


Formação continuada para professores de Matemática Fundação CECCEIRJ/SEEDUC-RJ
Colégio: CIEP 456 Marco Pólo
Professor: Carlos Alberto Namorato Filho
Série: 3º ano - Ensino Médio
Tutor : Edeson dos Anjos Silva

Avaliação da implementação do plano de trabalho 2 - Geometria analítica

01 - Introdução

O objetivo deste plano de trabalho é fazer com que o aluno perceba a utilização da geometria analítica relacionada com o cotidiano e nesta primeira parte a utilização do  vai dar uma idéia muito interessante na distância entre dois pontos, podemos fazer também relação ao GPS que utiliza o método da trilateração, o receptor pode obter suas coordenadas geográficas (latitude e longitude) e sua altitude, e pode, ainda, determinar o instante atual, com altíssima precisão. Tudo isso leva o aluno a ter um interesse pela matéria que começará a ser exposta para ele. Certamente haverá algumas dificuldades no sentido de interpretação dos problemas, portanto o assunto merece uma quantidade e variação grande de problemas os quais após a tentativa de resolução pelos alunos deverão ser resolvidos pelo professor sanando assim todas as dúvidas.

Ponto Positivo:

Elaborando o plano de aula foi possível manter o foco da aula num determinado assunto durante o tempo necessário para compreensão do aluno, ao colocar o assunto em seqüência, o aluno pôde perceber o porquê daquele aprendizado. Assim, foi possível identificar que o conhecimento adquirido não ficou em algum lugar do passado e que na matemática tudo se encaixa num problema a ser resolvido posteriormente.

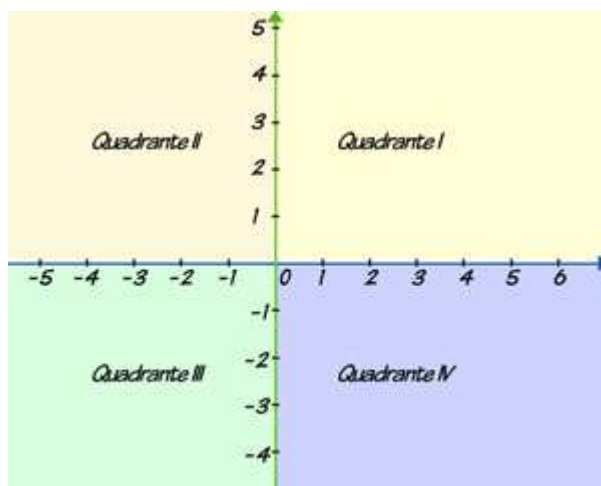
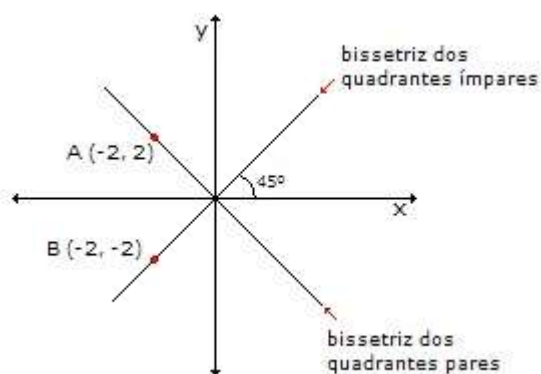
Ponto Negativo:

Por algumas vezes a internet se mostrou muito lenta, o que tornou a espera tediosa e conseqüentemente a desistência. Os alunos apresentaram dificuldades em cálculos simples. Conseqüentemente, surgiram várias dúvidas que acabaram acarretando em um aumento no tempo de solução dos problemas.

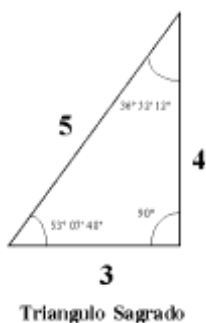
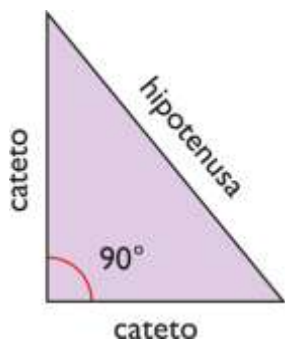
Impressão dos alunos:

Houve um aprendizado maior e os alunos entenderam como determinar a fórmula e não a decorar e como os assuntos se entrelaçam para solução dos problemas, compreenderam a lógica e a interpretação dos problemas, alcançando assim um desempenho significativo nas avaliações.

