

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 2º Ano – 3º Bimestre/2012

Plano de Trabalho 2

Pirâmides e Cones

Cursista: Ângela Pereira Cerqueira Halfeld
Tutora: Ana Paula S. Muniz

Sumário

INTRODUÇÃO	03
DESENVOLVIMENTO	04
AVALIAÇÃO	16
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	17

INTRODUÇÃO

O presente plano de trabalho se propõe a discutir o ensino prático da geometria espacial para alunos do 2.º ano do Ensino Médio voltado para o conteúdo de pirâmides e cones.

É fundamental que o aluno perceba a importância da Matemática nas diversas atividades da vida contemporânea, no caso desse Plano de trabalho no que diz respeito a pirâmides e cones, formatos tão presentes em nosso cotidiano.

Vivenciamos hoje um momento de planejamento e execução de projetos nos mais variados campos de conhecimento, por isso é importante para as escolhas que o aluno venha a tomar no futuro que ele conheça um pouco da Geometria espacial que lhe pode ser muito útil na futura profissão que escolher, ou até mesmo para resolver problemas corriqueiros do seu dia-a-dia.

Além disso, devemos relacionar a outras matérias, buscando a interdisciplinaridade, necessária para que o aluno tenha uma visão mais integral dos seus estudos.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1

- HABILIDADE RELACIONADA: H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características. H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.
C1 - Reconhecer, dentre várias planificações, aquela que corresponde a um sólido representado graficamente.
C2 - Reconhecer a planificação dado o nome do sólido.
C3 - Reconhecer, dentre várias representações gráficas de sólidos, aquele que corresponde à uma planificação dada.
C4 - Reconhecer entre vários nomes de sólidos, aquele que corresponde à planificação dada.
- PRÉ-REQUISITOS: Identificação de figuras planas.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Televisão e DVD, **DATA SHOW**, Notebook (Programa Geogebra), o livro didático e ficha 1, canudinhos e barbante.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- OBJETIVOS: Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal : Pirâmides. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- METODOLOGIA ADOTADA:
Apresentar o vídeo para os alunos com o objetivo de informar algumas aplicações práticas do uso das pirâmides, comparando-as a outras figuras espaciais. Após a finalização do vídeo, discuta com os alunos as diferenças entre as figuras espaciais vistas no 2.º bimestre e as pirâmides.
Depois mostre para as duplas como construir dois tipos de pirâmides diferentes usando canudinhos e barbante, para depois podermos identificar suas características principais. Siga o roteiro abaixo :

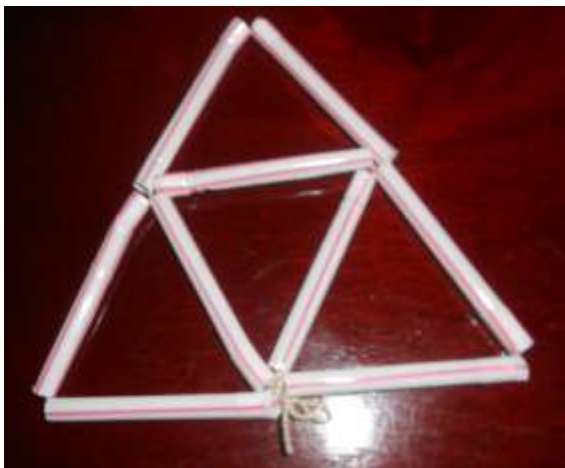
FICHA 1 – PIRÂMIDES

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 3. BIMESTRE – PROF.^a ÂNGELA – DATA : _____

NOME : _____ N.: ____ TURMA : _____

1 – TETRAEDRO REGULAR

Vamos primeiro construir uma pirâmide triangular regular, o tetraedro. Pegue 3 canudinhos e um pedaço de barbante. Passe o barbante por dentro dos canudinhos e una-os formando o esboço de um triângulo equilátero e feche-o por meio de um nó. Agora, passe o restante da linha por dentro de mais dois canudinhos juntando-os e formando mais um triângulo com um dos lados do primeiro triângulo. Faça o mesmo com os outros dois lados e no final dê um nó, como mostrado na figura abaixo :



