

**FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA**  
**Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ**

**Matemática 2º Ano – 1º Bimestre/2013**

**PLANO DE TRABALHO**

**GEOMETRIA ESPACIAL**

**Tarefa 4**

**Nome: Cintia de Oliveira Santos**

**Grupo: 5**

**Tutor: Paulo Alexandre Alves de Carvalho**

# SUMÁRIO

**Introdução ..... 03**

**Desenvolvimento ..... 04**

**Avaliação ..... 25**

**Fontes de pesquisa ..... 26**

**Anexos ..... 27**

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi desenvolvido para disponibilizar algumas ideias, diferentes da tradicional, para serem aplicadas no ensino da Geometria Espacial, mais especificamente a parte introdutória deste assunto que aborda os conceitos primitivos e poliedros.

A primeira parte do trabalho mostra a aplicabilidade da geometria espacial em nosso dia a dia. Como, por exemplo, na moda, nos jogos e nas mais diversas construções arquitetônicas. Na segunda parte, falamos um pouco sobre os conceitos primitivos e enunciemos alguns postulados importantes. Na terceira parte propomos que os alunos montem os sólidos geométricos que serão estudados ao longo do ano, para que com o material concreto em mãos, eles possam perceber mais nitidamente as características principais de cada sólido. E por fim, sugerimos a aplicação do **Jogo dos Poliedros**, pois através dos jogos os alunos conseguem memorizar com mais facilidade os assuntos que foram vistos nas aulas. E, além disso, eles desenvolvem o raciocínio lógico e também o trabalho em equipe.

O grande desafio de se ensinar geometria é o fato de que muitos alunos não possuem os conhecimentos básicos dessa disciplina. Em geral, os professores optam por deixar a geometria para o 4º bimestre e com a correria do final de ano acaba não dando tempo de ensinar os conteúdos. E com isso, quando os alunos chegam ao ensino médio, eles estão extremamente atrasados com o conteúdo. E fica difícil recuperar o tempo perdido.

Esperamos que com as atividades diferenciadas aqui presente possamos despertar um maior interesse em nossos alunos. Que eles percam um pouco do medo que sentem pela matemática, e percebam que ela faz parte de nossas vidas.

## DESENVOLVIMENTO

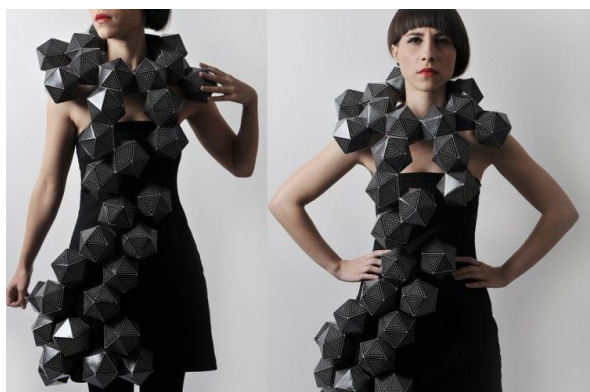
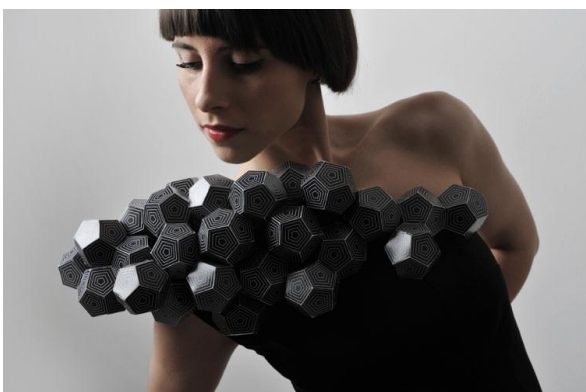
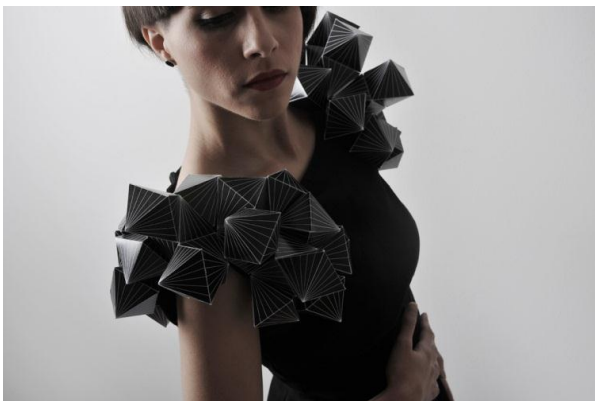
### Atividade 1:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Introdução à Geometria Espacial
- **Objetivos:** Apresentar a possibilidade de conjugar saberes artísticos e matemáticos e preparar uma introdução para o trabalho com geometria espacial.
- **Pré-requisitos:** Nenhum.
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis, caneta, lápis de cor, data show.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de quatro alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
  - H04 – Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características.

**Professor, nas atividades a seguir, espera-se que o aluno seja capaz de perceber que as formas geométricas estão ao nosso redor.**

(Atividades do texto **"Revisitando a geometria"** e **"Roteiro de Ação 1"**, disponibilizado pelo curso de aperfeiçoamento)

1) Observe essas imagens:



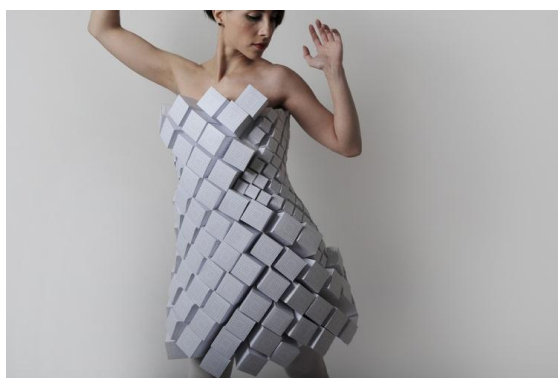


Figura 1

Disponível em: <http://www.amila.ba/projects/platos-collection>

a) O que você achou das imagens acima?

---

---

---

Os vestidos acima foram criados pela designer Amila Hrustia, de Sarajevo (Bósnia). Ela lançou uma coleção interessante, misturando moda, arquitetura e geometria. A coleção foi intitulada "**Plato's Collection**" (Coleção de Platão), pois foi inspirada nos sólidos platônicos. A coleção é composta de cinco vestidos exclusivos feitos artesanalmente com aplicações no tecido dos sólidos platônicos em papel.

b) Você consegue identificar os sólidos que aparecem em cada um dos vestidos?

---

---

Observe que os sólidos que aparecem nos vestidos são: octaedro, tetraedro, dodecaedro, icosaedro e cubo.

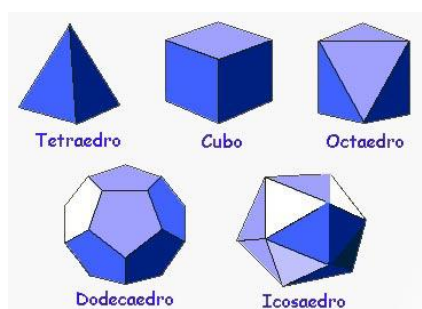


Figura 2 – Sólidos de Platão

c) Crie estampas coloridas em papel utilizando régua, compasso ou até mesmo desenhos a mão livre.

2) No item anterior você viu que podemos utilizar os diversos sólidos geométricos na moda. Uma outra situação que podemos utilizar os sólidos geométricos é quando vamos jogar algum jogo que necessitamos de um dado para poder movimentar nossas peças. Você já está familiarizado com o dado convencional, que é um poliedro na forma de cubo, com seis faces numeradas de 1 a 6.

Mas você já ouviu falar em RPG? RPG é uma sigla para Role Playing Game. É um jogo no qual os participantes interpretam personagens de ficção, seguindo certo enredo. Neste tipo de jogo podem ser utilizados dados diferentes daquele que estamos acostumados.



Figura 3 – Cinco dados com formas dos poliedros de Platão.

a) Você já tinha visto esses dados diferentes? O que achou?

---

---

3) Outra utilização para os sólidos geométricas é a arquitetura.

Quando falamos de arquitetura não podemos deixar de falar de Oscar Niemeyer. Abaixo segue algumas de suas construções.





Fotos disponíveis em [http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar\\_Niemeyer](http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar_Niemeyer)

a) Qual a característica principal presente nas obras de Niemeyer?

