FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO CECIERJ – CONSÓRCIO CEDERJ

MATEMÁTICA 2º ANO

PLANO DE TRABALHO

PIRÂMIDES E CONES

TAREFA 2

[mbr1] Comentário:

CURSISTA : MARIA BEATRIZ DE MATTOS RICHA RIBEIRO
TUTOR : EDESON DOS ANJOS SILVA
GRUPO : 02

PROJETO SEEDUC TUTOR : EDESON GRUPO 02

PROFESSORA : MARIA BEATRIZ DE MATTOS RICHA RIBEIRO

COLÉGIO ESTADUAL LIDDY MIGNONE – PATY DO ALFERES – RJ

TAREFA 02 - PLANO DE TRABALHO 2- 3° BIMESTRE

Pirâmides e Cones	2° ano do Ensino Médio
Data : 09 de setembro de 2014	Turmas : 2003

PARA ENSINAR , DEVEMOS CONHECER , PARA COBRAR , DEVEMOS OFERECER .

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho apresentará o tipo de abordagem conceitual que será utilizado e será composto de seis aulas(de 50 minutos cada).
O tema Pirâmides será abordado com a ideia principal de apresentar um exemplo da arquitetura bastante desenvolvida dos egípcios.
O tema Cones apresentará um estudo dos corpos redondos. É necessário mostrar aos alunos que estes conteúdos e seus estudos permitirão realizar cálculos importantes para a vida cotidiana deles.
Os roteiros de ações sugeridos estão diversificados e apresentam sugestões importantes que unem a matemática às artes, explorando e apresentando esculturas, figuras de artistas importantes e obras de artes .
Os exemplos mostrados no roteiro são de fácil entendimento e os alunos perceberão no decorrer das atividades as operações importantes para resolução das mesmas.

A aula 1 será sobre o cálculo da área da pirâmide e contemplará atividades que estimulam a visualização de elementos geométricos para que os alunos sejam capazes de descobrir propriedades no espaço e nas formas e as relacionem. As atividades contendo a construção e representação será explorada por sua importância, para um melhor entendimento para o cálculo da área dos sólidos. Para finalizar a exibição do vídeo Um poema e três quebras cabeças, da série matemática na escola da Unicamp que fará uma comparação de volumes o que é essencial para o entendimento completo do conteúdo.

A aula 2 terá início com o vídeo Halloween, da série matemática na escola da Unicamp, com o objetivo de estudar a planificação de um cone reto, reconhecendo suas propriedades e assim proporcionar um entendimento do cálculo da área de um cone de uma forma prática.

A aula 3 terá início com o vídeo 3 2 1 Mistério, da série matemática na escola da Unicamp, e contemplará a verificação experimental do cálculo do volume da pirâmide e do cone.

Pensando em um bom desempenho das avaliações externas, os exercícios propostos **contemplam os descritores e habilidades do Currículo Mínimo e Saerj.**

A meta final é permitir aos alunos que tenham o completo entendimento do que está sendo ensinado.
O aluno precisa vivenciar uma situação de aprendizagem diferenciada do que ele tem vivido.

DESENVOLVIMENTO - METODOLOGIA

PIRÂMIDES E CONES

Pré requisitos: Cálculo de áreas de polígonos.

Tempo de duração: 6 aulas (300 minutos).

Recursos: Data show, folha de atividade, lápis, borracha, tesoura, cola,

Cartolina , compasso, barbante e grãos de arroz.

Organização da Turma: Dupla

Objetivos: Calcular a área e volume da pirâmide e cone.

Metodologia: Os alunos formarão duplas para responder a folha de atividade.

Terminada a atividade haverá uma troca de informações para a construção do conhecimento adquirido, anotações, resolução de exercícios e avaliação do aprendizado .

Descritores associados:

H07- Relacionar diferentes poliedros com suas planificações.

H24- Resolver problemas, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

H 25- Resolver problema que envolvam noções de volume.

Avaliação: A avaliação é o processo pelo qual podemos descobrir se nossas ações e esforços estão contribuindo para o alcance dos objetivos. Nessa perspectiva, o que devemos levar em conta não é somente o aspecto quantitativo, mas também o qualitativo, por meio do qual podemos acompanhar os resultados em função daquilo que se pretende com o aluno, com a escola e com a realidade exterior.

Sendo assim, o aluno será avaliado como um todo, visando principalmente observar seu desenvolvimento e se progresso. Serão atribuídos pontos pela dinâmica em sala de aula e pelo envolvimento em todo o desenvolvimento das atividades.

A avaliação será individual, com atividades escritas para a verificação da aprendizagem dos conteúdos.
Serão atribuídos pontos e notas pela dinâmica em sala de aula e pelo envolvimento em todo o desenvolvimento das atividades de pesquisa , trabalhos e provas.
A avaliação será individual, com atividades escritas para a verificação da aprendizagem dos conteúdos.