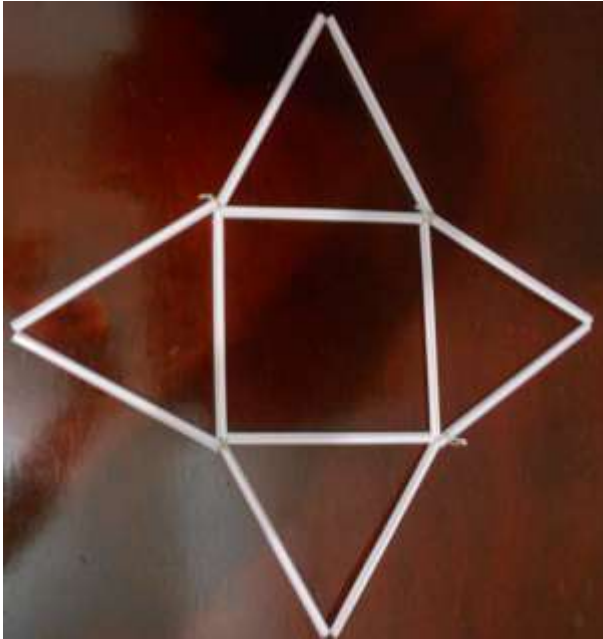
Essa é a planificação de um tetraedro

Após a construção una os vértices e monte a pirâmide abaixo :

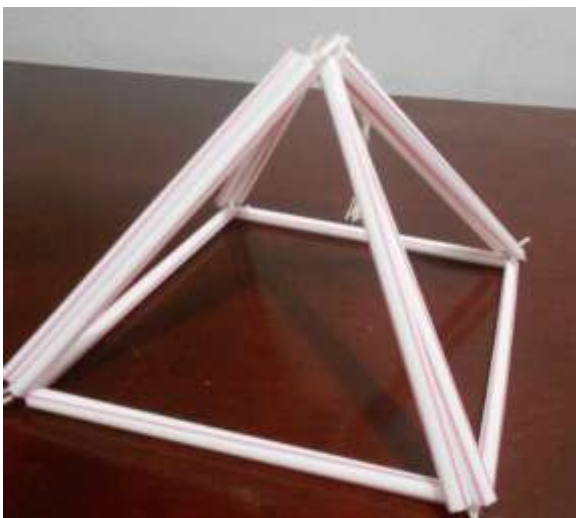


2 – PIRÂMIDE QUADRANGULAR REGULAR

Agora, vamos construir um outro tipo de pirâmide, a pirâmide quadrangular regular. Pegue 4 canudinhos e um pedaço de barbante. Passe o barbante por dentro dos canudinhos e una-os formando o esboço de um quadrado e feche-o por meio de um nó. Agora, passe o restante da linha por dentro de mais dois canudinhos juntando-os e formando um triângulo com um dos lados do quadrado. Faça o mesmo com os outros três lados e no final dê um nó, como mostrado na figura abaixo :



Após a construção una os vértices e monte a pirâmide abaixo :



Imagens feitas pela autora

Agora, responda:

1 – Quais as principais semelhanças e diferenças que você pode observar entre as duas pirâmides que foram construídas ?

2 – Qual o nome de cada uma delas ? Pesquise em seu livro didático, os outros tipos de pirâmides existentes.

