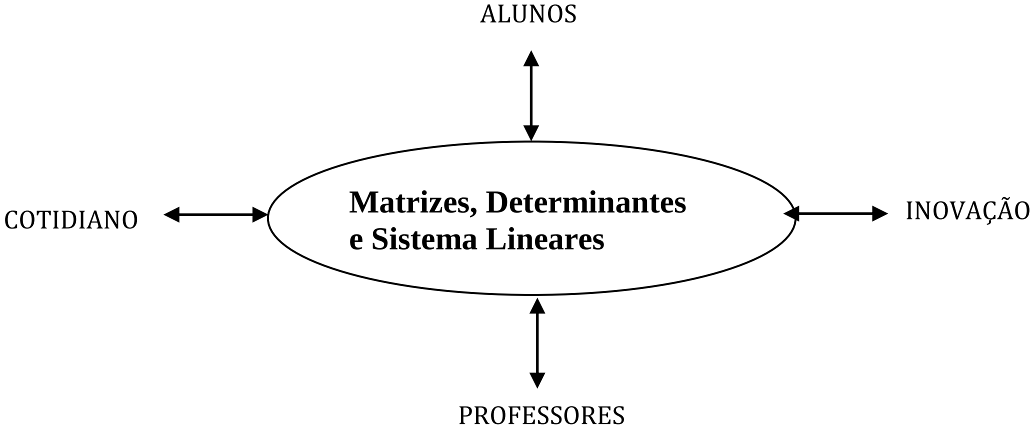
FORMAÇÃO CONTINUADA NOVA EJA

Nome: Luiz Fernando Freitas Fernandes
Tutor: Tania Maria Padilha Da Silva
Regional: Baixadas Litorâneas

PLANO DE AÇÃO XXIX - XXX

–MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES–

Luiz Fernando Freitas Fernandes
palooza@ig.com.br



Fatos Históricos

A história da matemática retrata que o estudo das matrizes vem de tempos antigos da humanidade:

Elas estão presentes em textos chineses , por volta do século II a.C. , aplicadas em problemas de resolução de equações lineares. O livro chinês " Nove capítulos da arte matemática" expõe vinte exercícios de matrizes.

Nas obras matemáticas chinesas, percebe-se ainda, o quanto eles gostavam de diagramas de formato quadrado: os quadrados mágicos. Das diversas histórias existentes sobre o surgimento dos quadrados mágicos uma delas conta que eles aparecem pela primeira vez na China , por volta de 2.200 a.C. , o Lo Shu (rio livre), que, segundo a lenda, acalmava a fúria do rio Lo.

Matematicamente, um Quadrado Mágico Elementar é uma matriz quadrada (mesmo número de linhas e colunas) de ordem n (n linhas e n colunas) cujos elementos (números naturais) variam sucessivamente de 1 até n^2 que são arrumados de modo que a soma de cada linha, cada uma das duas diagonais principais ou de cada coluna seja sempre uma constante.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Por exemplo, o quadrado mágico ao lado, popularmente conhecido como Sudoku, no qual a soma das horizontais, das verticais e das diagonais é sempre 15, remonta aos dias de um lendário imperador de nome Yii.

Em 1683 o matemático japonês Seki Kowa (1637 – 1708) e dez anos mais tarde, em 1693, o matemático alemão Gottfried Leibniz (1646 – 1716) desenvolveram métodos de resolução de sistemas lineares baseados em tabelas numéricas formados por coeficientes das equações que compunham esses sistemas. Essas tabelas numéricas deram origem ao que hoje chamamos matrizes que, além de serem aplicadas ao estudo dos sistemas lineares, possibilitaram o desenvolvimento de novos ramos da matemática.

Seki Kowa utilizou varetas para resolver os sistemas lineares de um modo semelhante ao processo usado hoje para o cálculo de determinantes.

Leibniz estabeleceu a condição de compatibilidade de um sistema de três equações e duas incógnitas em termos do determinante de ordem 3 formado pelos coeficientes e pelos termos independentes (este determinante deve ser nulo). Para tanto criou até uma notação com índices para os coeficientes : o que hoje, por exemplo, escreveríamos como a12 , Leibniz indicava por 12 .

