

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

Matemática 3º Ano - 4º Bimestre / 2014

Plano de Trabalho

**Geometria Analítica – Equação Geral e
Reduzida da Circunferência**



Tarefa 2

Cursista: Thiago Thompson Pereira

Tutora: Danúbia de Araújo Machado

Introdução

A Geometria Analítica tem entre suas características a realização de conexões entre a Geometria e a Álgebra, pois, por exemplo, permite representar por meio de uma equação uma figura bidimensional ou tridimensional. O plano de trabalho foi pensado e elaborado acerca dessas características. Este trabalho tem por objetivo aprofundar o conceito de equação reduzida e geral da circunferência, conhecidos o centro e o raio.

A partir de situações que serão apresentadas, o conceito de equação da circunferência será construído pelos alunos. As atividades propostas proporcionam que as fórmulas sejam deduzidas, tornando o ensino da Matemática mais significativo.

O plano de trabalho está dividido em duas etapas. A primeira, que é o roteiro de trabalho 4 proposto pelo curso de extensão do Projeto Seeduc, tem por objetivo levar o aluno a deduzir a equação geral da circunferência. A segunda tem por objetivo determinar a equação de uma circunferência conhecidos o centro e o raio e, além disso, verificar se um ponto é pertencente, interno ou externo a circunferência. Cada etapa terá a duração de dois tempos de aula. E, por fim, a avaliação que também terá dois tempos de aula.

Atividade 1

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Analítica

Objetivo: Deduzir a equação da circunferência

Pré-requisitos: Marcação de pontos no plano cartesiano, distância entre dois pontos, sistemas de equações do 1º grau.

Material necessário: Folha de atividades, régua, lápis de cor ou caneta hidrográfica.

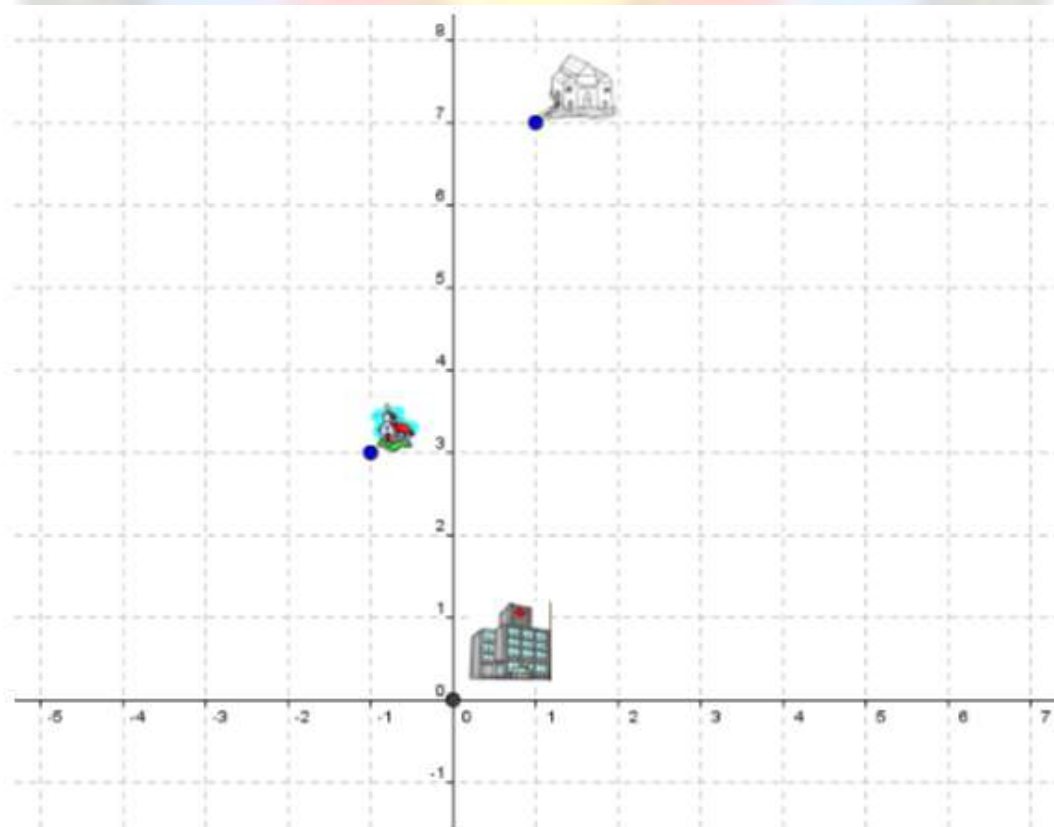
Organização da classe: Turma disposta em trios

Descritor associado: H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações. H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Metodologia Adotada:

Através de um problema real, o aluno receberá uma folha de atividades com uma figura na qual estará representado um sistema de coordenadas cartesianas com três pontos representados e a orientação será encontrar um ponto que seja equidistante aos pontos dados. O objetivo dessa atividade é levar o aluno a deduzir a equação da circunferência com centro e raio definidos.

Em uma determinada cidade do interior, o hospital, a igreja e a praça principal localizam-se de tal maneira que suas respectivas representações são apresentadas no plano cartesiano como mostra a figura a seguir.