AULA 1

Área da Pirâmide

Observe o quadro Calmaria II, de Tarsila do Amaral.

FOTO: RÔMULO FIALDINI/©TARSILA DO AMARAL EMPREENDIMENTOS

●Que sólidos geométricos você identifica nele?

●Há algum sólido cujo nome você não sabe? Identifique-o na ilustração.

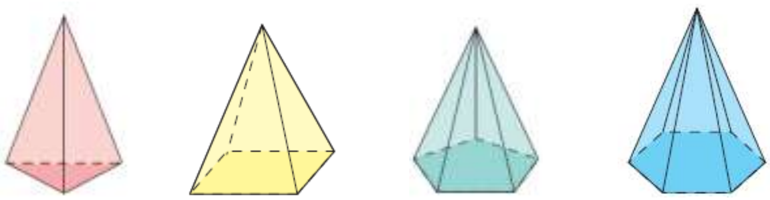
PIRÂMIDE

A pirâmide é considerada um dos mais antigos sólidos geométricos construídos pelo homem. Uma das mais famosas é a pirâmide de Queóps, construída em 2500 a.C, com 105m de altura, aproximadamente- o que pode ser comparado a um prédio de 50 andares.

Quando pensamos numa pirâmide, vem-nos à cabeça a imagem da pirâmide egípcia, cuja base é um quadrado. Contudo, o conceito geométrico de pirâmide é um pouco mais amplo: sua base pode ser formada por qualquer polígono.

Figura 1 – Turistas visitando o planalto de Gizé. Em primeiro plano, a esfinge, ao fundo, uma pirâmide.

As figuras abaixo representam pirâmides:



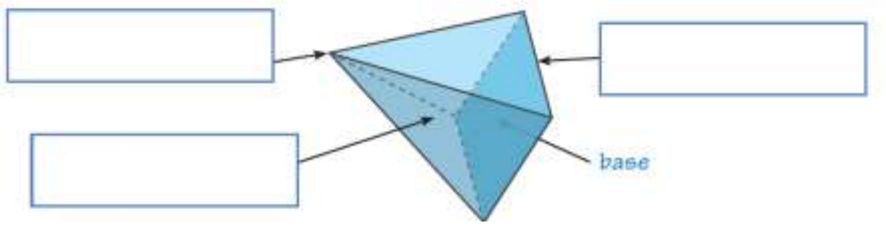
●Vamos lembrar também o significado de vértice, faces e aresta de uma pirâmide.

Complete a frase abaixo utilizando essas palavras, tornando a sentença com o significado da frase verdadeira.

As ---------------------- laterais das pirâmides são triangulares, o encontro de duas --------------------- forma uma ------------------------- e o encontro de três ou mais arestas forma um --------------------------.

Agora é com você:

Identifique e nomeie os elementos destacados na pirâmide:



A base de uma pirâmide é formada por polígonos e a mesma recebe o nome, dependendo do polígono de sua base.

● Preencha o quadro abaixo e responda as perguntas:

	pirâmide de base triangular		pirâmide de base pentagonal		pirâmide de base qualquer
poliedro					
polígono da base		quadrado		hexágono	polígono de N lados
número de lados do polígono da base					
número de faces					
número de arestas					
número de vértices					

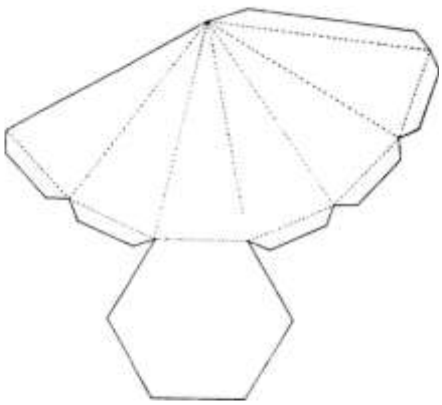
● Em uma pirâmide, qual é a relação entre:

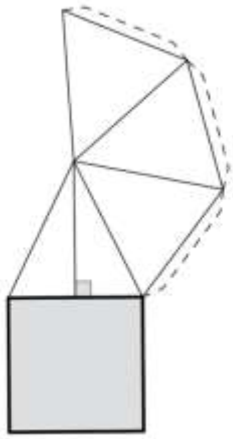
a) O número de lados do polígono da base e o número de faces? ---------------------- ---

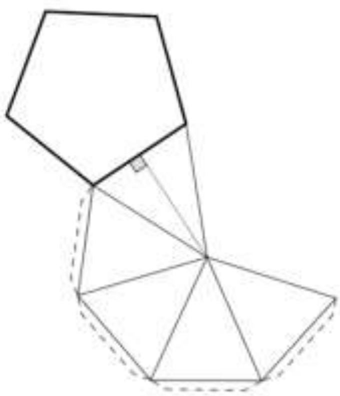
b) O número de lados do polígono de base e o número de arestas? ------------------- ---