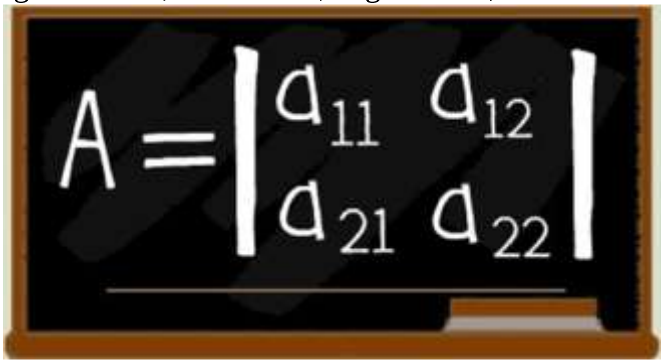
No século XVII o desenvolvimento da produção e do comércio colocou ao homem uma grande necessidade de trabalhar as tabelas numéricas. Em meados do século XVIII Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) descreveu a multiplicação de matriz, que no seu entender era como uma composição , sem tratar do conceito matriz algébrica. Nota-se que a aplicação das matrizes possui uma forte componente histórica na resolução de equações lineares.

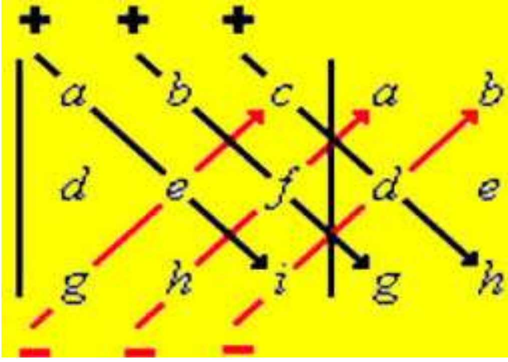
Gabriel Cramer (1704 – 1752) desenvolveu, no século XVIII , a regra de Cramer que soluciona um sistema de equações lineares em termos de determinantes.

Em 1826 , Augustin Louis Cauchy (1789 – 1857) usou o termo tableou para a matriz de coeficientes e introduziu a idéia de matrizes similares.

O termo matriz, tal como conhecemos hoje, foi introduzido pelo matemático inglês James Joseph Sylvester (1814 – 1897) no século XIX. Durante essa época, Arthur Cayley (1821 – 1895), desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da teoria matricial. Cayley aprofundou os estudos das tabelas numéricas e foi um dos primeiros a estudar e aplicar as matrizes em estruturas algébricas. Isso permitiu um grande desenvolvimento da matemática. Também contribuíram para o desenvolvimento da teoria das matrizes: William R. Hamilton, Hermann G. Grassmann , Ferdinand G. Frobenius, entre outros.

Desde o seu aparecimento, no tempo da China antiga e durante sua evolução histórica, as matrizes têm permanecido como uma ferramenta fundamental para resolver problemas associados a equações simultâneas lineares. Atualmente permite também, descrever a mecânica quântica da estrutura dos átomos, desenvolver modelos matemáticos computáveis, analisar e representar relações entre variáveis matemáticas, entre muitas outras aplicações. Sendo um instrumento matemático de cientistas sociais, geneticistas, estatísticos, engenheiros, físicos e outros profissionais.





A beleza está sempre ao nosso redor

I- Introdução:

Quando se estuda matrizes no ensino médio, dá-se um enfoque em preparar o aluno para entender o cálculo dos respectivos determinantes. Entendendo bem os determinantes o aluno passa a ter condições de resolver sistemas lineares com maior facilidade, embora nem sempre fique claro que está se usando uma forma matricial no sistema linear. Essa passagem, de certa forma rápida, pelo estudo das matrizes faz com que não percebamos quanto é importante a aplicação de matrizes em nosso dia a dia.

No nosso dia-a-dia vemos frequentemente em jornais e revistas a presença de tabelas relativas aos mais variados assuntos, apresentando números dispostos em linhas e colunas. Desta forma as matrizes constituem um importante instrumento de cálculo com aplicações em Matemática, Engenharia, Administração, Economia e outras ciências.