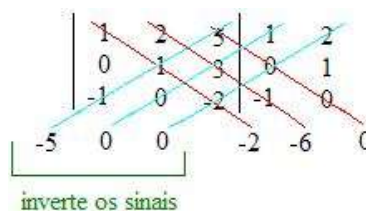
Durante a atividade torna-se necessário a orientação ao aluno de como proceder em função de muitos desconhecerem a forma da **batalha naval**. Assim, terminada a atividade verificamos a colocação no mapas dos navios não deixando de enaltecer os alunos que conseguiram um aproveitamento maior por ter acertado mais navios do colega criando assim um ambiente propicio ao aprendizado. Após toda a atividade, passamos a explicar com o auxilio do data show as características do plano cartesiano e fazemos a relação com a **batalha naval** com o eixos do plano cartesiano onde as letras são o eixo das ordenadas e os números o eixo das abscissas. Deverão ser mostradas também as suas particularidades tais como, par ordenado, origem do sistema, diedros, bissetriz dos diedros pares e impares e fazer uma relação do plano cartesiano com o Meridiano de Greenwich e o Equador bem como a utilização do GPS para efeito de localização.



Pitágoras: Com o vídeo a trigonometria no triângulo retângulo aula 40 do novo telecurso ou mesmo o DVD o barato de Pitágoras da TVescola disponível nas escola abrimos o conceito do teorema de Pitágoras utilizando também a demonstração no quadro inclusive com o tradicional triângulo pitagorico de medidas 3, 4, 5.



Matrizes: Resolvendo e explicando matrizes 3X3 pela regra de **Sarrus** utilizando somente a matriz 3X3 onde podemos introduzir uma incógnita e com valores da determinante já estabelecido assim encontrando um termo da matriz



Final: *Exercícios de fixação* com localização no plano cartesiano de pontos e fazendo segmento de reta \overline{AB} e segmento \overline{CD} , pontos esses já determinados no plano cartesiano e assim o aluno deverá verificar a distancia do ponto A ao ponto B. Fazendo uma série de pontos e solicitando que se ligue os pontos e assim também verificando a figura geométrica resultante da união desses pontos. *Exercício de fixação* com triângulos retângulos com o cálculos de catetos e alternado com hipotenusa principalmente com os tradicionais triângulos pitagorico. *Exercício de fixação* com matriz 3X3 onde também colocamos a incógnita nos termos da matriz e fornecendo o valor da determinante. Faz-se necessário a correção de todos os exercícios com o aluno para não ficar qualquer tipo de duvida para não comprometer a seqüência do trabalho.

Atividade 02

Habilidade relacionada: Localização de pontos no plano em como o calculo da distância entre eles.

pré-requisito: as quatro aulas anteriores

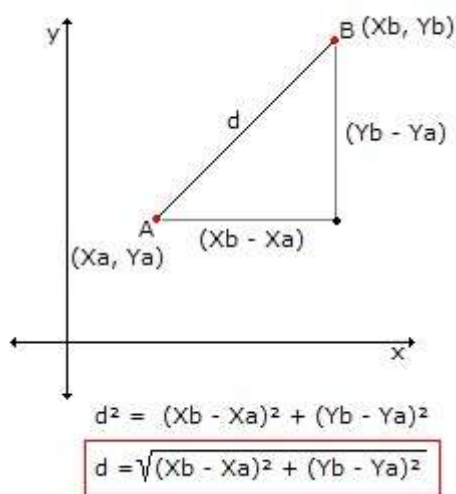
Tempo de duração: 100 minutos (02 aulas)

Recurso utilizado: Quadro, data show, computador com software geogebra

Organização da turma: individual

Objetivo: Entender a localização de pontos no plano cartesiano e solucionar a sua distância em função de várias situações interpretando assim o melhor caminho para solução.

Metodologia aplicada: Conforme o artigo do professor *Gilberto Garbi*, na RPM número 68 onde ele faz uma análise em que determina que demonstrar e preciso, eu me torno também parte dessa idéia e com o conhecimento adquirido na aula anterior é possível demonstrar a distância entre dois pontos no plano cartesiano não colocando no quadro uma simples fórmula a ser seguida, não se portando assim como professor mágico, que ao chegar ao quadro faz como num passe de mágica aparecer uma fórmula para resolver esse problema sabe lá de onde. Segue a demonstração:



Onde d = hipotenusa

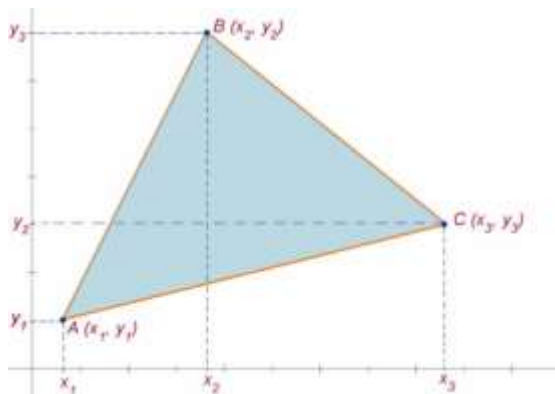
$(Y_a - Y_b)$ e $(X_a - X_b)$ são catetos

É necessário que se resolva alguns problemas entre eles o exercício abaixo.