---

---

---

---

b) Em grupos de no máximo 5 alunos, escolha no mínimo 3 locais da sua cidade (Prédio, Parque, Museu, Atelier, etc.), fotografe a construção ou obra que deseja analisar e anote o tipo de forma geométrica ou formas que a compõem. Tal atividade será exibida posteriormente para toda a turma em data combinada previamente.

### Atividade 2:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Introdução a Geometria Espacial
- **Objetivos:** Reconhecer os conceitos primitivos da geometria espacial. Trabalhar as relações entre duas retas, reta e plano e entre dois planos.
- **Pré-requisitos:** Atividade 1.
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis, laboratório de informática com o software geogebra instalado.
- **Organização da classe:** Turma disposta em duplas, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

***Professor, nas atividades de 1 a 3, espera-se que o aluno seja capaz de identificar através de objetos do seu dia a dia aqueles que representam um ponto, uma reta e um plano. E que compreendam que os conceitos primitivos não existem definições.***

A geometria surgiu da necessidade dos seres humanos de medir terras e demarcar propriedades, porém, hoje em dia ela serve para estudar as figuras, suas propriedades e relações.

Vamos começar falando de alguns conceitos primitivos, aqueles que são aceitos sem definição: ponto, reta e plano.

1) Você já ouviu falar em ponto na geometria. Cite exemplos do que seria um ponto utilizando objetos do seu dia a dia.

---

---

2) Você já ouviu falar em reta na geometria. Cite exemplos do que seria uma reta utilizando objetos do seu dia a dia.

---

---

3) Você já ouviu falar em plano na geometria. Cite exemplos do que seria um plano utilizando objetos do seu dia a dia.

---

---

Lembre-se que:

- o ponto pode ser pensado como uma estrela do céu, o furo de uma agulha em um tecido, etc. Ele é representado com letras maiúsculas do nosso alfabeto.
- a reta pode ser pensada como os encontro de duas paredes da sala de aula, as cordas de um violão bem esticadas, a linha do horizonte, etc. Ela é representada com letras minúsculas do nosso alfabeto.
- o plano pode ser pensado como o tampo de uma mesa, o teto da sala de aula, o quadro branco, etc. Ele é representado com letras minúsculas do alfabeto grego.

**ATENÇÃO:**

**TANTO AS RETAS QUANTO OS PLANOS SÃO INFINITOS. PORTANTO, QUANDO DESENHAMOS UMA RETA OU UM PLANO O QUE ESTAMOS CONSTRUINDO É APENAS UMA REPRESENTAÇÃO DESSES OBJETOS MATEMÁTICOS.**

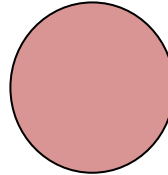
***Neste momento, espera-se que os alunos sejam capazes de relacionar os objetos presentes em sua vida com os conceitos primitivos de ponto, reta e plano. Verifique se estão fazendo essa relação de forma correta. E, não deixe de chamar atenção para o fato de que a reta e o plano são infinitos.***



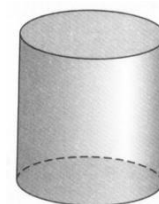
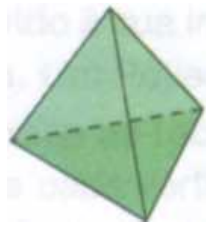
**(Aplicação do Roteiro de Ação 2)**

As figuras geométricas podem ser divididas em dois grupos:

- Figuras planas: são aquelas que estão totalmente contidas em um único plano.



- Figuras espaciais: são aquelas que não estão totalmente contidas em um único plano.



4. Você já deve ter ouvido falar que uma reta é um conjunto de pontos. Quantos pontos existem numa reta?

---

5. E no plano, quantos pontos existem?

---

6. Quantos pontos existem fora da reta? E fora do plano?

---

**Professor, verifique se os seus alunos conseguem visualizar a reta e o plano como objetos infinitos. Deixe claro para eles, que quando desenhamos uma reta, por exemplo, estamos apenas desenhando uma representação para esta reta, pois não temos como desenhar algo infinito.**

**Neste momento, podemos apresentar alguns postulados da geometria.**

7. Você já ouviu falar em postulados? Você sabe o que significa?

---

---

Do dicionário temos que postulado é uma proposição admitida sem demonstração e que serve de ponto de partida para dedução de novas proposições.

**P1.** Retas e planos são conjuntos de pontos.

**P2.** Existem infinitos pontos que pertencem a uma reta, assim como infinitos pontos que não pertencem a ela.

**P3.** Existem infinitos pontos que pertencem a um plano, assim como infinitos pontos que não pertencem a ele.

8. Dados dois pontos distintos (diferentes) você conseguiria determinar quantas retas passam por estes dois pontos simultaneamente?

---

---

**P4.** Dois pontos distintos determinam uma única reta.

**P5.** Três pontos não colineares (não pertencentes a mesma reta) determinam um único plano.

**P6.** Se dois pontos distintos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta está contida nesse plano.

(Atividade retirada do texto **"Repensando a geometria espacial"** disponibilizado pela equipe do curso de aperfeiçoamento).

9. Você já reparou que uma mesa ou um banquinho com três pés não balança? Se você tem um banco com quatro pernas e cortar um pequeno pedaço de um dos pés, ele vai ficar balançando. Se você fizer o mesmo em um banco de três pés ele vai ficar desnivelado, mas não balança. Você saberia explicar por que isso ocorre?

---

---

---

***Talvez o seu aluno não tenha conseguido visualizar que esse fato acontece devido ao postulado 5 (três pontos não colineares determinam um único plano). Já no de quatro apoio, se cortarmos um pedaço de um dos pés, este pé deixa de pertencer ao plano original que pertencia e passa a pertencer a um outro plano. Como os três pés que não foram cortados estão em um plano e o outro cortado está em outro plano, o banco balança.***

A partir dos postulados e conceitos primitivos podemos demonstrar o seguinte resultado:

**Teorema 1:** Uma reta e um ponto não pertencente a ela determinam um único plano.

10. Como você conseguiria demonstrar o **Teorema 1**, utilizando os conceitos primitivos e postulados anteriores?

---

---

---

---

---

**Trace uma reta  $r$  e um ponto  $P \notin r$ . Sejam  $A$  e  $B$  dois pontos distintos da reta  $r$ , pelo postulado P5, a reta  $r$  é a única que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ . Como o ponto  $P \notin r$ ,  $A$ ,  $B$  e  $P$  não são colineares e, pelo postulado P5, existe um único plano ( $\alpha$ ) ao qual os pontos  $A$ ,  $B$  e  $P$  pertencem. Mas pelo postulado P6, a reta  $r$  está contida em  $\alpha$ , pois  $A$  e  $B$  pertencem a  $\alpha$ . Logo,  $\alpha$  é o único plano que contém a reta  $r$  e ao qual o ponto  $P$  pertence.**

### **Exercícios de Fixação**

(Atividades retiradas do livro Coleção Novo Olhar: Matemática.

1. Em relação às afirmações a seguir, reescreva aquelas que julgar falsas, corrigindo-as.
  - a) Por um ponto passam infinitas retas.
  - b) Existem finitos pontos que pertencem a um plano e infinitos pontos que não pertencem ao plano.
  - c) Três pontos quaisquer determinam sempre uma única reta.
  - d) Existem infinitas retas que estão contidas em um único plano.
  - e) Quando dois pontos distintos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta não está contida no plano.

**b) Existem infinitos pontos que pertencem e infinitos pontos que não pertencem a um plano.**

**c) Três pontos quaisquer determinam uma ou três retas.**

**e) Quando dois pontos distintos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta está contida no plano.**

### Atividade 3:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Introdução a Geometria Espacial
- **Objetivos:** Identificar e relacionar poliedros ou corpos redondos com suas planificações.
- **Pré-requisitos:** Conceitos primitivos (ponto, reta e plano).
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis, lápis de cor, tesoura, cola e cartolina.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de no máximo 4 alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
  - o H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

**Professor, levar diversas embalagens de formatos distintos para que os alunos possam perceber a relação existente entre os formatos das embalagens e as figuras geométricas que estão sendo estudadas.**

O mundo que nos cerca está repleto de formas geométricas planas e espaciais.

1. Observe as embalagens e objetos fornecidos pelo professor. Você consegue identificar os sólidos que essas embalagens representam?