Uma matriz antes de tudo pode ser vista com uma tabela, tabela esta que pode ser utilizada por qualquer aluno das séries iniciais do ensino Médio. Por exemplo, ao acompanharmos a Copa do Mundo de Futebol lidamos com a tabela dos jogos que é atualizada a cada rodada. Ou seja, nossos alunos estão constantemente em contato com o conceito de matriz, no entanto muitos encontram dificuldades em associar a tabela da Copa, que discute com os amigos no seu dia-a-dia, com o conhecimento de matriz adquirido em sala de aula. O que se acrescenta a essa tabela são as operações que podem ser realizadas com seus elementos.

Na Unidade 29 e 30, serão mostradas as aplicações das matrizes/determinantes e do sistema lineares em nosso cotidiano e suas conexões com o espaço geográfico em que vivemos. Para desenvolver estas habilidades o aluno deverá ser capaz de:

- Conhecer os conceitos apresentados sobre Matrizes, Sistemas Lineares, e Determinantes;
- Desenvolver habilidade na resolução de problemas dos conteúdos apresentados;
- Relacionar observações do mundo real com os conceitos matemáticos apresentados;
- Identificar e classificar as cônicas por meio de suas equações;
- Representar o problema “real” através do modelo matemática que corresponde a um sistema linear.
- Identificar uma equação linear;
- Encontrar a solução de uma equação linear;
- Identificar um sistema linear;
- Identificar sistemas possíveis e impossíveis;
- Identificar um sistema na forma escalonada;
- Resolver um sistema por escalonamento

Duração das atividades

Aproximadamente 12 aulas

Recursos

- Quadro branco
- Canetas
- Material do professor da Nova EJA
- Material do aluno da Nova EJA
- Recortes de Anúncios de Jornal
- Datashow
- Laboratório de informática para elaborar e resolver problemas com o uso de uma Planilha Eletrônica Excel.

Desenvolvimento Metodológico

A aula será dividida em dois momentos:

- **Sala de aula:**

O professor fará uma introdução à Matrizes, Determinantes e Sistema Lineares com os conceitos principais como também os aspectos históricos do surgimento de ambas para o uso da matemática no dia a dia.

- **Sala de Informática:**

Com a proposta de pormos em prática o que aprendemos em sala de aula, realizaremos de forma prática uma tabela retirada de um jornal e a transformaremos em uma Matriz utilizando para tanto os recursos da planilha eletrônica Excel.

II- Avaliação

Com o auxílio plano de trabalho objetiva-se oferecer aos alunos uma abordagem mais dinâmica e significativa da matéria em questão, além de proporcionar uma aula diferente do tradicional utilizando para isso o nosso cotidiano a favor da aprendizagem em matemática.

A avaliação qualitativa visa o caminho da aprendizagem, em que o aluno evolui durante do o processo educacional. Com isso, os alunos serão avaliados quanto à participação durante as aulas, no envolvimento das atividades desenvolvidas em grupo e na produção da tarefa complementar e do material de verificação.

III- PLANO DE AÇÃO

Nas aulas, utilizaremos uma metodologia para resolução de problemas investigativos, feitos em grupos e que expressem situações do cotidiano.

Na unidade 29 iniciam-se os trabalhos dando importância às planilhas eletrônicas de computadores no dia a dia, que permitem a organização dos dados e a realização de cálculos, sob a forma de tabelas. Então se introduz as matrizes, dando a sua definição. Vamos ler sobre a origem das Matrizes, texto que produzo para como de costume iniciar com a História da Matemática, após vamos ler "Para início de conversa" e "Conhecendo e construindo matrizes" da seção 1 do livro-texto do aluno, que aborda o assunto de maneira bastante simples. Em seguida, discutiremos o texto, esclarecendo dúvidas que porventura surgirem e, com base neste, em duplas, serão realizadas as atividades 1 e 2 do mesmo livro, acompanhada de atividades extras para fixação do conteúdo.

