FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

Matemática 2º Ano – 4º Bimestre/2012

Plano de Trabalho 2

GEOMETRIA ESPACIAL - ESFERA

Cursista: Izabel Leal Vieira

Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo apresentar Esferas, permitindo ao aluno manusear objetos com esse formato, como também trabalhar a definição de esferas, área de uma superfície esférica e volume da esfera.

Para iniciar esse plano vamos relembrar conceito de círculo e circunferência, bem como saber a diferença entre superfície esférica e esfera.

Neste plano serão trabalhadas questões contextualizadas para que o aluno possa ver a aplicação do que ele está estudando em sua realidade. Como muitas vezes o aluno não percebe essa aplicabilidade o aprendizado não se torna tão significativo, por isso a importância de trabalhar questões próximas do cotidiano do aluno.

Para trabalhar esse conteúdo serão necessários 8 tempos de 50 minutos para o desenvolvimento do conteúdo e mais 2 tempos de 50 minutos para a atividade de avaliação da aprendizagem, o teste individual (além da avaliação que será feita no momento da aula, durante a realização das atividades).

DESENVOLVIMENTO

ATIVIDADE 1

HABILIDADE RELACIONADA: Compreender a definição de superfície esférica e de esfera; resolver problemas utilizando o cálculo da área da superfície esférica.

PRÉ-REQUISITOS: Circunferência e círculo.

TEMPO DE DURAÇÃO: 250 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, folhas xerocadas, quadro, objetos com formato de esferas.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Definição de superfície esférica e esferas; manipulação de objetos que tenham o formato de esferas; calcular a área da superfície esférica.

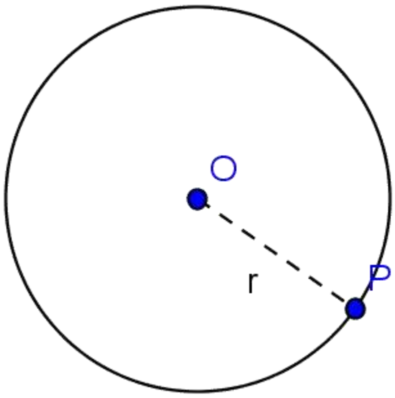
METODOLOGIA ADOTADA:

Veja abaixo:

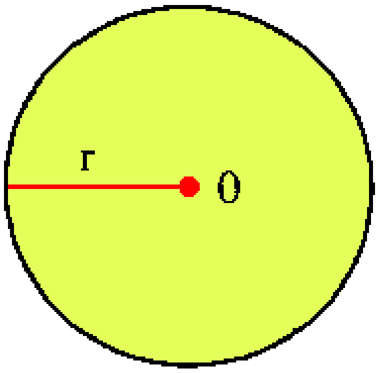
Esferas

Muitas vezes confundimos o uso dos termos circunferência e círculo, que aparecem com frequência em atividades de Geometria. Vamos recordar o significado de cada um desses termos:

→ ***Circunferência:*** é o conjunto de todos os pontos do plano que têm a mesma distância (raio) de um ponto dado (centro).



→ ***Círculo***: é o conjunto de todos os pontos do plano que têm uma distância igual ou menor a um ponto dado (centro). Em outras palavras, o círculo corresponde à circunferência mais a sua região interior.

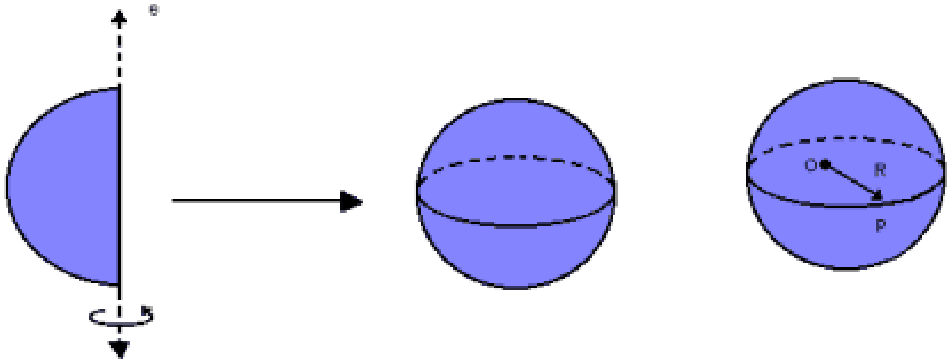


O mesmo raciocínio pode ser utilizado para a superfície esférica e para a esfera, só que agora no espaço.

→ Superfície esférica

A superfície esférica de centro **O** e raio **R** é o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao ponto O é igual ao raio **R**.