---

---

2. Você já viu outros objetos com esses formatos no seu dia a dia?

---


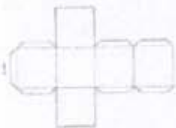
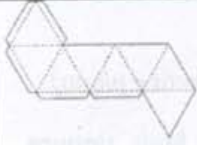


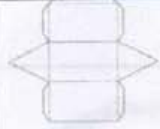




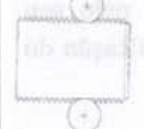
---

**Professor, neste momento entregar para os alunos as folhas que constam dos anexos, ao final deste trabalho.**

### (Atividades presentes no Roteiro de Ação 3)

3. Recorte, monte e cole as figuras que você tem em mãos.

4. Você conhece o nome de algum dos sólidos construídos pelo seu grupo? Tente completar a tabela a seguir, associando a planificação do sólido com o nome dele:

| Planificação  | Nome do sólido |
|---|----------------|
|    |                |
|    |                |
|    |                |
|    |                |
|   |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |
|  |                |

**Professor, neste momento, é importante que você diga os nomes dos alunos, pois pode ser que seus alunos conheçam alguns dos sólidos apresentados. Vale ressaltar que na há necessidade de apresentar as características dos sólidos, visto que este conteúdo será estudado posteriormente.**

| Planificação | Nome do sólido                           |
|--------------|--|
|              | Tetraedro ou pirâmide de base triangular |
|              | Hexaedro ou cubo                         |
|              | Octaedro                                 |
|              | Dodecaedro                               |
|              | Icosaedro                                |
|              | Prisma de base triangular                |
|              | Prisma de base pentagonal                |
|              | Pirâmide de base quadrada                |
|              | Pirâmide de base pentagonal              |
|              | Cone                                     |
|              | Cilindro                                 |

5. Observe o cone e o cilindro. O que diferencia estes sólidos dos demais? Será que podemos dividir os sólidos em dois grupos?

**Professor, espera-se que os alunos percebam que o cone e o cilindro possuem uma parte arredondada. Ao contrário dos outros sólidos que possuem apenas faces poligonais. Assim, podemos dividir os sólidos em dois grupos: poliedros e corpos redondos.**

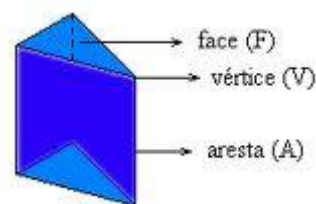
Os **sólidos geométricos** são figuras espaciais, ou seja, ocupam lugar no espaço e possuem três dimensões.

Entre as formas espaciais destacam-se:

- **Poliedros:** Sólidos que possuem apenas faces planas.

Elementos de um poliedro:

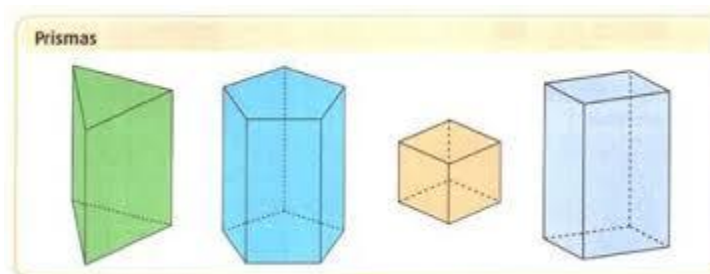
- Face: Região plana que delimita o sólido.
- Aresta: Encontro de duas faces, é um segmento de reta.
- Vértice: É um ponto, o encontro de várias arestas.



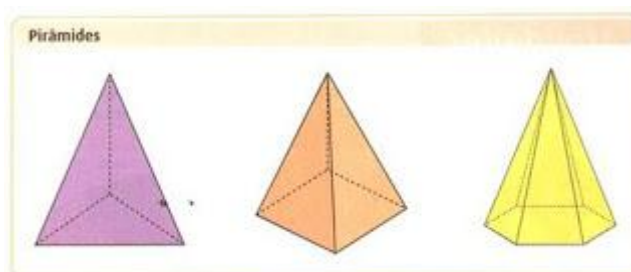
- **Corpos redondos:** Sólidos que possuem pelo menos uma face não plana, ou seja, arredondada.

Os poliedros podem ser divididos em:

I. **Prismas:** São poliedros que possuem duas bases paralelas e faces laterais retangulares.



II. **Pirâmides:** São poliedros que possuem apenas uma base, um vértice principal e faces laterais na forma de triângulos.



6. Você conhece a esfera? Que objetos do dia a dia você pode citar para representá-la? Ela pode ser considerada um corpo redondo?

---

---

**Professor, é comum os alunos associarem a esfera com a bola de futebol. Deixe claro para os seus alunos que a esfera, de fato, é um corpo redondo. Além disso, explique a eles que a esfera é o único sólido que não possui planificação.**

## 7. Jogo da Adivinhação

**Professor, disponha um conjunto de sólidos geométricos em uma mesa no centro da sala de aula. Peça que um aluno escolha secretamente um dos sólidos. O restante da turma deve tentar descobrir a figura selecionada fazendo perguntas que tenham "sim" ou "não" como resposta. Aquele que adivinhar o sólido será o próximo a escolher. Para sofisticar a atividade, não permita que seja utilizado o nome dos corpos geométricos, estimulando a utilização de descrições dos sólidos e do vocabulário específico da área de espaço e forma. Assim, ao invés de perguntar: "É a esfera?", os alunos teriam que indagar: "É um corpo redondo?", "Tem Areta?" "Possui faces planas?". E assim por diante.**

**O objetivo dessa atividade é verificar se os alunos conseguem descrever as características de cada sólido geométrico estudado.**

### Atividade 4:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Introdução a Geometria Espacial
- **Objetivos:** Identificar e relacionar poliedros ou corpos redondos com suas planificações. Reconhecer os Poliedros de Platão.
- **Pré-requisitos:** Conceitos primitivos (ponto, reta e plano) e atividade anterior.
- **Material necessário:** Folha de atividades, régua, lápis, sólidos geométricos montados na atividade anterior.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de no máximo 4 alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
  - H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

O suíço, Leonhard Euler (1707 – 1783) realizou muitas contribuições à matemática. Uma delas foi uma importante relação envolvendo o número de faces (F), arestas (A) e vértices (V).

$$V + F = A + 2$$

Essa igualdade é válida para todo poliedro convexo. Porém, essa relação também é válida para **alguns** poliedros não convexos.

1. Considerando a relação de Euler, determine o número de vértices de um poliedro que possui 6 faces e 12 arestas.



$$V + F = A + 2 \Rightarrow V + 6 = 12 + 2 \Rightarrow V = 14 - 6 \Rightarrow V = 8$$

**(Atividades presentes no Roteiro de Ação 3)**

2. Com os sólidos geométricos construídos em mãos, complete a tabela:

| Nome do Poliedro            | Nome dos polígonos que compõe o poliedro | Quantidade de polígonos que compõe o poliedro |
|-----------------------------|--|---|
| Tetraedro                   | Triângulos                               | 4   |
| Hexaedro ou cubo            |  |   |
| Octaedro                    |  |   |
| Dodecaedro                  |  |   |
| Icosaedro                   |  |   |
| Prisma de base triangular   |  |   |
| Prisma de base pentagonal   |  |   |
| Pirâmide de base quadrada   |  |   |
| Pirâmide de base pentagonal |  |   |

**Professor, verifique se os alunos estão conseguindo completar a tabela anterior de forma correta. Disponibilize os sólidos para o caso de terem dúvidas em algum deles.**

| Nome do Poliedro          | Nome dos polígonos que compõe o poliedro | Quantidade de polígonos que compõe o poliedro |
|---------------------------|--|---|
| Tetraedro                 | Triângulos                               | 4   |
| Hexaedro ou cubo          | Quadrados                                | 6   |
| Octaedro                  | Triângulos                               | 8   |
| Dodecaedro                | Pentágonos                               | 12  |
| Icosaedro                 | Triângulos                               | 20  |
| Prisma de base triangular | Triângulos e retângulos                  | 2 triângulos e 3 retângulos                   |
| Prisma de base pentagonal | Pentágonos e retângulos                  | 2 pentágonos e 5 retângulos                   |
| Pirâmide de base          | Triângulos e quadrado                    | 1 quadrado e 4 triângulos                     |

|  |                             |                        |                            |
|--|-----------------------------|------------------------|----------------------------|
|  | quadrada                    |                        |                            |
|  | Pirâmide de base pentagonal | Pentágono e triângulos | 1 pentágono e 5 triângulos |

3. Analise os cinco primeiros poliedros que aparecem na tabela (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro). Quantos tipos diferentes de polígonos compõe cada um deles? Esses polígonos são regulares?