Atividades Extras:

1) Identifique o tipo de cada uma das matrizes abaixo:

a) $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 1 & 7 \end{pmatrix}$

2) Dada a matriz $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, qual é o valor dos elementos a_{11}, a_{13}, a_{22}, $a_{3,2}$, a_{33}, a_{43} ? 7

3) Represente genericamente as matrizes:

a) A do tipo 3 x 2

b) B do tipo 3 x 3

c) M do tipo 4 x 1

4) Uma doceira preparou 3 tipos de salgados, usando ingredientes conforme a tabela abaixo:

	Ovos	Farinha	Açúcar	Carne
Pastéis	3	6	1	3
Empadas	4	4	2	2
Quibes	1	1	1	6

Os preços dos ingredientes constam na tabela abaixo:

Ingredientes	Preço (R$)
Ovos	0,20
Farinha	0,30
Açúcar	0,50
Carne	0,80

Qual então deve ser o preço de cada salgado?
A multiplicação das duas matrizes nos dará o preço base (custo) de cada salgado.
Assim temos:

3	6	1	3		0,20		5,30
4	4	2	2	X	0,30	=	4,60
1	1	1	6		0,50		5,80
					0,80		

Então, o preço base (sem prejuízo) de cada salgado deverá ser:
Pastel = R$ 5,30
Empada = R$ 4,60
Quibe = R$ 5,80

5) Um empresário produz goiabada e bananada. A produção desses doces passa por dois processos: a colheita das frutas e a fabricação das compotas. A tabela mostra o tempo necessário para a conclusão dos processos, em dias.

Tempo levado (em dias)		
Frutas	**Colheita**	**Fabricação**
Goiaba	5	4
Banana	6	5

Esse empresário possui duas fábricas: I e II. Os gastos diários, em milhares de reais, para a realização de cada um dos processos são dados pela tabela abaixo.

Gastos diários (em milhares de reais)		
Frutas	**Fábrica I**	**Fábrica II**
Colheita	12	4
Fabricação	8	10

Considerando essa situação,

a) Dê o custo de produção da goiabada em cada uma das duas fábricas;
b) Obtenha o custo de produção da bananada em cada uma das duas fábricas;
c) Construa uma tabela que apresente os custos de produções de goiabada e bananada nas fábricas I e II, respectivamente, de modo que cada fábrica esteja representada em uma linha e cada produção, em uma coluna ;
d) Represente a matriz referente ao tempo necessário à conclusão dos processos de colheita e fabricação da goiaba e da banana, A, e a matriz referente aos gastos para a execução de colheita e fabricação, B;
e) Determine um processo para multiplicar as matrizes A e B de modo a encontrar os custos de produções de goiabada e bananada em ambas as fábricas.

Terminaremos a unidade, com os determinantes e solicitando que a turma leia as páginas 308, 309 e 310 do livro-texto do aluno e faça a atividade 6, bem como, realize como9 forma de trabalho os exercícios de fixação abaixo, para uma posterior correção. Ainda neste, verifica-se o aprendizado do determinante conforme a ordem da matriz.

I- CÁLCULO DO DETERMINANTE DE UMA MATRIZ DE 1ª ORDEM

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = \begin{pmatrix} a_{11} \end{pmatrix} = a_{11}$$

II- CÁLCULO DO DETERMINANTE DE UMA MATRIZ DE 2ª ORDEM

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \det A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11} \times a_{22} - a_{21} \times a_{12} = \det A$$

III- CÁLCULO DO DETERMINANTE DE UMA MATRIZ DE 3ª ORDEM

Regra de Sarrus

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{pmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} \end{pmatrix} \begin{matrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} \end{matrix}$$

$- \quad - \quad - \qquad\qquad + \quad + \quad +$

=> Acrescentar as 2 primeiras colunas a direita da 3ª

=> Adicionar os produtos dos elementos da diagonal principal e das diagonais paralelas.

=> Subtrair os produtos dos elementos da diagonal secundária e das diagonais paralelas.

IV- CÁLCULO DO DETERMINANTE DE UMA MATRIZ DE 4ª ORDEM

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Utilizando-se a 1ª linha temos ;

$$\det A = a_{11}\begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} - a_{12}\begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} + a_{13}\begin{pmatrix} a_{21} & a_{24} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{pmatrix} - a_{14}\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{pmatrix}$$

REGRA DE CHIÓ :

Geralmente usada no cálculo de determinantes de matrizes de ordem $n \geq 3$ e consiste em baixar a ordem da matriz.Assim, para uma matriz A de ordem **n**, obteremos outra matriz B de ordem **n – 1** de tal forma que det A = det B.

