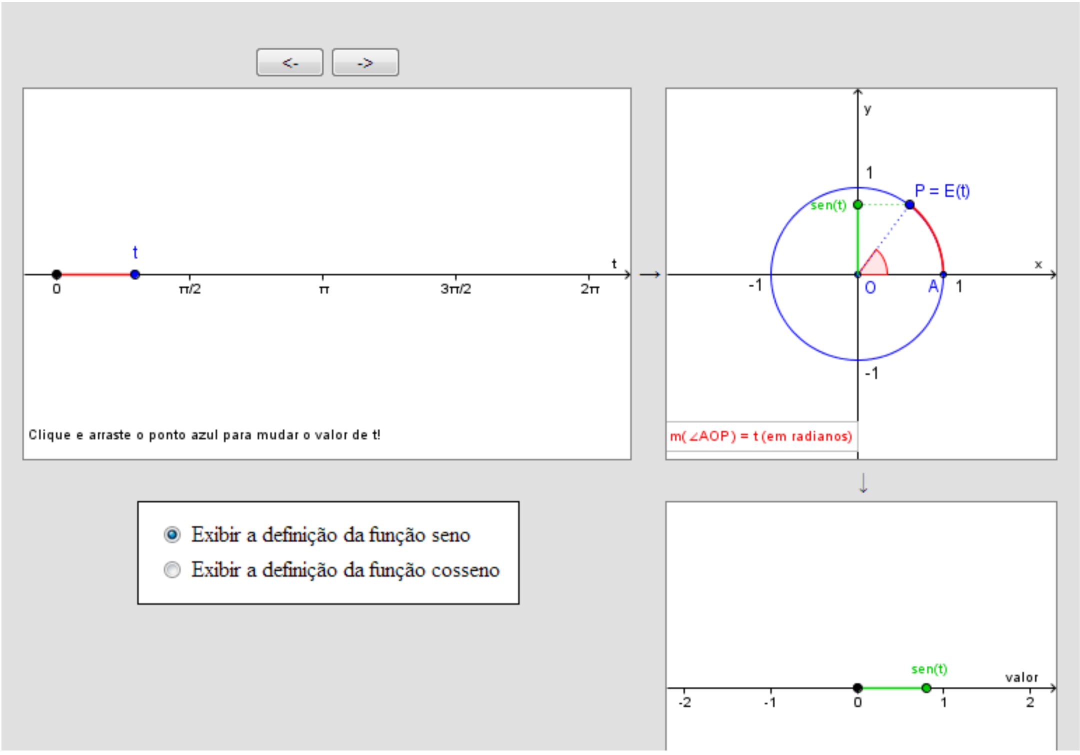
Podemos também acessar o site

www.geogebratube.org/student/m18860



Lá vamos encontrar uma animação com valores para senos, cossenos e tangentes. Muito bom para entender como se determina os valores e os sinais dessas funções trigonométricas.

Além dessas podemos ainda ver essas animações:



No site da UFF. Bom aqui você pode interagir e verificar o tamanho do seno ou do cosseno.

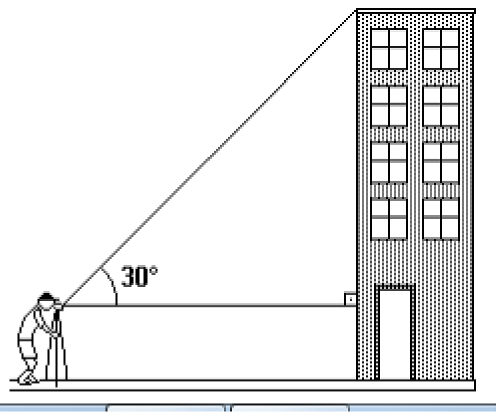
http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-def-br.html

Avaliação:

Objetivo: Verificar o nível de conhecimento dos alunos com o plano de trabalho
Turma: a avaliação poderá ser feita em pequenos grupos de 2 alunos;
Tempo: 1 aula de 50 minutos.

1. (Ufjf) Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um edifício. Para fazer isto, ele colocou um teodolito (instrumento ótico para medir ângulos) a 200 metros do edifício e mediu um ângulo de 30°, como indicado na figura a seguir. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,5 metros do solo, pode-se concluir

que, dentre os valores adiante, o que MELHOR aproxima a altura do edifício, em metros, é:
Use os valores:
sen30° = 0,5
cos30° = 0,866
tg30° = 0,577



a) 112.
b) 115.
c) 117.
d) 120.
e) 124

2. Esboçar o gráfico da função $f(x) = 2\cos x$:
3. Considere a função $f(x) = sen\ 4x$

   Determine:

   a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

   b) $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

4. Complete a tabela abaixo com o sinal de cada item abaixo. E por fim represente-os no ciclo trigonométrico especificando o quadrante o o eixo que cada um pertence.

Cos 45º=	Sen45º=
Cos120º=	Sen120º=
Cos190º=	Sen190º=
Cos290º=	Sen290º

Referências Bibliográficas:

Livros didáticos:

- Matemática Contextos e aplicações.

Dante-2º Volume Ensino Médio.

- Matemática Paiva Volume 2 Editora Moderna

Manoel Paiva.

Sites:

www.geogebratube.org/student/m960

www.geogebratube.org/student/m18860

http://www.uff.br/cdme/ftr/ftr-html/ftr-def-br.html

http://www.brasilescola.com