---



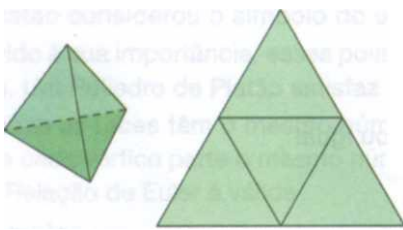
---



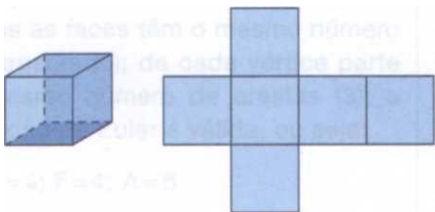
---

Lembre-se que se **poliedros regulares** são aqueles que possuem as faces poligonais regulares e congruentes entre si. Além disso, de cada vértice do poliedro parte o mesmo número de arestas.

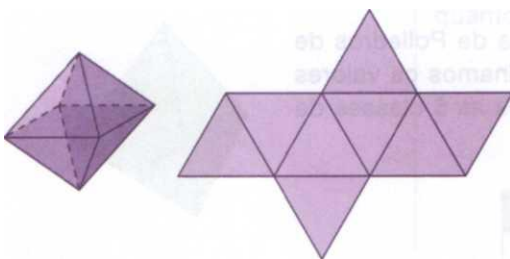
Existem apenas 5 poliedros regulares. São eles: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro, e icosaedro.



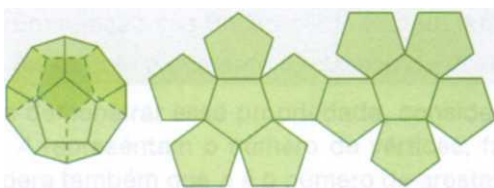
Tetraedro regular: 4 faces triangulares equiláteras e 3 arestas que partem de cada vértice.



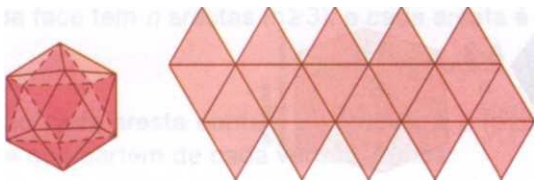
Hexaedro regular ou cubo: 6 faces quadradas e 3 arestas que partem de cada vértice.



Octaedro regular: 8 faces triangulares equiláteras e 4 arestas que partem de cada vértice.



Dodecaedro regular: 12 faces pentagonais regulares e 3 arestas que partem de cada vértice.



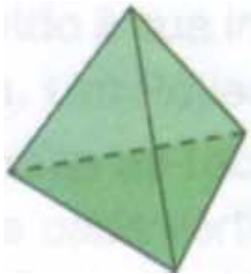
Icosaedro regular: 20 faces triangulares equiláteras e 5 arestas que partem de cada vértice.

**Figuras disponíveis em: Coleção Novo Olhar: Matemática.**

Dizemos que os cinco sólidos acima são **Poliedros de Platão**. Para ser poliedro de Platão tem que satisfazer simultaneamente as seguintes condições:

- todas as faces têm o mesmo número de arestas;
- de cada vértice parte o mesmo número de arestas;
- a relação de Euler é válida.

Observe o poliedro:



O poliedro é de Platão, pois:

- Todas as faces têm o mesmo número de arestas (3);
- De cada vértice parte o mesmo número de arestas (3);
- A relação de Euler é válida, veja:

$$V = 4; F = 4; A = 6$$

$$F + V = A + 2$$

$$4 + 4 = 6 + 2$$

$$8 = 8$$

**Exercícios de Fixação**

(Atividades extraídas do livro **Coleção Novo Olhar: Matemática**).

1. Classifique em verdadeira ou falsa cada afirmação, justificando cada caso.

- O cubo é um Poliedro de Platão.
- As faces de um icosaedro regular são triângulos equiláteros.
- A relação de Euler é válida somente para poliedros convexos.
- Se as faces de um poliedro convexo são polígonos regulares congruentes entre si, então o poliedro é regular.

- Verdadeira, pois o cubo é um hexaedro regular e portanto, um Poliedro de Platão.**
- Verdadeira, pois o icosaedro regular tem como faces 20 triângulos regulares.**
- Falsa, pois a relação de Euler é válida também para poliedros não convexos.**
- Falsa, pois também é necessário que, de cada vértice do poliedro parta o mesmo número de arestas.**

2. Qual é o número de faces de um poliedro convexo que possui 10 vértices e 14 arestas?

$$V + F = A + 2 \Rightarrow 10 + F = 14 + 2 \Rightarrow V = 16 - 10 \Rightarrow V = 8$$

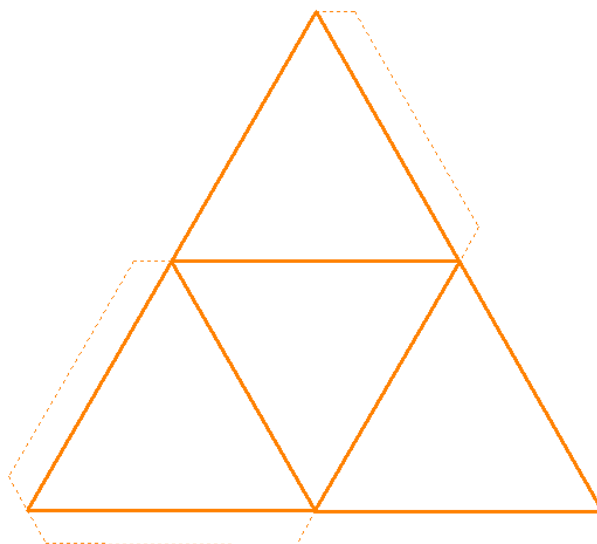
3. Ana afirmou que o cubo é um bloco retangular. Você concorda com ela? Por que?

**Sim. Como todo quadrado é um retângulo, o cubo é um poliedro com 6 faces retangulares.**

4. Desenvolva uma atividade sobre um ou mais tópicos estudados em Geometria Espacial. Troque com um colega e tente resolver a atividade proposta por ele.

(As atividades a seguir foram retiradas do fórum de discussão do Curso de Formação Continuada)

5. Observe a planificação abaixo.

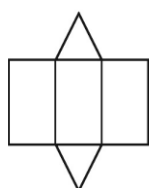


Podemos afirmar que:

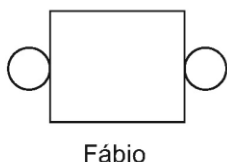
- a) É um poliedro de 4 faces, é um octaedro e é uma pirâmide.
- b) É um poliedro de 4 faces, é um tetraedro e é um prisma.
- c) É um poliedro de 4 faces, é um hexaedro e é bipirâmide.
- d) É um poliedro de 4 faces, é um tetraedro e é uma pirâmide.

A resposta correta é a da opção **d**

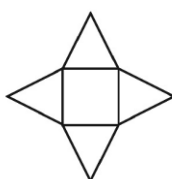
6) Veja abaixo as planificações de alguns sólidos geométricos que os alunos receberam para montar. Quais desses alunos receberam planificações de pirâmides.



Diana



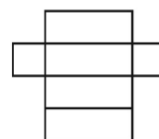
Fábio



Laura



Maria

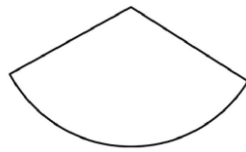


Paulo

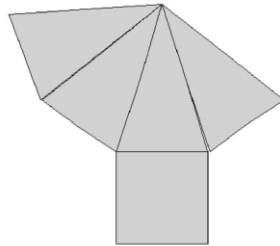


Tânia

7) Rayanna desmanchou o chapéu de Rayssa e encontrou a figura abaixo. Qual era a forma do chapéu de Rayssa?

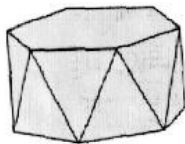


8) Chaiêne recebeu um presente dentro desta embalagem que desmontada ficou com esta aparência.