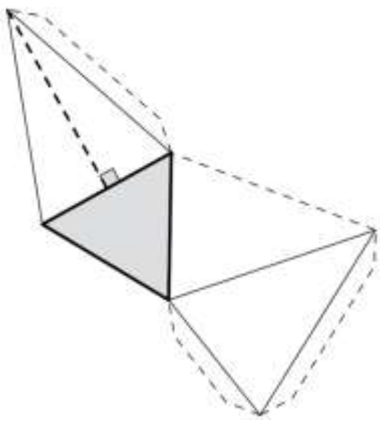
c) A soma do número de faces e vértices e o número de arestas? --------------------- ---

Observe as planificações de algumas pirâmides. Dê o nome de cada uma das pirâmides:



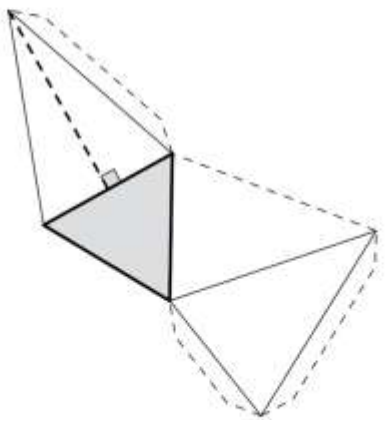




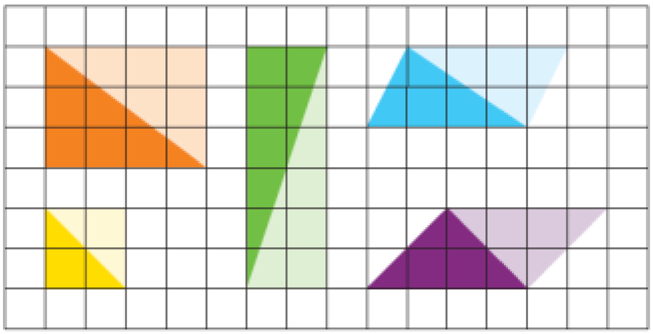


Você vai receber essas planificações ampliadas. Recorte-as e monte-as.

Quanto de papel você acha que foi gasto para construir a superfície da pirâmide 1 ampliada?



Você lembra como se calcula a área de um triângulo?



Observe as figuras. Em cada uma delas há uma parte mais escura, que forma uma região triangular.

Compare a área de cada uma delas com a da figura toda.

Escreva como calcular a área de cada superfície triangular. Utilize suas dimensões e a área da figura toda.

● Vamos agora calcular a quantidade de papel que foi gasto para desenhar a pirâmide de base triangular que você recortou.

Para isso comece a medir a altura e a base de um dos triângulos da lateral da pirâmide triangular, com sua régua.

a) Medida da base:------------------
b) Medida da altura:----------------

Compare seu resultado com os seus colegas.

Quantos triângulos congruentes compõe a lateral desta pirâmide?

Então, podemos com a medida da base e da altura de um único triângulo dessa lateral calcular sua área e multiplicá-la por --------------- para obtermos a área lateral.

Calcule agora a área lateral dessa pirâmide.

● Agora vamos calcular a área da base dessa pirâmide.

Meça a altura e a base do triângulo da base da pirâmide triangular e calcule sua área.

Medida da base:------------ Medida da altura:---------------

Área da base:------------------

● Podemos então calcular a quantidade de papel gasta na construção dessa pirâmide, desconsiderando as abas para a colagem.

Você tem alguma sugestão?

Vamos lá: Quantos cm² de papel foram gastos na construção deste sólido?

● Você vai recortar e montar agora a pirâmide 2 .

Qual o nome dessa pirâmide? -----------------------------------

b) Qual o polígono forma a sua base? ----------------------------

c) Quantos triângulos formam as suas faces? ----------------------------

Qual a sua sugestão para calcular a área lateral dessa pirâmide?

Qual valor você encontrou? ---------------------------

Temos que calcular agora a área da base desta pirâmide.

Para isso você irá medir com a régua o lado do quadrado que forma esta base e em seguida calcular a área.

Medida da base:-------------------- Medida da área da base:--------------

Com os dados obtidos para o cálculo da área da pirâmide triangular e da pirâmide quadrangular, preencha a tabela abaixo:

Pirâmide	Área Lateral	Área da Base	Área Total
Triangular			
Quadrangular			

Você seria capaz de escrever uma fórmula que represente a área total de uma pirâmide? Converse com seu colega e registre suas conclusões.

Para calcular a área total de uma pirâmide, basta calcularmos a área da ----------------------------- e somarmos com a área --------------------------.

Área total = área da --------------- + área -------------------

Para calcular a área de uma pirâmide temos que prestar atenção no polígono que forma a sua base.

Conclusão:

Área lateral
É a soma de todas as áreas laterais.