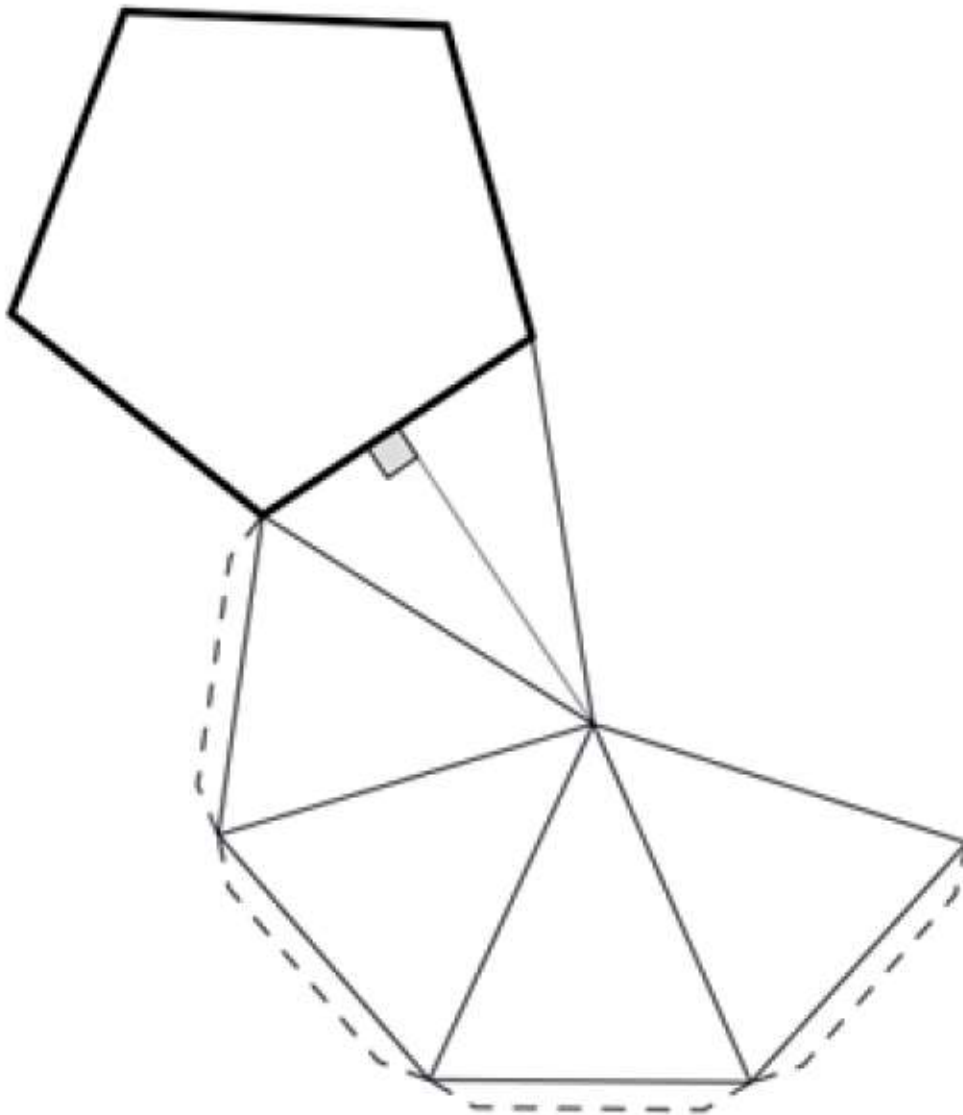
3 – Pesquise em seu livro didático os principais elementos das pirâmides, faça um desenho para representá-los abaixo.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – Exercícios do livro didático para fixação da Identificação e planificação de pirâmides.

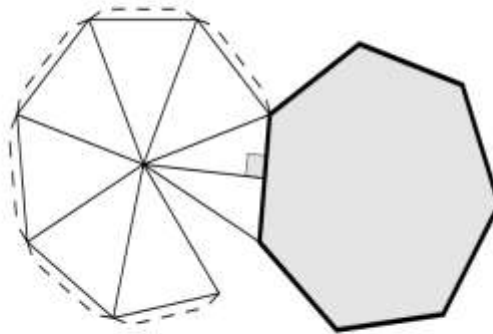
Obs. : Mostrar para os alunos a construção das planificações e construções de pirâmides e cones no programa Geogebra, aproveitando para identificar suas principais características.

OUTROS TIPOS DE PIRÂMIDES :

PLANIFICAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE DE BASE PENTAGONAL :



PLANIFICAÇÃO DE UMA PIRÂMIDE DE BASE HEXAGONAL :



n = 7
altura

Pir / Cone

Impressão

Atividade 2

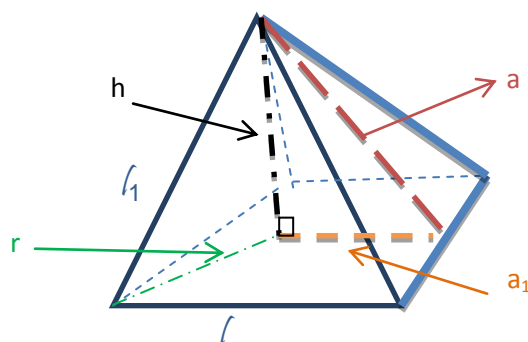
- HABILIDADE RELACIONADA: H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
C2 - Calcular a medida da área lateral de uma pirâmide, com ou sem a informação de fórmulas.
C6 - Calcular a medida da área total de uma pirâmide, com ou sem a informação de fórmulas.
H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.
C3 - Calcular a medida do volume de uma pirâmide, com ou sem a informação de fórmulas.
Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes – H33.
- PRÉ-REQUISITOS: Áreas de figuras planas.
- TEMPO DE DURAÇÃO: 100 minutos
- RECURSOS EDUCACIONAIS UTILIZADOS: Livro didático, calculadora, régua, transferidor e pirâmides construídas na atividade 1.
- ORGANIZAÇÃO DA TURMA: Em duplas
- OBJETIVOS: Apresentar todos os assuntos que serão tratados dentro do tema principal, incluindo o conhecimento sobre área e volume de pirâmides. Mostrar aos alunos a importância do tema que será estudado e sua aplicabilidade em assuntos do cotidiano.
- METODOLOGIA ADOTADA:

Área e volume de uma pirâmide

Pirâmide regular :

É uma pirâmide reta cuja base é uma região poligonal limitada por um polígono regular.

Em toda pirâmide regular devemos destacar quatro importantes triângulos retângulos nos quais aparecem : a aresta da base (l), a aresta lateral (l_1), o raio da base (r), o apótema da pirâmide (a), o apótema da base (a_1) e altura da pirâmide (h).



Aplicando o teorema de Pitágoras nos triângulos da pirâmide acima, teremos :

$$(\hat{l}_1)^2 = a^2 + (\hat{l}/2)^2$$

$$r^2 = a_1^2 + (\hat{l}/2)^2$$

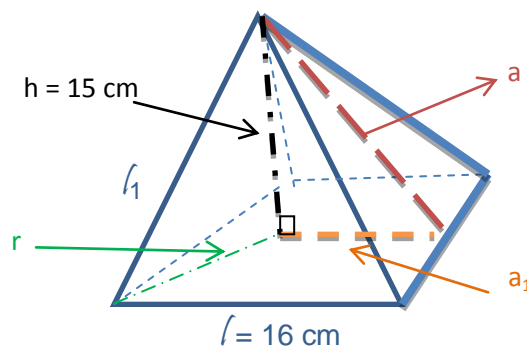
$$(\hat{l}_1)^2 = h^2 + r^2$$

$$a^2 = h^2 + a_1^2$$

Do mesmo modo que foi feito nos prismas, nas pirâmides também temos :

- Superfície lateral : é formada pelas faces laterais (triangulares);
- Área lateral : é a área da superfície lateral;
- Superfície total : é formada pelas faces laterais e pela base;
- Área total : é a área da superfície total;
- Volume : é o volume total da pirâmide.

Exemplo 1) Determine a área total e o volume de uma pirâmide quadrangular regular cuja altura é 15 cm e cuja base é um quadrado de 16 cm de lado.



1.º) Calcular a apótema da base (a_1) :

$$a_1 = \hat{l}/2 = 16/2 = 8 \text{ cm}$$

2.º) Calcular a apótema da pirâmide (a) :

$$a^2 = h^2 + a_1^2$$

$$a^2 = 15^2 + 8^2$$

$$a^2 = 225 + 64$$

$$a^2 = 289$$

$$a = 17 \text{ cm}$$

3.º) Calcular a área da base (A_B) :

$$A_B = l^2 = 16^2 = 256 \text{ cm}^2$$

4.º) Calcular a área lateral (A_L) :

$$A_L = 4 \cdot (l \cdot a) / 2 = 4 \cdot (16 \cdot 17) / 2 = 544 \text{ cm}^2$$

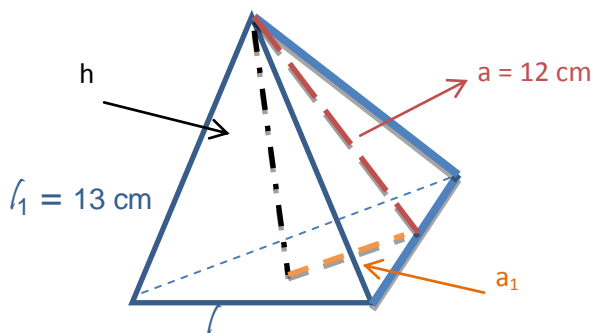
5.º) Calcular a área total (A_T) :

$$A_T = A_B + A_L = 256 + 544 = 800 \text{ cm}^2$$

6.º) Volume (V) :

$$V = A_B \cdot h / 3 = 256 \cdot 15 / 3 = 1280 \text{ cm}^3$$

Exemplo 2) Determine a área lateral de uma pirâmide triangular regular cuja aresta lateral mede 13 cm e o apótema da pirâmide mede 12 cm.