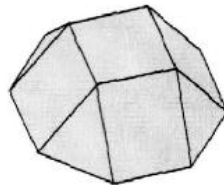


A embalagem era:

A)



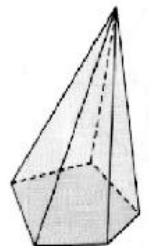
B)



C)

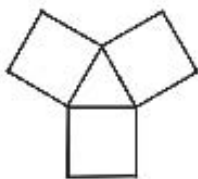


D)

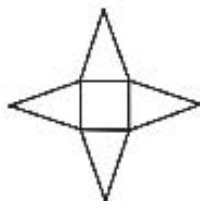


9) João construiu uma pirâmide de base quadrada, com cartolina. Depois, ele recortou sua pirâmide ao longo de algumas arestas e abriu a figura, obtendo assim uma planificação da sua pirâmide. A figura que ele obteve foi :

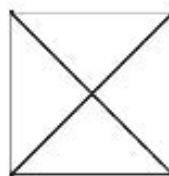
A)



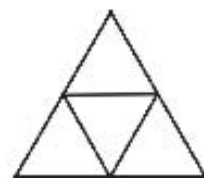
B)



C)



D)



#### Atividade 5:

- **Duração prevista:** 100 minutos
- **Área de conhecimento:** Matemática
- **Assunto:** Introdução a Geometria Espacial
- **Objetivos:** Identificar e relacionar poliedros ou corpos redondos com suas planificações. Reconhecer os Poliedros de Platão.

- **Pré-requisitos:** Sólidos geométricos e suas características.
- **Material necessário:** Folha de atividades, lápis.
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de 4 alunos, de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- **Descritores Associados:**
  - o H07 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

**Professor, segue abaixo uma sugestão de atividades para ser aplicada caso os alunos ainda possuam alguma dificuldade.**

**Em seguida, aplicar o jogo a seguir, pois de forma descontraída os alunos estarão exercitando todo o conteúdo visto ao longo do bimestre. O Jogo a seguir encontra-se disponível em <http://www.mathema.com.br>.**

(Os exercícios a seguir foram retirados de: [professorwaltertadeu.mat.br/GABlistiniopolidros2009.doc](http://professorwaltertadeu.mat.br/GABlistiniopolidros2009.doc))

### Exercícios

1. Determine o número de vértices de um poliedro convexo que tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 face pentagonal e 2 hexagonais.

**O número total de faces do poliedro é  $F = 3 + 1 + 1 + 2 = 7$  faces. Calculando o número de arestas em função das faces, temos:**  $A = \frac{nF}{2} = \frac{(3.3) + (1.4) + (1.5) + (2.6)}{2} = \frac{30}{2} = 15$  arestas .

**Substituindo os valores obtidos anteriormente na relação de Euler, temos:**  $V + F = A + 2 \Rightarrow V = 15 + 2 - 7 \Rightarrow V = 10$  vértices . **Logo, há 10 vértices nesse poliedro.**

2. Num poliedro convexo de 10 arestas, o número de faces é igual ao número de vértices. Quantas faces têm esse poliedro?

**Dados:**

**$A = 10$**

**$F = V$**

**$F = ?$**

**Utilizando a Relação de Euler:**

**$V + F = A + 2$**

**$F + F = 10 + 2$**

**$2F = 12$**

**$F = 6$**

**Logo, o poliedro possui 6 faces.**

3. Num poliedro convexo o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces desse poliedro.

|  |   |
|--|---|
| <p><b>Dados:</b></p> <p><math>A = V + 6</math></p> <p><math>F = ?</math></p> | <p><b>Utilizando a Relação de Euler:</b></p> <p><math>V + F = A + 2</math></p> <p><math>V + F = (V + 6) + 2</math></p> <p><math>F = 8</math></p> <p><b>Logo, o poliedro possui 8 faces.</b></p> |
|--|---|

4. Um poliedro convexo apresenta faces quadrangulares e triangulares. Calcule o número de faces desse poliedro, sabendo que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares e o número de faces quadrangulares é igual a 5.

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Dados:</b></p> <p><math>n^{\circ}</math> de faces quadrangulares = 5</p> <p><math>n^{\circ}</math> de faces triangulares = <math>x</math></p> <p><math>A = 4x</math></p> | <p><b>Utilizando a Relação de Euler:</b></p> <p><math>A = \frac{nF}{2} = \frac{(5 \cdot 4) + (3x)}{2} = \frac{20 + 3x}{2}</math></p> <p><math>4x = \frac{20 + 3x}{2}</math></p> <p><math>8x = 20 + 3x</math></p> <p><math>5x = 20</math></p> <p><math>x = 4</math></p> <p><b>Assim, o poliedro possui 4 faces triangulares. Então, concluímos que o poliedro possui 9 faces.</b></p> |
|--|--|

5. Numa molécula tridimensional de carbono, os átomos ocupam os vértices de um poliedro convexo de 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais regulares, como em uma bola de futebol. Qual é o número de átomos de carbono na molécula? E o número de ligações entre esses átomos?

**O número total de faces do poliedro é  $F = 12 + 20 = 32$  faces. Calculando o número de arestas em função das faces, temos:  $A = \frac{nF}{2} = \frac{(5 \cdot 12) + (6 \cdot 20)}{2} = \frac{180}{2} = 90$ . O  $n^{\circ}$  de vértices é dado por  $V + F = A + 2 \Rightarrow V = 90 + 2 - 32 \Rightarrow V = 60$ . Logo, há 60 átomos ligados entre si por 90 arestas (ligações).**

## Jogo dos Poliedros

### Objetivos:

- Identificar propriedades e representações de sólidos geométricos.
- Desenvolver a percepção espacial.
- Identificar um sólido geométrico como uma figura espacial e classificar os sólidos em poliedros e corpos redondos.

**Material:** Baralho com 52 cartas, disponível em:

[http://www.mathema.com.br/e\\_medio/jogos/poliedros/poliedro\\_cartas.pdf](http://www.mathema.com.br/e_medio/jogos/poliedros/poliedro_cartas.pdf) - consultar as cartas no site.

**Regras:**

- O objetivo deste jogo é formar famílias de 4 cartas. Cada família é formada pelo nome do sólido geométrico, figura do sólido, a planificação do sólido e uma carta das propriedades. Ao todo existem 10 famílias.
- Embaralham-se as cartas e coloca-se o baralho virado para baixo.
- um dos jogadores tira uma das cartas do baralho e coloca-a em cima da mesa com a face virada para cima.
- Seguidamente o outro jogador procede do mesmo modo.
- Se a carta que sai a um dos jogadores pertence à família de uma das cartas já viradas, deve colocá-la sobre ela.
- Se um dos jogadores colocar uma carta na família errada perde a vez de jogar e essa carta é colocada no fim do baralho.
- Se a carta que sai a uma dos jogadores se referir a um não poliedro perde uma vez de jogar.
- Se a carta que sai disser OBJETO o seu adversário deverá dizer um nome de um sólido e ele, em 20 segundos, tem de dizer um nome de um objeto com essa forma.
- **Se a carta que lhe sair for uma carta das propriedades "em branco", ele poderá utilizar essa carta em qualquer altura do jogo para formar uma família. Contudo, para a utilizar deverá dizer algumas propriedades do sólido que o distingua de todos os outros poliedros.**
- O jogo termina quando todas as famílias estiverem formadas.

**Pontuação:**

- Sempre que um dos jogadores coloque uma das cartas em cima de outra ganha um ponto.
- Se um dos jogadores completa uma das famílias ganha 4 pontos.
- Se o jogador não conseguir dizer o nome do objeto em 20 segundos perde 2 pontos.
- Ganha o jogo quem tiver maior pontuação.



## AVALIAÇÃO

Após as atividades 1 e 2 pode-se propor uma atividade avaliativa em dupla. Onde espera-se que o aluno seja capaz de perceber a aplicação da geometria espacial na vida. Além disso, eles devem ser capazes de relacionar objetos reais com as formas dos sólidos estudados ao longo do bimestre. E, também, deve ser capaz de utilizar os postulados em diferentes enunciados. A questão dos bancos de três ou quatro pés que balançam ou não (após o **P6**), também pode ser pontuada, visto que nesta atividade o aluno deve relacionar o postulado para efetuar a prova.

As atividades 3 e 4 também podem ser pontuadas, pois nestas atividades os alunos estão construindo conhecimentos sobre os diferentes sólidos geométricos. Através da manipulação desses sólidos, os alunos percebem as características presentes em cada um destes objetos.