Área total
Soma da área lateral com a área da base.
$A_t = A_l + A_b$

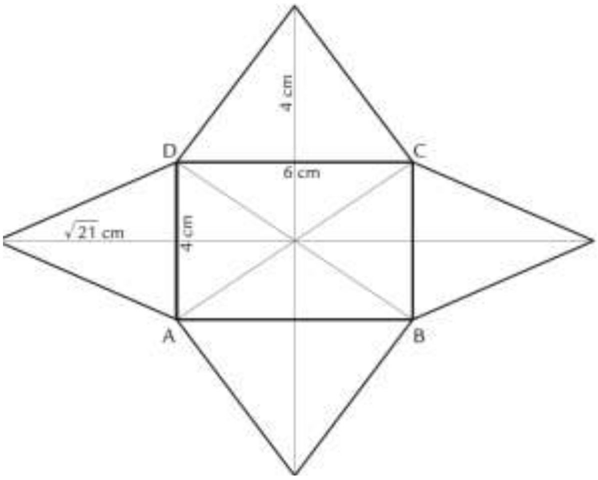
Colégio Estadual Liddy Mignone

Conteúdo: Área da Pirâmide   2º Ano Ensino Médio   Data:------/------/-----

Aluno:---   Professora Maria Beatriz

1- A figura abaixo é uma planificação de uma pirâmide de base retangular.

A figura abaixo é uma planificação de uma pirâmide de base



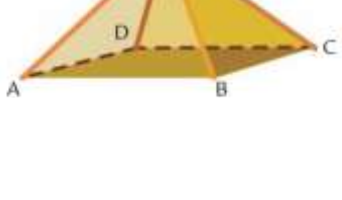
Determine a área da base dessa pirâmide.

Qual é área de cada face lateral?----------------------------

Qual é a soma de todas as faces laterais dessa pirâmide?-------------------

Qual a área total dessa pirâmide?------------------

2- Um artesão resolveu confeccionar um objeto na forma de uma pirâmide de base quadrada. Para isso, ele pretende usar chapas finas de cobre para as faces e pequenas varetas, também de cobre para as arestas. Sabendo que todas as arestas medem 10 cm, calcule a quantidade de cobre gasto para a confecção desse objeto.

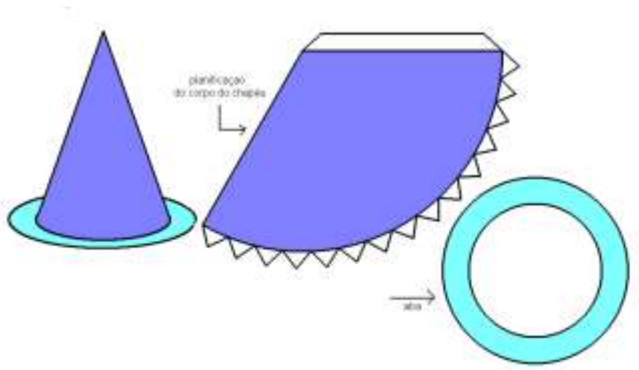


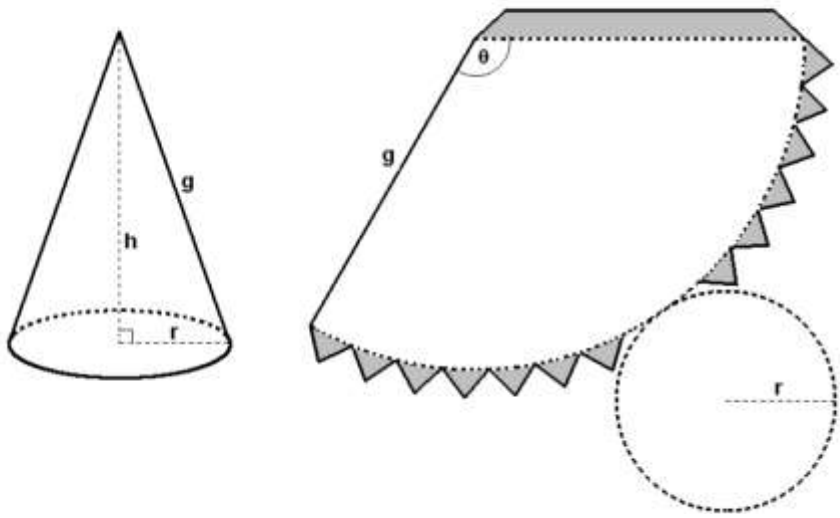
AULA 2

O CONE

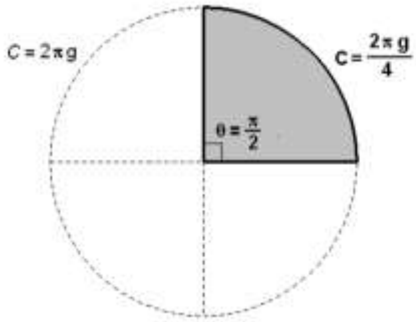
Vocês irão assistir ao vídeo Halloween. Prestem atenção e tomem nota do que acharem mais importante.