Para essa regra ser usada, é necessário que algum elemento da matriz seja igual a 1. Caso contrário, colocamos um elemento qq em evidência para que o 1 apareça:

1º) Suprimimos a linha e a coluna que se cruzam no elemento $a_{ij} = 1$.
2º) De cada elemento restante subtraímos o produto dos dois elementos suprimidos situados, respectivamente, na mesma linha e coluna.
3º) calculamos o determinante da matriz obtida e o multiplicamos por $(-1)^{i+j}$, onde 1 é a linha suprimida e j é a coluna suprimida.

Exemplo:

1)

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & \overset{a_{22}}{1} & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} = (-1)^{2+2}\begin{pmatrix} 2 - 0.(-3) & -1 - 0.(3) \\ 4 - 2\,(-3) & 2 - 2\,(3) \end{pmatrix} = (-1)^4\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 10 & -4 \end{pmatrix} = -8+10=2$$

2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 & 9 \\ 3 & 10 & 12 & 15 \\ 5 & 21 & 15 & 18 \end{pmatrix} = (-1)^{1+1}\begin{pmatrix} 5-2x2 & 7-2x3 & 9-2x4 \\ 10-3x2 & 12-3x3 & 15-3x4 \\ 21-5x2 & 15-5x3 & 18-5x4 \end{pmatrix} = (-1)^2\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 11 & 0 & -2 \end{pmatrix} \text{(Sarrus)} = (-1)^2 \text{ x } 2 = 2$$

Observação:

Seja aA uma matriz quadrada de ordem n. seja B = K.A, com K € R, outra matriz de mesma ordem n. Se conhecer o determinante da matriz A (det A), o determinante da matriz B (det B) será dado pela expressão:

Det B = K^n x det A (n é a ordem das matrizes)

Exercícios:

1) Calcule os determinantes:

a) $\begin{pmatrix} 12 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 10 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

2) Resolva as equações:

a) $\begin{pmatrix} x \end{pmatrix} = 5$ b) $\begin{pmatrix} 3x \end{pmatrix} = 12$ c) $\begin{pmatrix} x & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = 16$ d) $\begin{pmatrix} 2x & 1 \\ x & 4 \end{pmatrix} = 14$

3) sendo A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, calcular det(AB)

4) Calcule o valor de $\begin{pmatrix} \log_2 16 & \log_2 8 \\ 2 & 1/2 \end{pmatrix}$

5) Calcule x, tal que:

a) $\begin{pmatrix} 3x & x + 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = 11$ b) $\begin{pmatrix} 2x - 1 & x + 3 \\ 4 & x \end{pmatrix} = 0$

6) Dada a matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$, calcular:

a) det A
b) det 2A
c) det 3A
d) det 4A

7) Sendo A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, calcule:

a) det A
b) det (A^t)
c) det (A^2)
d) det (A. A^t)

8) Calcule os determinantes:

a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 01 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 1 & 3 & 4 \\ 2a & 2b & 2c \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

9) Para que valor de x o determinante é nulo ?

$\begin{pmatrix} X & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

10) Determine x:

a) $\begin{pmatrix} x & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ X & -2 & 3 \end{pmatrix} = 55$

b) $\begin{pmatrix} 10 & x & 3 \\ -5 & x & 0 \\ 2 & x & 2 \end{pmatrix} = 9$

11)Considere as matrizes A e B a seguir e n=det (AB). Calcule 7^n.

$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\qquad b= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

12) Calcule os determinantes:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Então, iniciaremos a unidade 30 com uma revisão da resolução de equações do 1º grau. Em seguida, a turma se organizará em duplas e será distribuída uma lista de exercícios para realizarmos a fixação do conteúdo. Esta página trata sobre equações lineares e inicia mostrando uma aplicação de matrizes e sistemas lineares. As equações lineares assim como os sistemas de equações são muito utilizadas no cotidiano das pessoas.

Exemplo: Uma companhia de navegação tem três tipos de recipientes A, B e C, que carrega cargas em containers de três tipos I, II e III. As capacidades dos recipientes são dadas pela matriz:

Tipo do Recipiente	I	II	III
A	4	3	2
B	5	2	3
C	2	2	3

Quais são os números de recipientes x_1, x_2 e x_3 de cada categoria A, B e C, se a companhia deve transportar 42 containers do tipo I, 27 do tipo II e 33 do tipo III?