O item 4 da atividade 4 também pode ser pontuado, pois os alunos ao criarem suas questões estão colocando em prática todos os conhecimentos abordados em sala de aula. Deve-se verificar ao longo da elaboração das questões, se os alunos estão fazendo de forma correta e coerente.

Após a atividade 5, aplicar uma avaliação escrita e individual (100 minutos) para investigar a capacidade dos alunos de resolverem questões envolvendo os diferentes tópicos da Geometria Espacial ao longo do bimestre.

## Fontes de pesquisa

Roteiros de Ação – Sistemas Lineares – Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio. 1º Bimestre/2013. - <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br> - acessado em 07/02/2013.

Forum temático 1 do Curso de aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 2º ano do Ensino Médio. 4º Bimestre/2012. - <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br> - acessado em 12/02/2013.

<http://www.mathema.com.br> - acessado em 27/02/2013

<http://www.amila.ba/projects/platos-collection> - acessado em 27/02/2013

<http://estudarmaisquem.blogspot.com.br/2013/01/solidos-geometricos-platao-mat-5-ano.html> - acessado em 03/03/2013.

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Dado#Formas\\_mais\\_comuns](http://pt.wikipedia.org/wiki/Dado#Formas_mais_comuns) - acessado em 03/03/2013

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar\\_Niemeyer](http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar_Niemeyer) - acessado em 03/03/2013

<http://ensinodematematica.blogspot.com.br/2012/10/planificacao-de-poliedros.html> - acessado em 30/03/2013

[professorwalmartadeu.mat.br/GABlistiniciopoliedros2009.doc](http://professorwalmartadeu.mat.br/GABlistiniciopoliedros2009.doc) - acessado em 26/03/2013

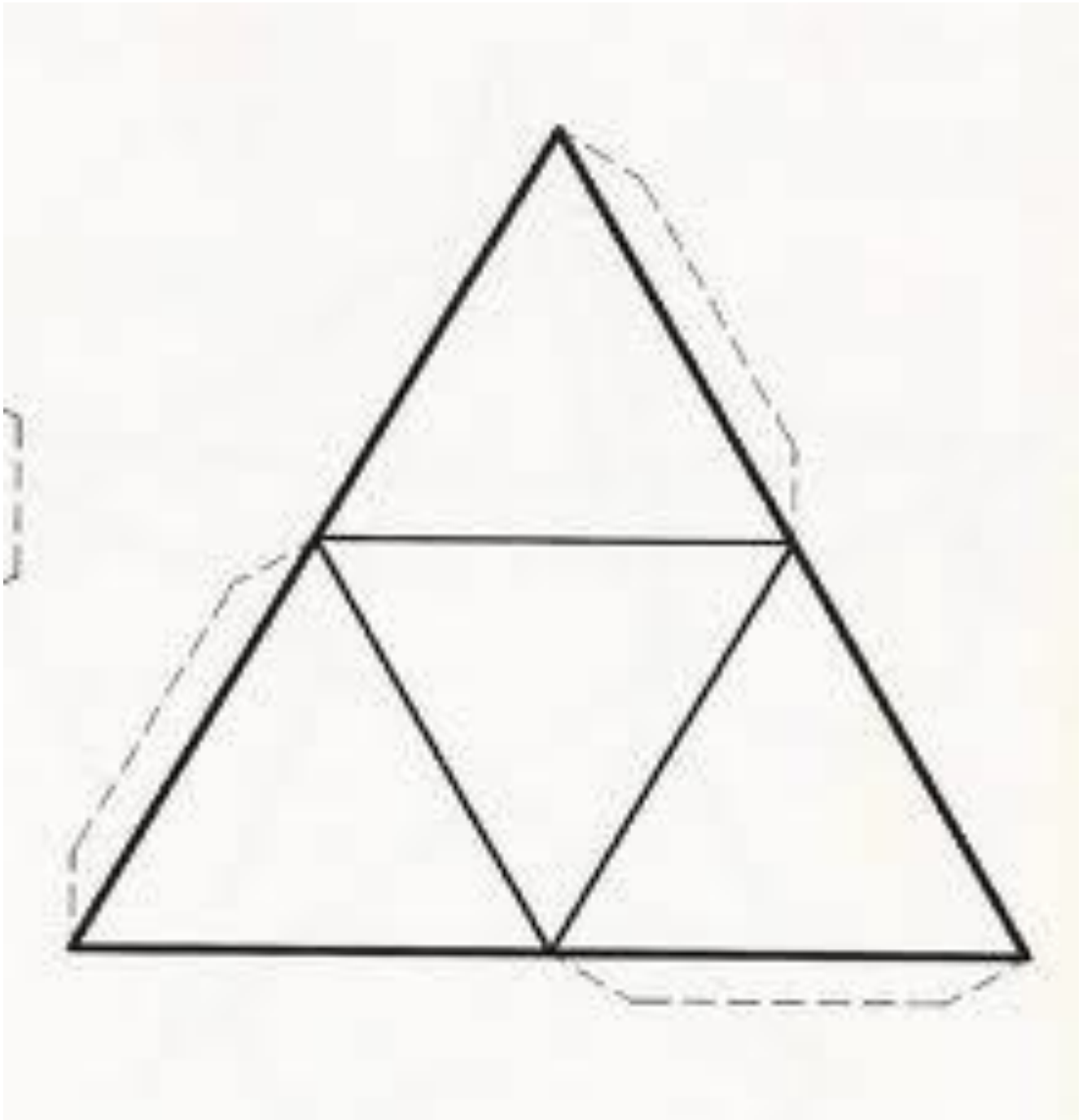
SOUZA, Joamir Roberto de. Coleção Novo olhar: Matemática. 1ª edição. São Paulo. FTD, 2010. (Coleção Novo olhar, vol. 2).

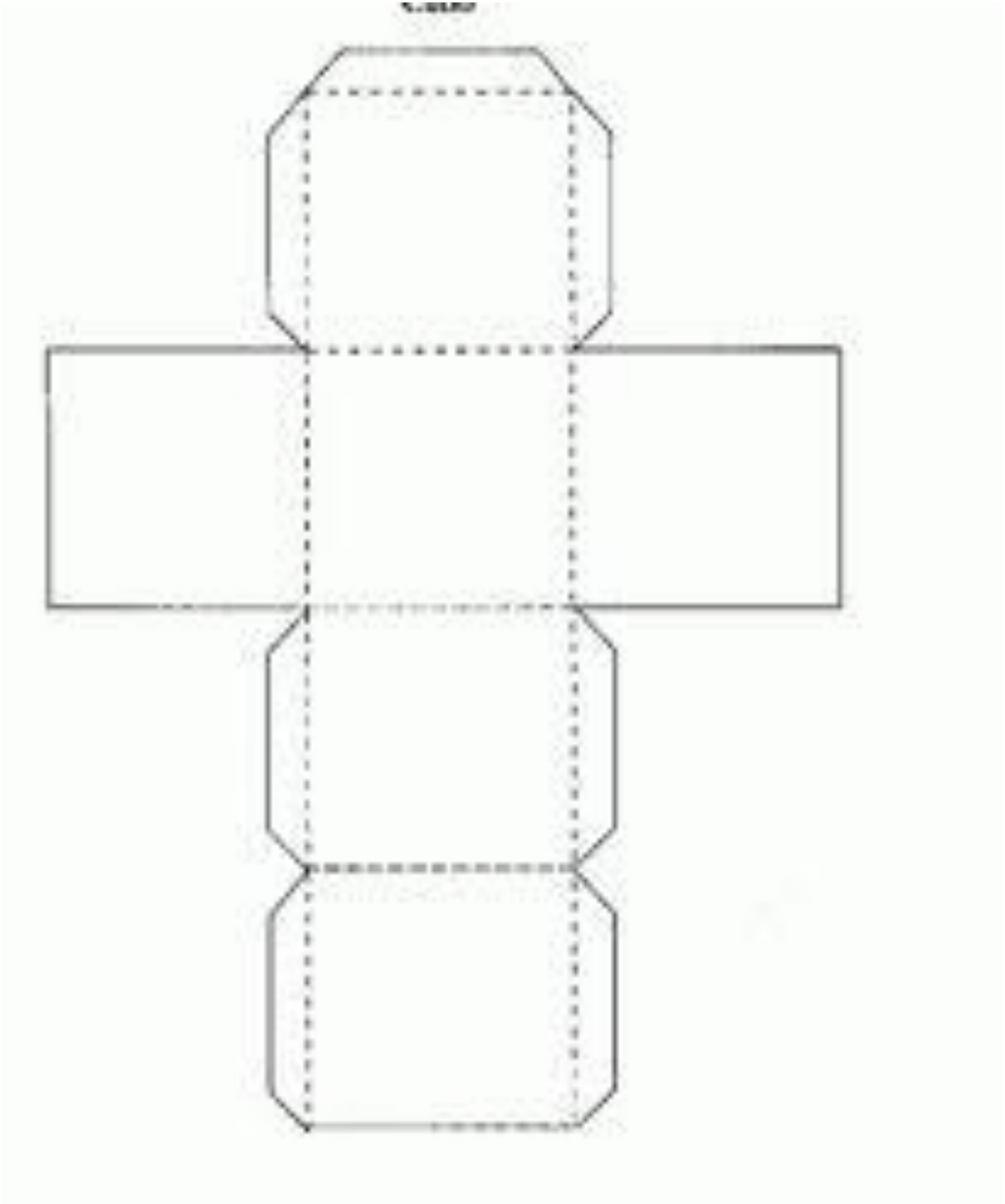
IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. PÉRIGO Roberto. ALMEIDA, Nilze de. Matemática Ciência e Aplicações. 6ª edição. São Paulo. Editora Saraiva, 2010. Volume 2.