Forme dupla com seu colega. Use a calculadora para fazer os cálculos.





Vamos construir um chapéu de bruxa para uma pessoa com 50 cm de medida C, da maior circunferência da cabeça. No caso de $\frac{\pi}{2}$ radianos (90° graus), observe que o comprimento deste arco de circunferência de raio g corresponde a este ângulo é $\frac{2\pi g}{4}$ (ver a figura)



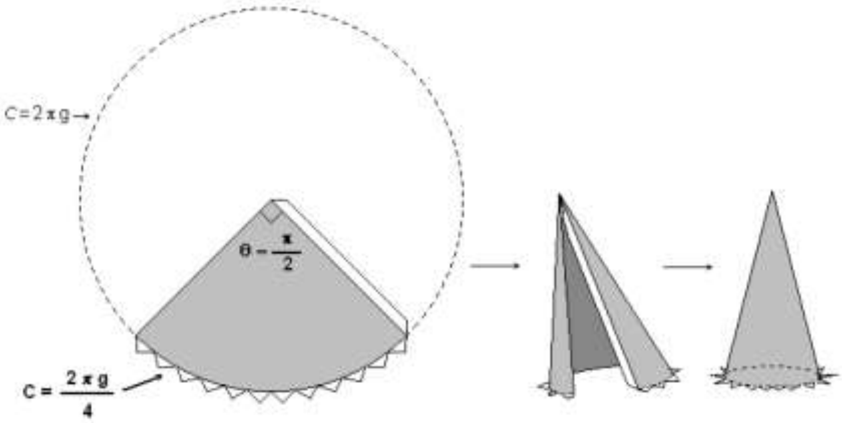
Sendo assim, o comprimento de 50 cm é igual a $50 = 2\pi g / 4$

Podemos então concluir que: $g = 50 \times 2 / \pi$.

Fazendo $\pi = 3{,}14$, calcule o valor aproximado da geratriz.

Cálculos

Daí, com um compasso feito de barbante, faça o cone.



Vamos fazer a aba do chapéu?

Para isso temos que calcular o raio da cabeça, ou seja o raio da circunferência de 50 cm de comprimento que você desenhou.

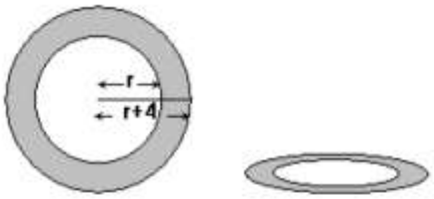
Sabemos que o comprimento da circunferência é dado pela fórmula:

$C = 2\pi r$, portanto o raio pode ser calculado pela fórmula : $r = C / 2\pi$.

● Qual valor aproximado do raio você encontrou? (continue a usar o valor aproximado de π = 3,14). -------------------------------------

Cálculo:

Desenhe com o compasso dois círculos concêntricos com o raio que você encontrou e o outro círculo com 4 cm a mais.



Para facilitar recorte um quadrado bem grande e o dobre em 4. A partir do centro, marque os arcos de raios com os valores que você encontrou. Recorte o papel por dentro e por fora.

Você tem ideia da quantidade de cartolina que usamos para a construção desse chapéu?

Vamos aprender agora como se calcula a área de um cone.

Área do Cone

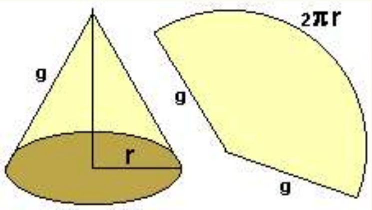
Com a sua dupla, recorte e monte planificação do cone que você recebeu.

● Que tal descobrirmos quantos cm² de papel foram gastos na construção

desse cone? Você tem algum palpite?

● Quantas áreas precisamos calcular? ---

Para determinar área total de cone temos que entender sua planificação



● Para calcular a área da base use uma régua para medir o raio do círculo que está em destaque pontilhado e calcule sua área, considerando π = 3,14 ?

Cálculos: Lembre-se que a área do círculo é dada pela fórmula : $A = \pi r^2$

Que valores você encontrou? -------------------------

Compare a resposta com o seu colega.

● Agora vamos calcular a área do setor circular. Você tem alguma sugestão?

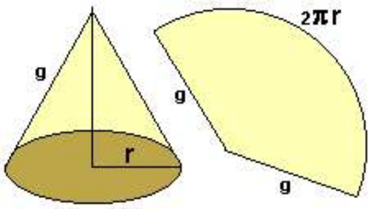
Qual o comprimento desse setor, que chamaremos de área lateral ?