Determine o ponto Q(0,a) equidistante dos pontos A(2,0) B (2,4),

Nesse momento cabe a pergunta ao aluno: O que é **equidistante** ? Nesse momento para descontrair a aula você poderia colocar: será um equino muito distante. A brincadeira quebra um pouco a seriedade de uma aula de matemática e leva o aluno a associar uma brincadeira a solução de um problema.

Outro problema a ser resolvido também juntamente com o aluno é o perímetro de uma figura determinado pela união de segmentos de reta determinados por pontos no plano cartesiano conforme figura abaixo



A demonstração no software geogebra que os valores acima encontrados realmente são iguais ao dos cálculos alcançados certamente provará ao aluno que o que ele está fazendo é correto.

Final: Folha de exercício com problemas a serem resolvidos pelos alunos em casa, exercícios esses com respostas os quais posteriormente deverão ser resolvidos no quadro pelo professor em função de sanar possíveis dúvidas conforme anexo:

01) Determine a distância entre os pontos:

- | | | | |
|--------------------------------|---------------|--|-----------------|
| a) A(3,7) B(1,4) | R $\sqrt{13}$ | f) L(5,7) N(9,4) | R 5 |
| b) C(3,-1) D(3,5) | R 6 | g) O(10,15) P(22,10) | R 13 |
| c) E(-2,-5) F(0,0) | R $\sqrt{29}$ | h) Q($\frac{1}{2}$, 3) R($-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$) | R $\sqrt{29}/2$ |
| d) G(0,-2) H($\sqrt{5}$, -2) | R $\sqrt{5}$ | | |
| e) I(3,-3) J(-3,3) | R $6\sqrt{2}$ | | |

02) A distância entre o ponto A(a,1) ao ponto B(0,2) é igual a 3. Calcule o valor da abscissa a. R = $\sqrt{8}$

03) Um ponto P pertence aos eixos das abscissas e é equidistante dos pontos A(-1,2) e B(1,4). Quais são as coordenadas do ponto P? R = (3,0)

04) A abscissa de um ponto P é -6, e sua distância ao ponto Q(1,3) é $\sqrt{74}$. Determine a ordenada deste ponto. R = 8 ou -2

05) Demonstre que um triângulo com vértice A(0,5) B(3,-2) e C(-3,-2) é isósceles e calcule seu perímetro. R = $2\sqrt{58} + 6$

06) Demonstre que os pontos A(6,-13), B(-2,2) C(13,10) e D(21,-5) são vértices consecutivos de um quadrado (sugestão: Verifique se os lados são congruentes, e verifique se a diagonal é igual a $\sqrt{2}$) R = lados 17 e diagonal = $\sqrt{578}$ isto é $17\sqrt{2}$.

07) Determine o ponto no eixo das abscissas equidistante aos pontos P(-2,2) e Q(2,6). R (4,0)

08) A distância entre os pontos A(cos a, sen a) e B(sen a, -cos a) é: R $\sqrt{2}$

09) determine a distância entre os pontos A(2m,m) B(3m,2m) R = $m\sqrt{2}$

10) Determine os valores de x para os quais a distância entre os pontos $A(x+2, -3)$ e $B(3, x-3)$ é 5. $R = 4$ ou -3

11) Calcule o perímetro do triângulo ABC sendo, $A(1, 1)$, $B(2, 2)$ e $C(3, -1)$. $R = (3 + \sqrt{5})\sqrt{2}$

12) Qual o ponto da segunda bissetriz é equidistante de $P(1, 4)$ e $Q(2, -5)$. $R = (-3/5, 3/5)$

Atividade 03

Sanar possíveis dúvidas das questões dadas na aula anterior, fundamental a resolução no quadro com a visualização do plano cartesiano

Pré-requisitos: os exercícios prontos

Tempo de duração: 50 minutos (01 aula) ou maior em função das dúvidas

Organização da turma: individual

Recurso utilizado: quadro, data show, computador e software geogebra

Objetivo: Sanar dúvidas na interpretação dos problemas e em seus cálculos

Metodologia adotada: Variando a linguagem na solução dos problemas levando o aluno a interpretar e entender as possíveis variações dos problemas e a utilização correta da fórmula de distância entre dois pontos.