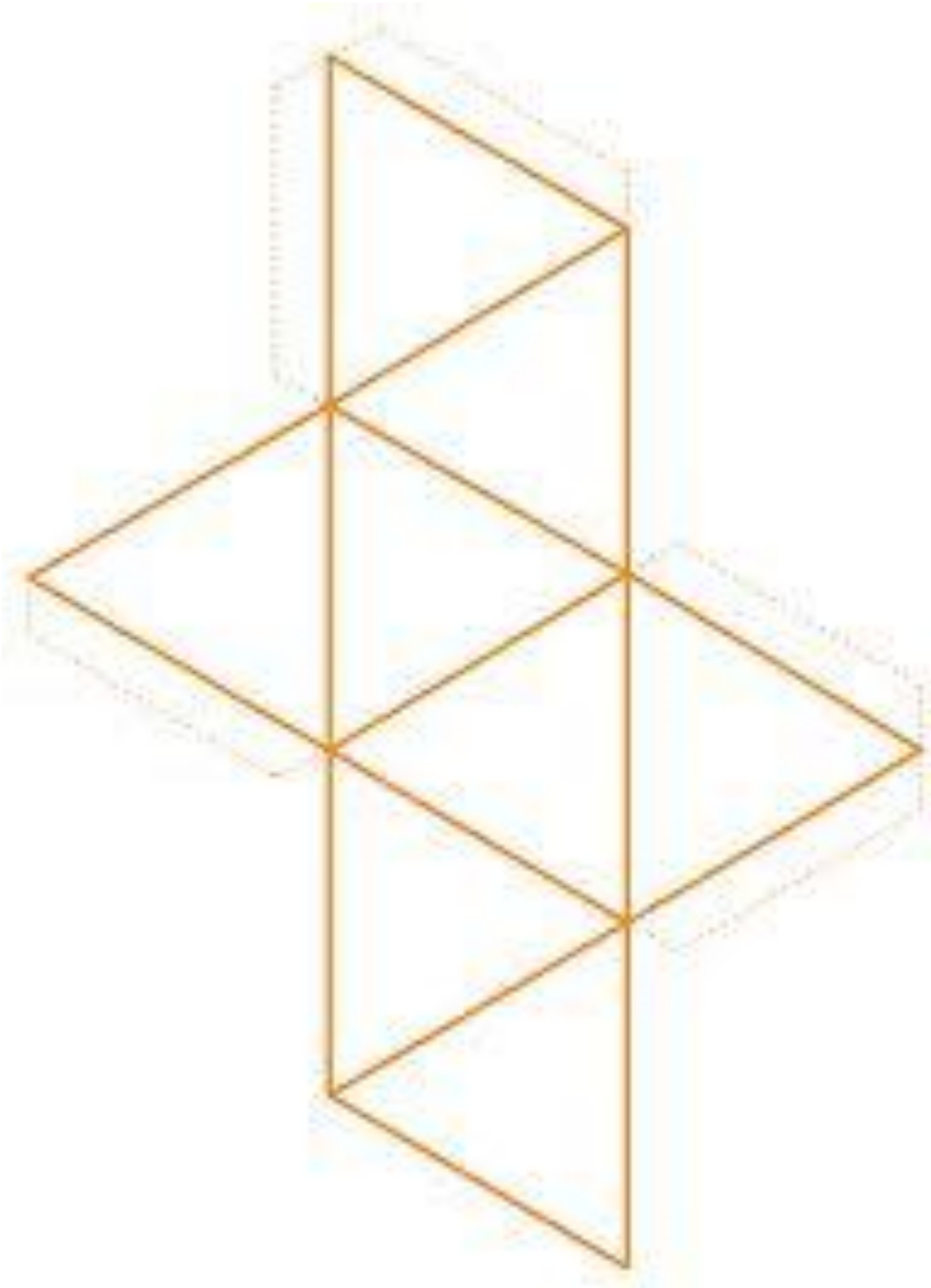
DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. Volume Único. Editora Ática. 3ª edição. São Paulo, 2010.