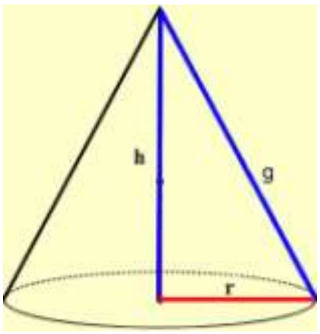
Dica lembre-se da construção do chapéu de bruxa.

Note que a planificação da superfície lateral do cone resulta em um setor circular que possui os seguintes elementos:

Raio: geratriz do cone

Comprimento do arco : $2\pi\ r$





Com isso para que possamos calcular a área da superfície lateral, devemos calcular a área do setor circular. Dessa forma , temos que calcular uma regra de três simples:

Comprimento do arco		Área do setor
$2\pi g$	---------------------	πg^2
$2\pi r$	------------------------	$A_{lateral}$

$$\frac{2\pi g}{2\pi r} = \frac{\pi g^2}{A_{lateral}} \rightarrow A_{lateral} = \pi r g$$

Para calcular a área total desse cone basta somar a área da base do cone com a área lateral:

$$A_b = \pi r^2 \qquad\qquad A_l = \pi . r . g$$

$$A_t = A_l + A_b$$

$$A_t = \pi . r . g + \pi r^2$$

$$A_t = \pi . r (g + r)$$

Calcule agora a quantidade de papel gasta para a construção desse cone.

Anexos: Planificações do Roteiro de ação 4 serão entregues para a dupla.

Avaliação será individual, ao final da aula. O aluno poderá usar a calculadora e solicitar a colaboração da professora, pois só assim poderei perceber suas dificuldades em relação ao conteúdo.

Colégio Estadual Liddy Mignone

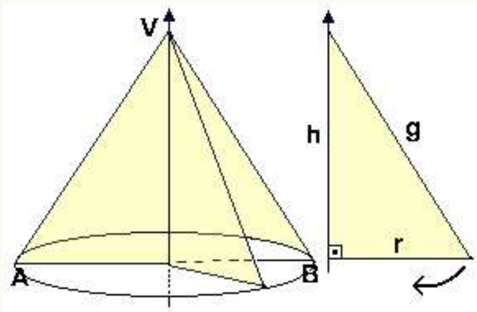
Conteúdo: Área do cone   2º Ano Ensino Médio   Data:------/------/------

Aluno:-- Professora Maria Beatriz

1- Deseja-se construir um cone circular reto, utilizando papel para isso. Sabendo que o cone deve apresentar 20 cm de altura, a geratriz 25 cm de comprimento e o raio 15 cm, quantos centímetros quadrados de papel serão necessários.

2- A casquinha de um sorvete tem a forma de um cone reto. Sabendo que o raio da base mede 5 cm e a altura é de 12cm. Qual é a área dessa casquinha de sorvete?   Dica: primeiro calcule a medida da geratriz.

Há uma relação importante entre a altura, a geratriz e o raio da base do cone:



$g^2 = h^2 + r^2$

AULA 3

Volume da Pirâmide e do cone.

1ª Parte Volume da Pirâmide

Vamos assistir agora ao vídeo 3, 2 1 mistério. Preste atenção e anote o que mais lhe chamou a atenção para nossa discussão.

Após o vídeo haverá a leitura de imagem e as anotações.

O Princípio de Cavalieri

FIG. 1 *Boaventura Cavalieri – 1598-1647 – Profesor da Universidade de Bolonha*

O resultado conhecido como Princípio de Cavalieri está nas origens do chamado Cálculo Infinitesimal e já era utilizado por Arquimedes no século III a.C. como método para a descoberta de alguns resultados, como, por exemplo, o da relação entre os volumes de uma semiesfera, de um cone e de um cilindro de mesma base e mesma altura [Costa]. A denominação "de Cavalieri" é uma homenagem a Boaventura Cavalieri (1598-1647) que foi discípulo de Galileu e um dos precursores do advento do Cálculo Integral no século XVI. Este princípio é de certa forma intuitivo, tem muitas aplicações e costuma ser assumido como um axioma para se apresentar com certo rigor o cálculo de áreas e volumes sem o formalismo do Cálculo Integral.