Atividade 04

Habilidade relacionada: utilizando a matriz para resolver problemas com a equação da reta

pré requisito: Aula da atividade 01

Tempo de duração : 50 minutos (01 aula)

Recurso utilizado: quadro, data show, computador e software geogebra

Organização da turma: individual

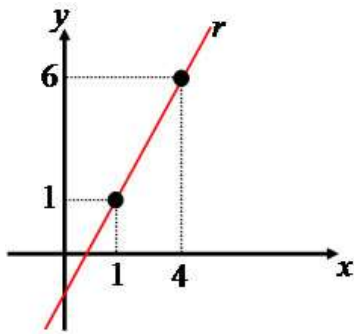
Objetivo: pontos no plano cartesiano relacionado a reta.

Metodologia aplicada: Demonstrar como a utilização de uma matriz 3×3 pode auxiliar na confecção da equação da reta e aperfeiçoar esse conceito relacionando com a atividade 2 de distância entre dois pontos. Provando que quando um ponto pertence a reta as coordenadas desse ponto **ZERAM** a equação da reta. Inclusive mostrando que se três pontos são colineares então a resultante da matriz formada pelas coordenadas destes três pontos é igual a zero.

01) Sabendo que o ponto $P(2, 1)$ pertence a reta de equação $3kx - y(k-3) = 4$, determine o valor de k .

Esse tipo de problema consegue fazer com que o aluno perceba o motivo que leva o ponto k pertencer a reta.

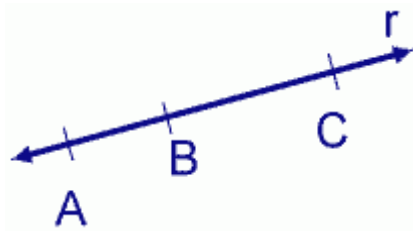
02) Determine a equação da reta que passa por pelos pontos A(4,6) B (1,1)



$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

03) Os pontos A(0,8) B (3,1) C (1,y) do plano são colineares. O valor de y é igual a:

Nesse problema o aluno percebe como determinar a ordenada de um ponto para que os pontos pertençam a mesma reta.



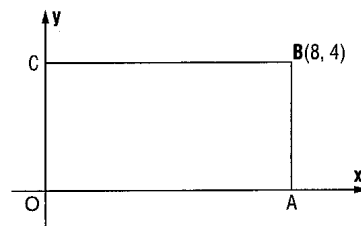
Final: Folha de exercício com problemas a serem resolvidos pelos alunos em casa, exercícios esses com respostas os quais posteriormente deverão ser resolvidos no quadro pelo professor em função de sanar possíveis dúvidas conforme anexo

01) A equação da reta que passa pelos pontos (2, -3) e (8, 1) é:

- a) $2x - 3y - 13 = 0$ b) $-2x - 3y + 13 = 0$ c) $3x - 2y + 13 = 0$ d) $2x - 3y + 13 = 0$ e) $2x + 3y - 13 = 0$

Na figura abaixo o ponto O e a origem do sistema de coordenadas ortogonais e OABC é um retângulo. Nessas condições equação da reta suporte da diagonal AC é:

- a) $-8x - 4y + 32 = 0$ b) $-8x - 4y - 32 = 0$ c) $8x + 4y = 0$
 d) $8x + 4y + 32 = 0$ e) $8x - 4y + 32 = 0$



Avaliação:

» Separar a turma em grupo de 4 alunos, onde deverá ser colocado um problema, o grupo resolverá o problema e demonstrará a interpretação e a estratégia na solução do problema.

» Um trabalho em sala de aula com consulta as anotações do aluno feita em seu caderno, onde deve ficar bem claro que cada aluno deverá consultar somente o seu caderno, valorizando o aluno que anotou e participou da aula, trabalho este com 9 questões e de múltipla escolha o que também leva o aluno a ter contato com o preenchimento de gabarito.

» Avaliação individual escrita onde será cobrado do aluno os conhecimentos adquiridos na interpretação e elaboração da solução final de cada problema

Exemplo de trabalho

01) A distancia entre os pontos A(2,1) e B(x,3) é $\sqrt{8}$, determine o valor de x

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

02) Sendo os pontos A(3,1) B(-2,2) C(4,-4) vértice de um triangulo. Então a classificação quanto aos lados é?