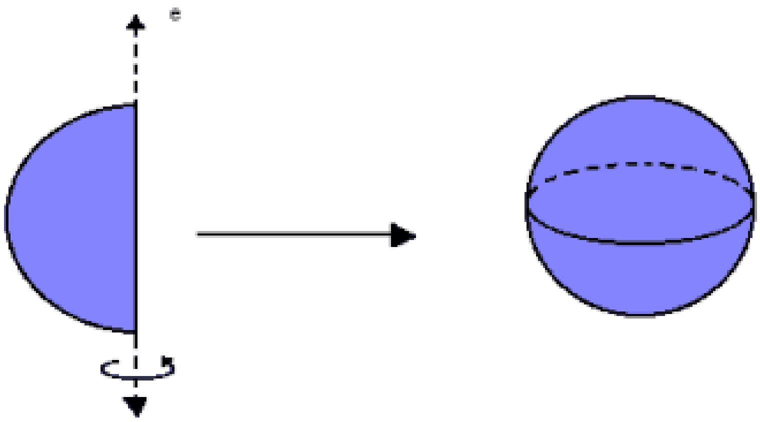
Se considerarmos a rotação completa de uma semicircunferência em torno de seu diâmetro, a superfície esférica é o resultado dessa rotação.



→ ***Esfera***

Chamamos de *esfera* de centro **O** e raio **R** o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio **R**.

Considerando a rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo **e**, a esfera é o sólido gerado por essa rotação. Assim, ela é limitada por uma superfície esférica e formada por todos os pontos pertencentes a essa superfície e ao seu interior.

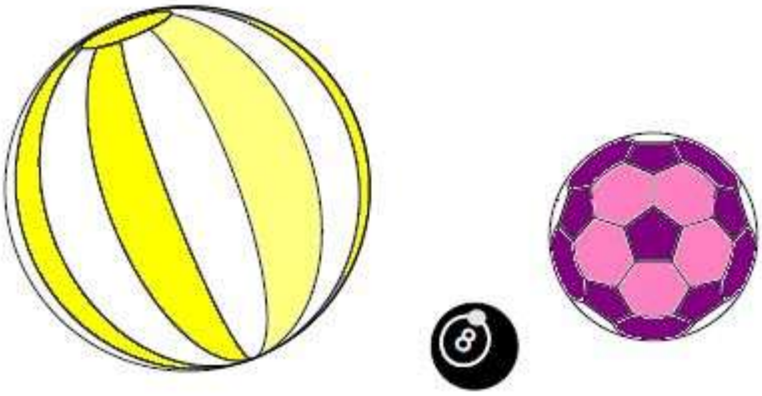


De um modo bastante simples, podemos dizer que a superfície esférica é a "casca", enquanto a esfera é a reunião da "casca" com o "miolo".

São muitas as situações em que encontramos formas esféricas, ou seja, esferas ou partes de uma esfera.

Há ainda objetos que, apesar de não constituírem rigorosamente esferas, possuem uma forma muito próxima da esfera. Dentre esses objetos, temos a bola de futebol e a própria Terra que, por ser achatada nos pólos, não possui a forma de uma esfera perfeita. Mesmo assim, muitas vezes vamos considerar, para efeitos de cálculos, como se fossem esferas perfeitas.

→ Levar para sala de aula alguns objetos com formato de esfera, como bola de futebol, bolinha de isopor, bola de gude, laranja. Também pedir aos alunos que deem exemplos de objetos e coisas que eles conhecem com esse formato.

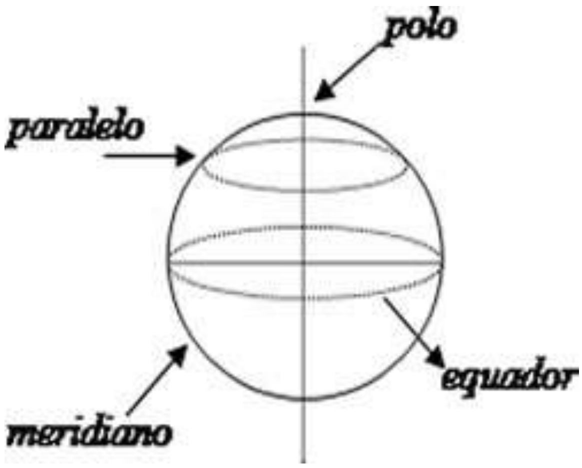


→ Outra atividade proposta é trabalhar em conjunto com a disciplina de artes e fazer as bolas para enfeite da árvore de natal da escola. Poderão ser utilizadas bolas de isopor de vários tamanhos que serão pintadas ou encapadas com cores e estampas diferentes. Com isso o aluno também terá um material concreto ao trabalhar esferas.