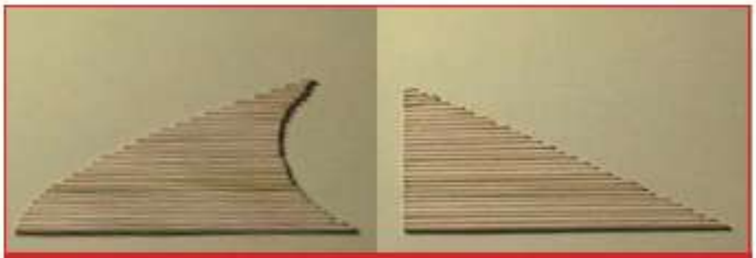


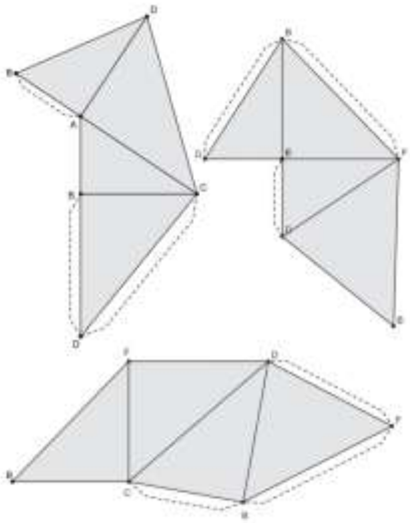
FIG. 2 *Representação de regiões planas de mesma área, pelo Princípio de Cavalieri.*

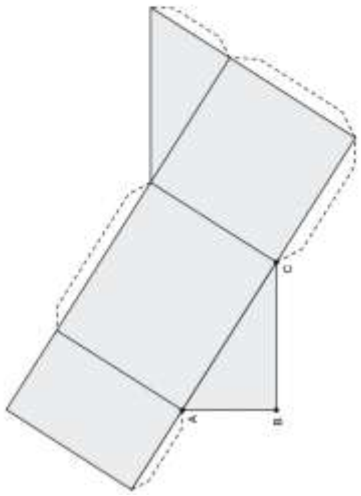
Para figuras planas, este princípio estabelece que figuras têm a mesma área quando apresentam a mesma altura e segmentos de mesmo tamanho em cada nível correspondente. A figura acima ilustra um triângulo e uma deformação deste, sendo que ambos têm a mesma área, segundo o Princípio de Cavalieri para regiões planas.

FIG. 3 *Representação de sólidos de mesmo volume, pelo Princípio de Cavalieri.*

Vamos realizar algumas construções de pirâmide e prisma e comparar seus volumes.

Forme dupla com seu colega, para responder as questões.



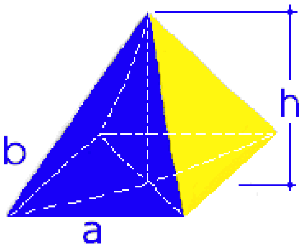


● Vocês estão recebendo as planificações acima ampliadas.

● Vamos montá-las.

Qual o nome desses sólidos?

● Agora disponha as três pirâmides construídas dentro do prisma, de forma que eles se encaixem.



Desconsiderando as imperfeições de nossos modelos geométricos, podemos verificar uma relação entre a soma dos volumes das pirâmides e o volume do prisma. Que relação é essa?

Compare as pirâmides! Encoste as duas pirâmides que tem faces marcadas com uma semicircunferência, posicionando-as para baixo (como base) . Nesta posição, elas têm mesma altura?

● Você não consegue sobrepor essas faces (bases) com uma semicircunferência, mas elas são congruentes e, por isso, têm a mesma área.

Junte essa informação com a resposta do item anterior e diga qual a relação entre os volumes dessas duas pirâmides.

●Faça o mesmo com relação ao volume das duas pirâmides que têm faces com uma meia estrela.

Agora, com base em suas informações, responda: as três pirâmides tem o mesmo volume? Por quê?

●Faça um buraco com a tesoura na base de uma dessas pirâmides e na base do prisma de modo que você possa enchê-los com grãos de arroz.

●Encha a pirâmide com os grãos de arroz e vai colocando no prisma até enchê-lo.

Quantas vezes você precisou fazer essa operação?

Encontre com uma régua a medidas aproximadas para as dimensões da base e da altura e calcule o seu volume? Qual valor você encontrou?

Calcule também o volume de uma dessas pirâmides. Qual valor você encontrou?

Podemos então dizer que o volume de uma pirâmide é igual a ---------------------

do volume de um prisma de mesma --------------- e de mesma ----------------.

O volume de uma pirâmide é dado em função da área de sua base e da altura h, de acordo com a fórmula abaixo:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

2 ª Parte Volume do cone

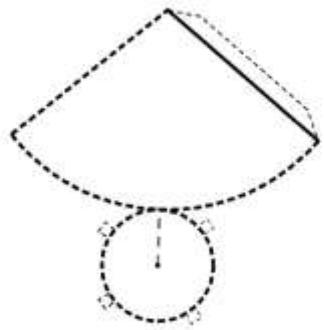


Figura 1
Fonte: Figura pelo conteudista André Silva.

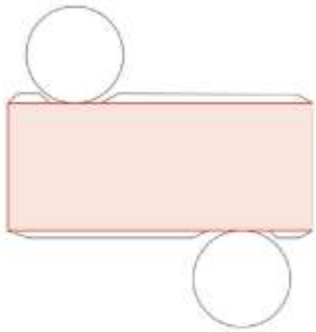


Figura 1
Fonte: Figura pelo conteudista André Silva.