- a) eqüilátero b) isósceles c) retângulo d) escaleno

03) Determine o ponto Q(0,a) eqüidistante dos pontos A(2,0) B (2,4)

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

04) Classifique o triangulo cujos seus vértices são os pontos A(-2,5) B(4,-3) C(-2,-6) e calcule seu perímetro.

- a) isósceles $21 + 3\sqrt{5}$ b)) isósceles $21 + \sqrt{5}$ c) escaleno $21 + 3\sqrt{5}$ d) eqüilátero $21 + \sqrt{5}$

05) Calcule o perímetro do Triangulo com vértice nos pontos A(3,0) B(0,4) C(0,0)

- a) 41 b) 10 c) 11 d) 12

6) Determine o ponto que encontra-se na bissetriz do primeiro quadrante e é eqüidistante dos pontos A(1,6) e B (8,1)

- a) (4,4) b) (5,5) c) (6,6) d) (7,7)

7) Determine as coordenadas do ponto Q pertencente ao eixo das ordenadas, sabendo que Q é eqüidistante dos pontos A(-2,4) B(5,1)

- a) (0,1) b) (0,-1) c) (0,2) d) (0, -2)

8) Para qual valor de m o ponto P(m,3) dista 2 unidades do ponto (2,1)

- a) m=4 b) m=3 c) m=1 d) m=2

09) Encontre uma equação que seja satisfeita com coordenadas de qualquer ponto P(x,y) cuja a distancia ao ponto A(4,6) é sempre igual a 5.

- a) $x^2 + y^2 + 12x + 8y + 27$ b) $x^2 + y^2 - 8x - 12y + 27$ c) $x^2 + y^2 + 8x + 12y + 27$ d) $x^2 + y^2 + 8x + 12y - 27$

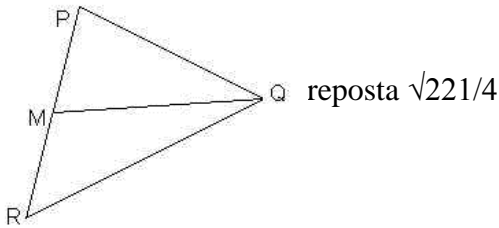
10) Questão valida para interpretação do trabalho. Perguntas invalidam a questão.

Gabarito 1 d, 2b, 3 a, 4c, 5d, 6d, 7b, 8d, 9b

Exemplo de avaliação individual

Nome _____ Ciep 456 Marco Pólo *Carlos Namorato* 3º bimestre B

01) Dados os vértices $P(1,1)$, $Q(3,-4)$ e $R(-5,2)$ de um triângulo, o comprimento da mediana que tem extremidade no vértice Q é:



02) Obtenha o valor de m para que o triângulo ABC seja retângulo em B . Considere $A(m,-4)$, $B(-2,0)$, $C(7,1)$

Resposta -14/9

03) Os pontos M, N, P e Q do \mathbb{R}^2 são os vértices de um paralelogramo situado no primeiro quadrante. Se $M(3,5)$, $N(1,2)$ e $P(5,1)$ então o vértice Q é: **Resposta (-6,10)**

04) Determine o valor de K ($K \in \mathbb{R}$) de tal forma que $A(8,-2)$, $B(2,0)$ e $C(-4,K)$ sejam vértices de um triângulo. **resposta $K \neq 2$**

05) Sabendo que o ponto P pertence ao eixo das abscissas e está equidistante dos pontos $A(4,2)$, $B(8,-2)$ determine suas coordenadas. **Resposta (6,0)**

06) Duas cidades distantes entre si, estão localizadas em relação plano cartesiano nas coordenadas cidade $A(5,6)$ cidade $B(-3,2)$. Um grande investidor deseja construir um posto de gasolina entre as cidades de modo que fique a mesma distância entre a cidade A e B . Neste caso o melhor lugar seria as coordenadas? **R (1,4)**

Fonte de Pesquisa

Roteiro de ação: Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do ensino médio

Matemática DANTE - volume unico Editora Ática cod livro 102400

Matemática Benigno Barreto Filho/Claudio Xavier da Silva FTD

<http://www.infoescola.com/>

<http://www.somatematica.com.br/>

<http://bmalbert.yolasite.com/videosdidaticos.php>

<http://professornamorato.blogspot.com.br/>

Caro tutor Edesom,

Depois de rever todo o plano de curso fiz algumas pequenas modificações mas creio que se todo o plano tivesse sido usado como planejado o aprendizado teria sido muito melhor, realmente faltou um pouco de tempo um pouco de aula. Mas essa é nossa realidade temos portanto que nos adequar a situação e resolver, pois desculpas já não resolvem mais os problemas da educação.

Prof Carlos Alberto Namorato Filho