Conceitos básicos de esferas

Alguns conceitos básicos estão relacionados à esfera, se considerarmos a superfície esférica destacamos os seguintes elementos básicos:

¬ Pólos ¬ Equador ¬ Paralelo ¬ Meridiano



→ *Área da superfície esférica*

A área da superfície esférica de raio R é dada por:

$$A_S = 4\pi R^2$$

Exemplos:

1) Sabendo que o raio de uma superfície esférica mede √2 cm, calcule a área dessa superfície esférica.

Resolvendo:

$A = 4\pi r^2$

$A = 4\pi(\sqrt{2})^2$

$A = 8\pi\ cm^2$

2) A professora Cristina produziu com seus alunos da pré-escola enfeites de natal na forma de esferas, com 12 cm de diâmetro cada. Para pintar a superfície dessas esferas, ela dispõe de uma latinha de tinta, em que o fabricante afirma ser possível pintar até 5 m^2 de superfície com esse conteúdo. Nessas condições, qual o número máximo de enfeites que Cristina poderá pintar?

Resolvendo:

Em cada esfera r = 6cm

$S_{esfera} = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 = 452{,}16cm^2$

Como é possível pintar até $5m^2 = 50\ 000\ cm^2$, temos:

$$\frac{50000}{452{,}16} \simeq 110{,}58$$

Portanto, a professora Cristina poderá pintar até 110 enfeites.

<u>→ Modelos de questões para serem trabalhadas.</u>

● Determine a área de uma esfera, sendo 10 cm a medida de seu raio.

● Determine a medida do raio de uma esfera cuja área mede $400\pi\ cm^2$.

● Considere a Terra como uma esfera de raio 6.370km. Qual é sua área superficial? Descobrir a área da superfície coberta de água, sabendo que ela corresponde a aproximadamente 3/4 da superfície total.

<u>→Utilizar outros exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.</u>

ATIVIDADE 2

HABILIDADE RELACIONADA: Resolver problemas utilizando o cálculo do volume de uma esfera.

PRÉ-REQUISITOS: Volume do cone.

TEMPO DE DURAÇÃO: 150 minutos

RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, folhas xerocadas, quadro.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Individual

OBJETIVOS: Trabalhar volume da esfera.

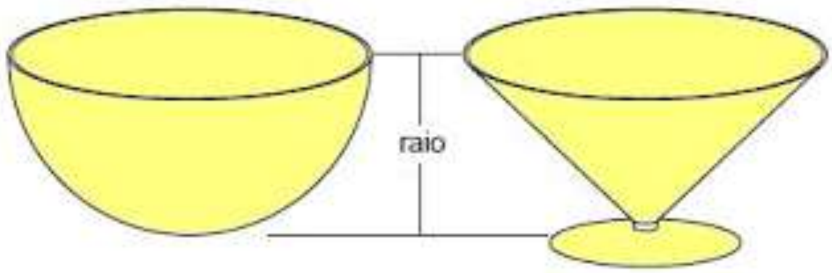
METODOLOGIA ADOTADA:

Veja abaixo.

→ ***O volume da esfera***

A fórmula que dá o volume da esfera foi demonstrada pelo matemático grego Arquimedes, no século III a.C., em seu livro sobre a esfera e o cilindro.

Usando o método de exaustão, inventado por outro matemático grego chamado Eudoxo, Arquimedes provou que o volume de uma esfera é igual a quatro vezes o volume do cone, cujo raio é o raio da esfera e cuja altura é também o raio da esfera. Para tornar mais clara essa idéia, imagine a experiência que poderia ser feita com as vasilhas da ilustração abaixo. Observe que uma é semi-esférica e a outra é cônica, lembrando uma taça.

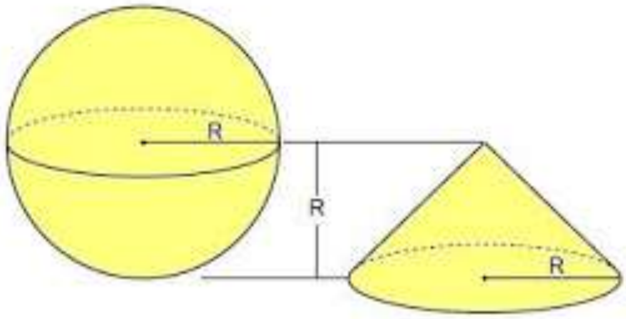


Elas têm a mesma boca, isto é, o raio da semi-esfera é igual ao raio da circunferência do cone. Além disso, elas têm a mesma altura, isto é, a altura do cone é igual ao raio da semi-esfera.

Despejando duas vezes o conteúdo da vasilha cônica no interior da vasilha semi-esférica, conseguimos enchê-la completamente. Isso significa que a capacidade da semi-esfera é o dobro da capacidade do cone. Portanto, a capacidade da esfera será quatro vezes a capacidade do cone.