# Anexos

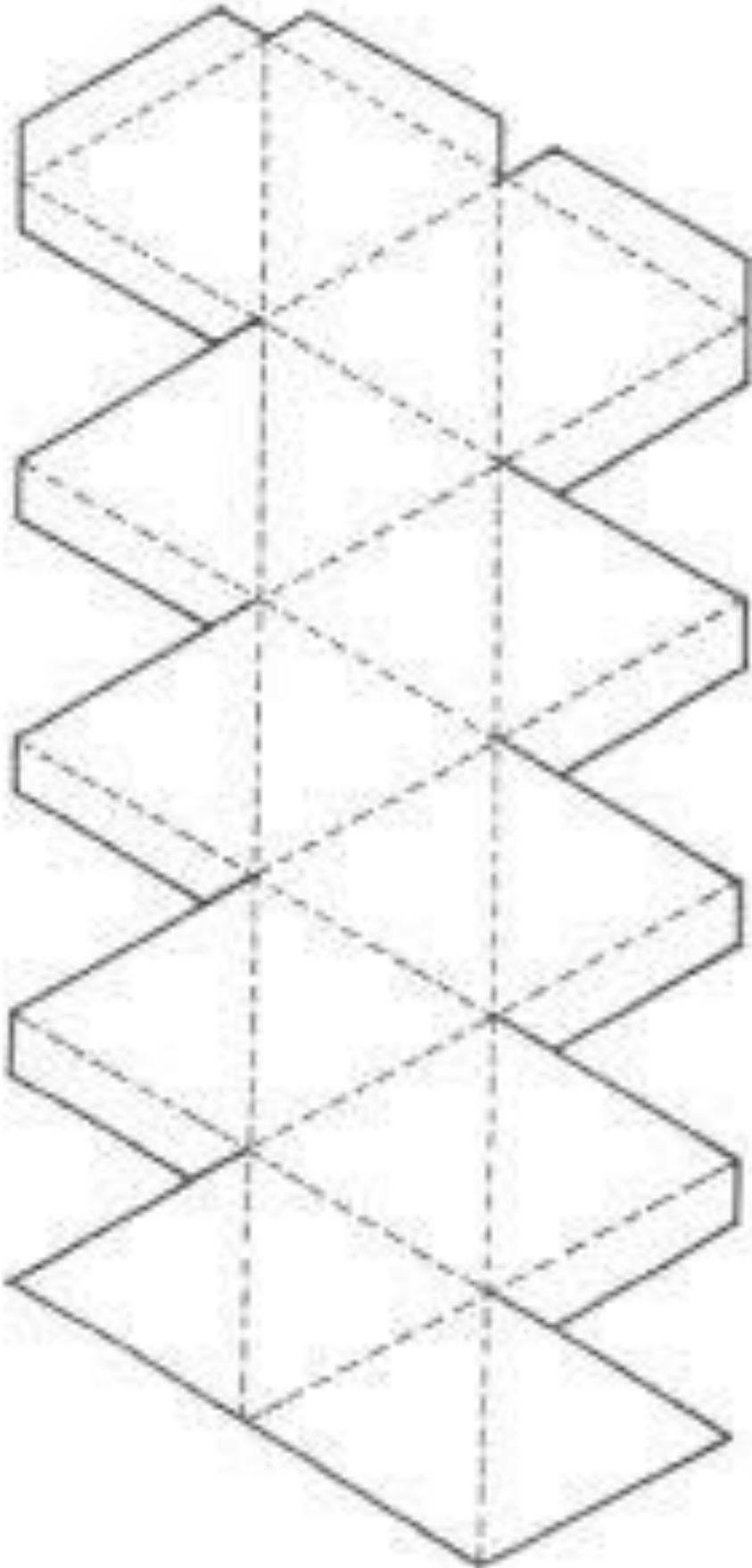
Anexo I

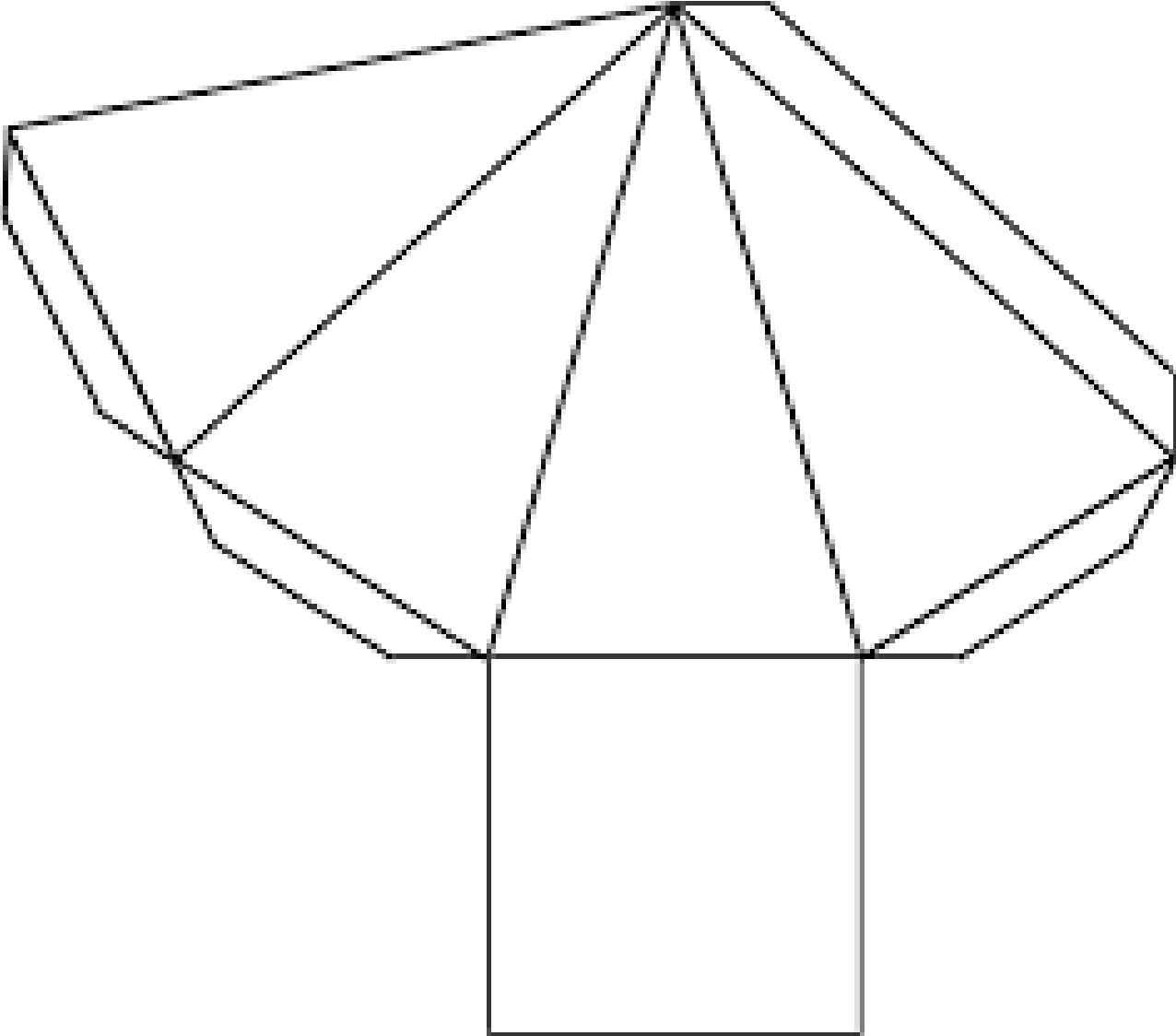




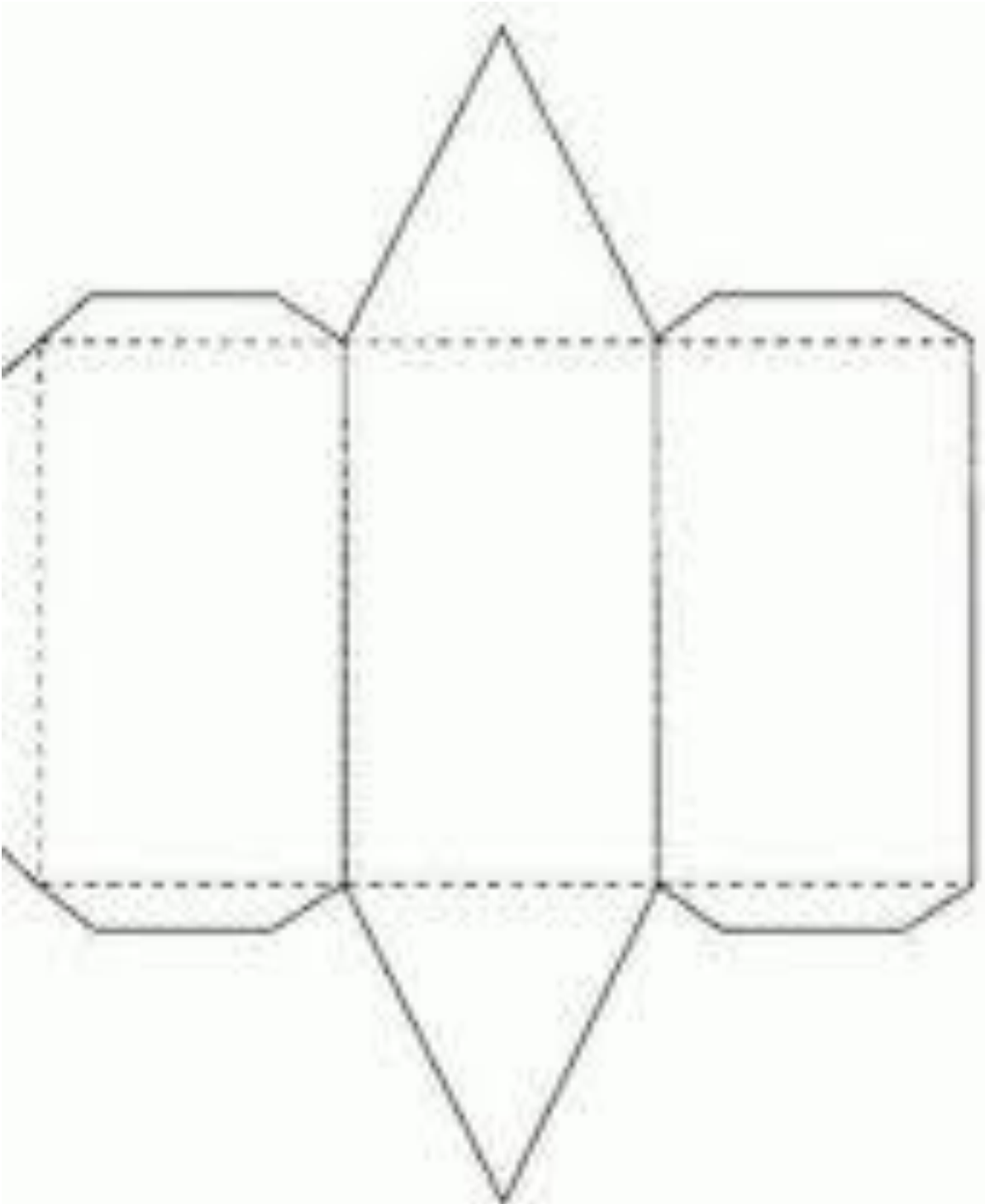












Anexo VIII