1.º) Calcular a aresta da base (l) :

$$(l_1)^2 = a^2 + (l/2)^2$$

$$13^2 = 12^2 + (l/2)^2$$

$$169 = 144 + (l/2)^2$$

$$(l/2)^2 = 169 - 144$$

$$(l/2)^2 = 25$$

$$l/2 = 5$$

$$l = 10 \text{ cm}$$

2.º) Calcular a área lateral (A_L) :

$$A_L = 3 \cdot (\ell \cdot a) / 2 = 3 \cdot (10 \cdot 12) / 2 = 180 \text{ cm}^2$$

Caso particular importante : o tetraedro regular

Uma pirâmide particular formada por quatro regiões triangulares congruentes e equiláteras é o tetraedro regular.

Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base.

FICHA 2 – OPERAÇÕES COM PIRÂMIDES

TRABALHO DE MATEMÁTICA – 3. BIMESTRE – PROF.^a ÂNGELA – DATA : _____

NOME : _____ N.: _____ TURMA : _____

Cada dupla deverá pegar as duas pirâmides construídas na Atividade 1 e responder às seguintes questões :

1) TETRAEDRO REGULAR

a) Identifique através da pirâmide 1, o valor de :

- Aresta da base (\hat{l}) : _____
- Aresta lateral (\hat{l}_1) : _____
- Apótema da pirâmide (a) : _____
- Altura da pirâmide (h) : _____
- Apótema da base (a_1) : _____

b) Calcule a área da base desse tetraedro regular :

c) Calcule a área lateral desse tetraedro regular :

d) Calcule a área total desse tetraedro regular :

e) Calcule o volume desse tetraedro regular :

1) PIRÂMIDE QUADRANGULAR REGULAR

a) Identifique através da pirâmide 2, o valor de :

- Aresta da base (\hat{l}) : _____
- Aresta lateral (\hat{l}_1) : _____
- Apótema da pirâmide (a) : _____
- Altura da pirâmide (h) : _____
- Apótema da base (a_1) : _____

b) Calcule a área da base dessa pirâmide regular :

c) Calcule a área lateral dessa pirâmide regular :

d) Calcule a área total dessa pirâmide regular :

e) Calcule o volume dessa pirâmide regular :

AVALIAÇÃO

Um dos objetivos de toda avaliação é a verificação dos conhecimentos adquiridos pelo aluno, bem como a análise por parte do professor se há a necessidade de se rever alguns itens que não ficaram muito claros, não atingindo o resultado pretendido de acordo com os descritores que foram trabalhados. O professor tem que estar sempre atento e pronto a rever sua metodologia a partir da resposta dos alunos de sua turma.

Avaliei os conhecimentos adquiridos através dos TRABALHOS EM DUPLA com consulta (com duração de 50 minutos – 1 tempo de aula além dos 100 minutos utilizados para explicações com exercícios).

Depois de uma revisão, apliquei uma avaliação escrita individual (com duração de 50 minutos – 1 tempo de aula) com a matéria abordada até o momento para investigação da capacidade de utilização dos conceitos e exercícios práticos de pirâmides.

É importante estar atento ao tempo disponível e à preparação do grupo para a avaliação externa (SAERJINHO) que também deve ser usado como um instrumento de avaliação, aproveitando a oportunidade para verificar se a turma atingiu os objetivos almejados.

A atividade que eles mais se envolveram foi a proposta na FICHA 1 – PIRÂMIDES, eles gostaram de confeccionar as figuras espaciais, pois permite uma melhor visualização das figuras e fixação dos conceitos e resolução de problemas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ROTEIROS DE AÇÃO 4 – Descobrindo as áreas da pirâmide e do cone – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3o ano do Ensino Médio – 3.º bimestre/2012 – Disponível em <http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>.

MATEMATICA CONTEXTO & APLICAÇÕES, Volume 2/Luiz Roberto Dante – 1.ª Edição – São Paulo: Editora Ática, 2011.

DVD ESCOLA N.º 21 contendo o vídeo “Mãos na forma – Os sólidos de Platão” – TV Escola – Secretaria de Educação a Distância .