Não é fácil fazer essa experiência. Onde encontrar uma vasilha esférica e uma vasilha cônica? Entretanto, pela descrição da experiência, você pode compreender a idéia de Arquimedes. Como dissemos, o grande matemático grego demonstrou, por dedução, que o volume da esfera é quatro vezes o volume do cone, que tem o raio da esfera e cuja altura é o raio da esfera.

Observe a figura:



$$\text{Volume do cone} = \frac{A \cdot h}{3} = \frac{pR^2 \cdot R}{3} = \frac{pR^3}{3}$$

Logo, o volume da esfera é: $V = \dfrac{4pR^3}{3}$

$$V_e = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Exemplos:

1) Determine o volume de uma esfera cujo raio mede 6 cm.

$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi 6^3 = \dfrac{4}{3}\pi 6^3 = \dfrac{4}{3}\pi 216 = 288\pi\ cm^3$

Logo, o volume é igual a $288\pi\ cm^3$.

2) Determine o volume de uma esfera cuja superfície tem área de $324\pi cm^2$.

Solução. Utilizando a fórmula da área e do volume, temos:

$$\begin{cases} A_{esfera} = 4\pi r^2 \\ A_{esfera} = 324\pi \end{cases} \Rightarrow 4\pi r^2 = 324\pi \Rightarrow r^2 = \frac{324}{4} \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = \sqrt{81} = 9cm$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(9)^3 = \frac{4\pi(729)}{3} = 4\pi(243) = 972\pi cm^3$$

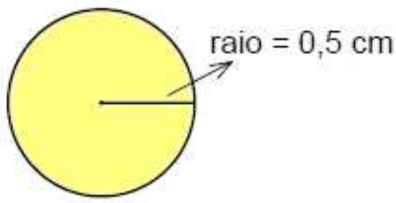
3)

Qual a quantidade de chumbo necessária para a confecção de 100 bolinhas esféricas, maciças, de 1 cm de diâmetro?

Raio = 0,5 cm

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times (0{,}5)^3 =$$

$$\cong 0{,}523\ \text{cm}^3$$



São necessários 52,3 cm^3 de chumbo para 100 bolinhas.

<u>→ Modelos de questões para serem trabalhadas.</u>

● Qual o volume de uma esfera de 30 cm de raio?

● Calcule o volume de uma esfera de 100π cm^2 de área.

● Determine volume e área da superfície esférica de uma esfera de raio 10cm.

● Uma laranja tem a forma de uma esfera, cujo diâmetro mede 8cm. Então a área aproximada da casca dessa laranja é:

a) 190cm^2 b) 200cm^2 c) 210cm^2 d) 220cm^2 e) 230cm^2

● Considere uma laranja como uma esfera composta de 12 gomos exatamente iguais. Se a laranja tem 8 cm de diâmetro, qual é o volume aproximado de cada gomo?

a) 19cm^3 b) 20cm^3 c) 21cm^3 d) 22cm^3 e) 23cm^3

<u>→Utilizar outros exercícios e situações-problema existentes no livro didático para fixar o conteúdo.</u>

AVALIAÇÃO

A avaliação dos alunos será feita durante as atividades 1 e 2. Os alunos serão avaliados durante as aulas, através do envolvimento deles com as atividades propostas e também por meio da resolução dos exercícios feitos em sala. Serão observadas as dificuldades apresentadas e através dessa observação serão dadas explicações extras que possam auxiliá-los. Os alunos poderão trocar ideias entre si, um ajudando o outro.

A avaliação também será feita por meio de vistos nos cadernos referentes aos exercícios deixados para serem feitos em casa e também através do teste individual que será aplicado. Para a realização do teste serão reservados 2 tempos 50 minutos.

Outra forma de avaliação será a realização de um trabalho valendo nota que permitirá que o aluno pesquise mais sobre o tema e aprenda mais. Com esse trabalho poderemos ver se o aluno levará alguma questão diferente para ser discutida em sala de aula.

Através dessas avaliações, pode-se observar como foram desenvolvidas as competências trabalhadas e a compreensão dos alunos acerca dos conteúdos abordados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO – Geometria Espacial - Esferas - Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio – 4º bimestre – disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. Matemática Completa-2ª série Ensino Médio.2ª ed. FTD, São Paulo: 2005.

Endereços eletrônicos acessados de 21/11/2012 a 25/11/2012, citados ao longo do trabalho:

http://www.brasilescola.com/matematica/esfera.htm

http://www.cp2.g12.br/UEs/hu2/geometria%20espacial.pdf

http://matematicacomlaura.blogspot.com.br/2010/12/piramide-cone-e-esfera.html

http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial23.php

http://www.supletivounicanto.com.br/supletivo/material/mat/3ano/esfera.pdf