Você vai receber essas planificações ampliadas.

1. Observe as planificações apresentadas agora pelo seu professor. Monte-as.
2. Que sólido você construiu a partir da *Figura 1*? E da *Figura 2*?
3. As planificações foram criadas para que o cone e o cilindro tenham mesma circunferência da base e mesma altura. Desconsidere as imperfeições que se apresentam por conta de nossa manipulação. Utilize uma régua para fazer as medições necessárias e completar a seguir.

Sólido	Altura
Cilindro	
Cone	

4. O cone e o cilindro possuem a mesma área da base? E quanto à altura, o que você observou? Converse com seus colegas e comparem suas medições.

5. Vamos encher o cilindro com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o completamente e despejando todo seu conteúdo no cilindro. Quantas vezes você repetiu este processo?

6. O que podemos afirmar sobre o volume do cone, se o compararmos com o volume do cilindro?

Quais as medidas você terá que saber para calcular o volume desse cone?

Com uma régua para fazer as medições necessárias. Agora calcule o volume desse cone. Use π = 3,14

Assim como na pirâmide, o volume do cone é dado em função da área de sua base e da altura h. Podemos pensar no cone como sendo uma pirâmide com uma das faces arredondadas. Logo, seu volume pode ser obtido fazendo:

$$Volume = \frac{\text{área da base} \times altura}{3}$$

Assim, a fórmula para o cálculo do volume do cone pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Onde:

r é a medida do raio da base

h é a altura do cone

V é o volume do cone

Observe que para obter o volume do cone não é necessário conhecer a medida da geratriz e a fórmula é semelhante à da pirâmide.

Avaliação será individual, ao final da aula. O aluno poderá usar a calculadora e solicitar a colaboração da professora, pois só assim poderei perceber suas dificuldades em relação ao conteúdo.

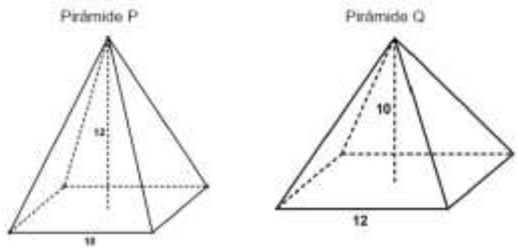
Colégio Estadual Liddy Mignone

Conteúdo: Volume da Pirâmide e do cone   2º Ano Ensino Médio Data:...../...../.......

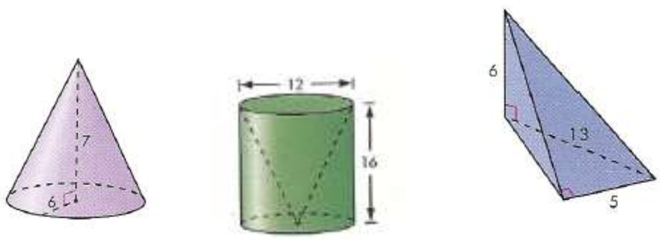
Aluno:-- Professora Maria Beatriz

1- As duas pirâmides da figura são regulares. As medidas estão em centímetros.

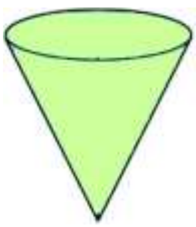
Qual das pirâmides tem maior volume? Justifique.



2- Calcule o volume dos sólidos abaixo. Use $\pi = 3{,}14$



3 - Um reservatório de água possui a forma de um cone com 8 metros de profundidade. Sabendo que o diâmetro da base mede 4 metros, determine a capacidade, em litros, desse reservatório. (Use $\pi = 3{,}14$)



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RIBEIRO, Jackson. ***Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia 2.*** *Ensino Médio. São Paulo: Editora Scipione, 2010.*

RIO DE JANEIRO (Estado). Governo do Estado. Secretaria de Educação. **Projeto Seeduc. Cecierj. Roteiro de ação 4 e 5**. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/>. Acesso em 26 de ago.2013.

SÃO PAULO (Estado). Prefeitura do Estado. Secretaria Municipal de Educação. **Caderno de apoio e aprendizagem: Matemática Ensino Fundamental 2º segmento.** São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2010.

Endereços eletrônicos acessados:

http://www.alunosonline.com.br/matematica/area-total-cone.html

http://www.brasilescola.com/matemtica/calculo-area-cone.htm

http://www.brasilescola.com/matematica/volume-piramide.htm

http://cejarj.cecierj.edu.br/Material_Versao7/Matematica/Mod3/MATEMATICA_Un24_Fasc8_Mod3_ProjB_V7_Ceja_Final.pdf

www.http:m3.ime.unicamp.br/recursos/1040

www.http:m3.ime.unicamp.br/recursos/1113

www.http:m3.ime.unicamp.br/recursos/1156

http://www.ufjf.br/cursinho/files/2012/05/Geometria-Espacial-115.191.doc