Montagem do sistema linear

$4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 42$
$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 27$
$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 33$

Um sistema linear pode estar associado a uma matriz, os seus coeficientes ocuparão as linhas e as colunas da matriz, respectivamente. Veja exemplo 1:
O sistema:
$x + y = 3$
$x - y = 1$
pode ser representado por duas matrizes, uma completa e outra incompleta.
Matriz completa.

1	1	3
1	-1	1

Matriz incompleta

1	1
1	-1

Exemplo 2

$x + 10y – 12z = 120$
$4x – 2y – 20z = 60$
$–x + y + 5z = 10$

Matriz completa

1	10	-12	120
4	-2	-20	60
-1	1	5	10

Matriz incompleta

1	10	-12
4	-2	-20
-1	1	5

Obs.: O sistema também pode possuir uma representação matricial. Observe o sistema de equações lineares:

$x + 10y – 12z = 120$
$4x – 2y – 20z = 60$
$–x + y + 5z = 10$

Equação matricial do sistema:

$$\begin{vmatrix} 1 & 10 & -12 \\ 4 & -2 & -20 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 120 \\ 60 \\ 10 \end{vmatrix}$$

Atividades Extras:

1- Usando as incógnitas x e y estabeleça um sistema de duas equações do 1º grau associado a cada uma das situações a seguir.

a) A soma das idades de Maria e João é 25 anos e a diferença entre essas idades é 13 anos.

Idade de Maria: x
Idade de João: y

b) A soma de dois números é 50, e o maior deles é igual ao dobro do menor, menos 1.

Maior número: x
Menor número: y

c) O preço de uma caneta é o dobro do preço de uma lapiseira e as duas juntas custam 30 reais.

Preço da caneta: x
Preço da lapiseira: y

2- Maria tem 8 notas, sendo algumas delas de 5 reais e outras de 10 reais, num total de 55 reais.

Chamemos

Número de notas de 5 reais: x
Número de notas de 10 reais: y

a) Determine o valor em notas de 5 reais que Maria possui em função de x.
b) Determine o valor em notas de 10 reais que Maria possui em função de y.
c) Estabeleça um sistema de equações de 1º grau associado ao problema proposto.

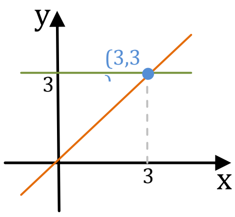
As duplas praticarão o aprendido através das atividades 2 e 3 do livro-texto do aluno, com posterior correção.

Dando sequência, solicita-se a leitura da página 335 a 338, “Interpretação geométrica e classificação de um sistema linear 2 × 2”, do livro-texto do aluno, para, em seguida, auxiliar os estudantes na compreensão do texto com uma breve explanação do conteúdo, fazendo-os perceber como se acha a quantidade de soluções de um sistema a partir da proporcionalidade ou não proporcionalidade entre os coeficientes e entre os termos independentes da primeira e segunda equações apresentadas, sem que seja necessária a realização de cálculos. Ainda com a turma dividida em duplas, será feita a atividade própria descrita abaixo, retirada do livro “Matemática: ciência, linguagem e tecnologia (Ensino Médio)”, escrito por Jackson Ribeiro.

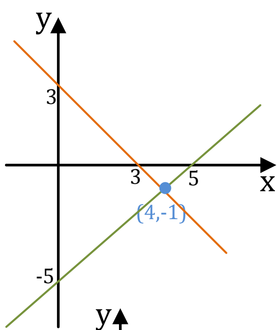
Atividade própria:

A representação gráfica do sistema linear $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$ é

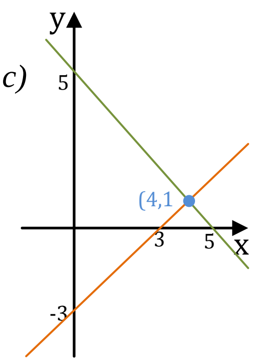
a)



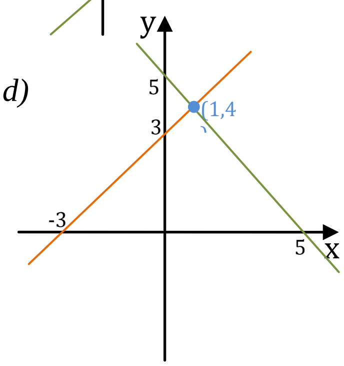
b)



c)



d)



VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

Os alunos serão avaliados mediante a entrega de dois trabalhos ao final de cada uma das duas unidades. O primeiro, a ser elaborado em quartetos, refere-se à unidade 29 e é constituído de questões extraídas do livro "Álgebra Linear", escrito por José Luiz Boldrini e outros. Já o segundo, a ser feito em duplas, refere-se à unidade 30 e é composto por duas questões: uma delas criada e a outra retirada do livro "Matemática (Ensino Médio)", escrito por Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz.

Trabalho 1:

1- Em um sistema de piscicultura superintensiva, uma grande quantidade de peixes é cultivada em tanques-rede colocados em açudes, com alta densidade populacional e alimentação à base de ração. Os tanques-rede têm a forma de um paralelepípedo e são revestidos com uma rede que impede a fuga dos peixes, mas permite a passagem da água.

a) Um grupo de 600 peixes de duas espécies foi posto em um conjunto de tanques-rede. Os peixes consomem, no total, 800 g de ração por refeição. Sabendo-se que um peixe da espécie A consome 1,5 g de ração por refeição e que um peixe da espécie B consome 1,0 g por refeição, calcule quantos peixes de cada espécie o conjunto de tanques-rede contém.

b) Para uma determinada espécie, a densidade máxima de um tanque-rede é de 400 peixes adultos por metro cúbico. Suponha que um tanque possua largura igual ao comprimento e altura igual a 2 m. Quais devem ser as dimensões mínimas do tanque para que ele comporte 7200 peixes adultos da espécie considerada?

2- A matriz A = (a_{ij}) representa os veículos vendidos pela filial A de uma concessionária, sendo o elemento a_{ij} a quantidade de veículos vendidos no mês i do trimestre j de 2013. De maneira análoga, a matriz B = (b_{ij}) representa as vendas de veículos realizadas pela filial B no mesmo ano.

$$A=\begin{pmatrix} 27 & 16 & 20 & 21 \\ 19 & 10 & 14 & 17 \\ 21 & 15 & 14 & 28 \end{pmatrix} \ e \ B=\begin{pmatrix} 32 & 21 & 20 & 22 \\ 26 & 18 & 17 & 21 \\ 21 & 19 & 16 & 34 \end{pmatrix}$$

a) Em quais meses as filiais venderam a mesma quantidade de veículos?
b) O que representa A+B? Determine-a.
c) Quantos veículos, no total, foram vendidos pelas duas filiais no 2º semestre de 2013?

3- Observe parte da tabela do quadro de medalhas dos Jogos Pan-americanos do Rio de Janeiro em 2007.

País	Medalhas			
	Tipos			Total
	1º: ouro	2º: prata	3º: bronze	
1- Estados Unidos	97	88	52	237
2- Cuba	59	35	41	135
3- Brasil	54	40	67	161

Com base na tabela, é possível formar a matriz quadrada A cujos elementos a_{ij} representam o número de medalhas do tipo j que o país i ganhou, sendo i e j pertencentes ao conjunto {1, 2, 3}. Para fazer outra classificação desses países são atribuídos às medalhas os seguintes valores:

Ouro: 3 pontos
Prata: 2 pontos
Bronze: 1 ponto

Esses valores compõem a matriz $V = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Determine a partir do cálculo do produto A.V, o número de pontos totais obtidos pelos três países separadamente.

4- Um construtor tem contratos para construir três estilos de casa: moderno, mediterrâneo e colonial. A quantidade de material empregada em cada tipo de casa é dada pela matriz

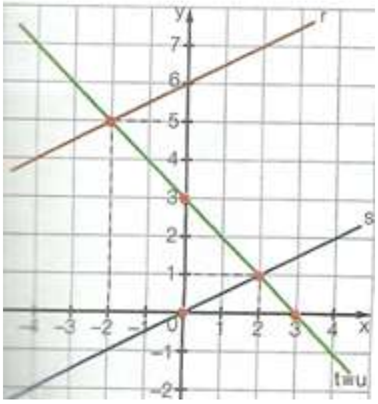
$$\begin{array}{l c} & \begin{array}{ccccc} \text{Ferro} & \text{Madeira} & \text{Vidro} & \text{Tinta} & \text{Tijolo} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Moderno} \\ \text{Mediterrâneo} \\ \text{Colonial} \end{array} & \begin{bmatrix} 5 & 20 & 16 & 7 & 17 \\ 7 & 18 & 12 & 9 & 21 \\ 6 & 25 & 8 & 5 & 13 \end{bmatrix} \end{array}$$

a) Se ele vai construir 5, 7 e 12 casas dos tipos moderno, mediterrâneo e colonial, respectivamente, quantas unidades de cada material serão empregadas?
b) Suponha agora que os preços por unidade de ferro, madeira, vidro, tinta se tijolo sejam, respectivamente, 15, 8, 5, 1 e 10 mil reais. Qual é o preço unitário de cada tipo de casa?
c) Qual o custo total do material empregado?

Trabalho 2:

1- Descreva uma situação em que é necessário escrever um sistema de duas equações de 1º grau com duas incógnitas, resolvendo-o em seguida.

2- Observe a representação das retas r, s, t, u em um mesmo plano cartesiano.



r: -x + 2y = 12
s: -x + 2y = 0
t: x + y = 3
u: -x – y = -3

Sem realizar cálculos, determine quantas soluções possui cada sistema, e em seguida, escreva-as. Caso o sistema possua infinitas soluções, ponha apenas duas delas.

a)

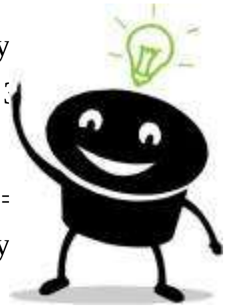
b) $\begin{cases} -x+2y=12 \\ x+y=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x+2y=12 \\ -x+2y=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+2y=0 \\ -x-y=-3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -x+2y \\ x+y= \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x-y= \\ -x+2y \end{cases}$



3- O sistema abaixo:

$$\begin{cases} 5x+3y-11z=13 \\ 4x-5y+4z=18 \\ 9x-2y-7z=25 \end{cases}$$

a) só apresenta a solução trivial;
b) é possível e determinado não tendo solução trivial;
c) é possível e indeterminado;
d) é impossível;
e) admite a solução (1; 2; 1)

- ✓ **Considerações Finais**

Ao utilizarmos o cotidiano com fins educativos, precisamos compreender seu papel nos ambientes em que se insere e qual a sua relação com o aluno e sua aprendizagem. Esperamos que os alunos percebam a Introdução de Matrizes/Detreminantes e Sistema Lineares como objeto de estudo e ferramenta para a resolução da aprendizagem proposta.

Esperamos que os alunos ao realizarem os trabalhos propostos, propicie o conhecimento de forma lúdica e criativa, consigam estabelecer uma aprendizagem significativa.

- ✓ **Referências Bibliográficas**

História da Matemática: A origem dos sistemas lineares e determinantes. Disponível em http://www.somatematica.com.br/historia/sistemas.php. Acesso em 18 dez. 2010

JANUARIO, Gilberto. **Quadrados mágicos: uma proposta de aprendizado com enfoque etnomatemático.** Disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Gilberto_02.pdf. Acesso em 18 dez. 2010.

Matrizes no nosso dia a dia . Disponível em http://www.mscabral.pro.br/sitemauro/praticas/Matriz.htm

PEREIRA, Patrícia Sândalo; SALATESKI, Cleonice; SELLA, A. E. **A webquest Valorizando Matrizes no contexto da educação matemática.** Disponível em *www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1951-8.pdf. Acesso em 18 dez. 2010.*

Tópicos da História da Matemática na China. Disponível em http://www.malhatlantica.pt/mathis/china/Nove.htm. Acesso em 18 dez. 2010

CECIERJ/2013-NOVA EJA – Unidade 26 a 28 – Sequências e Matemática Financeira.

DANTE, L. R. *Matemática – Contextos e Aplicações*. Ensino Médio. Volume único. 1ª edição. São Paulo: Atual Editora, 2001.

Links utilizados:

Matematiquez- Matemática Fácil:

http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=404

Exercícios Gerais:

www.somatematica.com.br