A Igreja encontra-se na coordenada $(-1,3)$, a escola na coordenada $(1,7)$ e o hospital em $(0,0)$. O prefeito quer instalar um telefone público em um ponto cuja distância seja a mesma até a igreja, a escola e o hospital. Para que isso aconteça, quais devem ser as coordenadas do ponto onde será instalado o telefone público? Qual será a distância do telefone até a igreja, até a escola e até o hospital?

Vamos resolver esse problema juntos?

Perceba que desejamos encontrar um ponto que tenha a mesma distância a três outros pontos dados.

- 1) Você tem algum palpite para a posição onde o telefone deva ser instalado? Converse com seus colegas e dê sua opinião.

- 2) Como não sabemos exatamente onde o telefone será instalado, ou seja, sua coordenada, considere que ele ficará no ponto (x_0, y_0) . Com a simbologia para distância entre dois pontos e usando igualdades, escreva a distância entre o telefone e a igreja, o telefone e a escola e o telefone e o hospital.

- 3) Utilizando o que você aprendeu no último bimestre, desenvolva algebricamente as igualdades acima e chegue até a solução do problema.

- 4) Agora que você já sabe onde deverá ficar o telefone, preencha a tabela abaixo:

	Telefone/Escola	Telefone/Igreja	Telefone/Hospital
Distância			

- 5) As distâncias encontradas são iguais? Verifique com seus colegas.

- 6) De que forma esse problema relaciona-se com o conceito de circunferência?

7) Como podemos reescrever a distância $d(P,O) = r$?

8) Vamos ver se você entendeu esses aspectos sobre a equação da circunferência, preenchendo a seguinte tabela:

Centro	Raio	Equação
$O = (2, 3)$	4	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$O = (-1, 4)$	3	$\underline{\hspace{2cm}} = 9$
$O = (-2, -3)$	5	$\underline{\hspace{2cm}}$
		$(x-4)^2 + (y+5)^2 = 64$
		$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 7$

9) E como será a equação reduzida da circunferência do problema do telefone? E a geral?

10) Imagine agora que no problema que resolvemos anteriormente, as coordenadas do hospital, da escola e da igreja sejam respectivamente $(-7,7)$, $(0,0)$ e $(1,7)$. Sabemos que o ponto a ser encontrado deve ser o centro da circunferência que contém os pontos acima. Resolva novamente o problema, encontrando o ponto onde deve ser instalado o telefone público e encontre também a equação (reduzida e geral) da circunferência que contém os pontos $(-7,7)$, $(0,0)$ e $(1,7)$.

Atividade 2

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Geometria Analítica

Objetivo: Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e geral, conhecidos centro e raio.

Pré-requisitos: Marcação de pontos no plano cartesiano e distância entre dois pontos.

Material necessário: Folha de atividades.

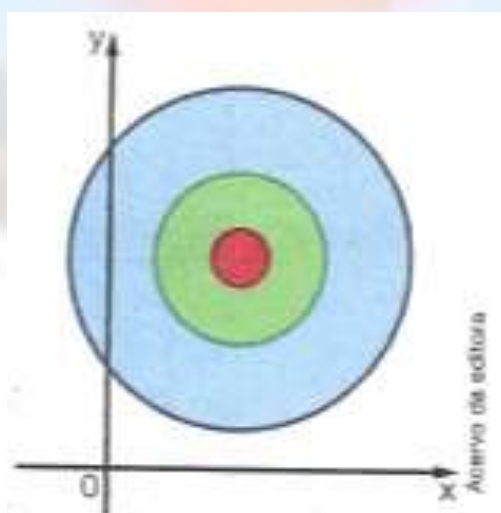
Organização da classe: Turma disposta em trios

Descritor associado: H09 - Reconhecer o círculo ou a circunferência, seus elementos e algumas de suas relações. H16 - Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Metodologia Adotada:

Através de uma atividade que utiliza o jogo de dardos para contextualizar o assunto equação da circunferência, o aluno é orientado a determinar as equações que representam as circunferências desenhadas na figura, conhecendo centro e raio. Além disso, o aluno deverá verificar se um ponto é pertencente, interno ou externo a circunferência.

No plano cartesiano abaixo, está representado um alvo de dardo composto por três circunferências concêntricas de centro $C(5,8)$ e raios 1,3 e 6. Ao lançar um dardo, o competidor receber 50 pontos se acertar na região em vermelho, 30 pontos se acertar na região em verde e 10 pontos se acertar na região em azul. Caso o competidor acerte uma das circunferências que limita as regiões, a pontuação recebida corresponderá à da região de maior valor limitada pela circunferência acertada. Caso não acerto o alvo, o competidor não receberá pontuação.



- a) Escreva a equação correspondente a cada circunferência que compõe o alvo no plano cartesiano.

b) Determine a pontuação recebida por um competidor ao acertar um dardo no ponto de coordenadas:

- (5,6)

- (8,8)

- $(\frac{1}{2}, 7)$

c) No lançamento de quatro dardos, um competidor acertou os pontos A(0,11), B(5,5), C(3,7) e D(4,2). Qual foi a pontuação total obtida por esse competidor?

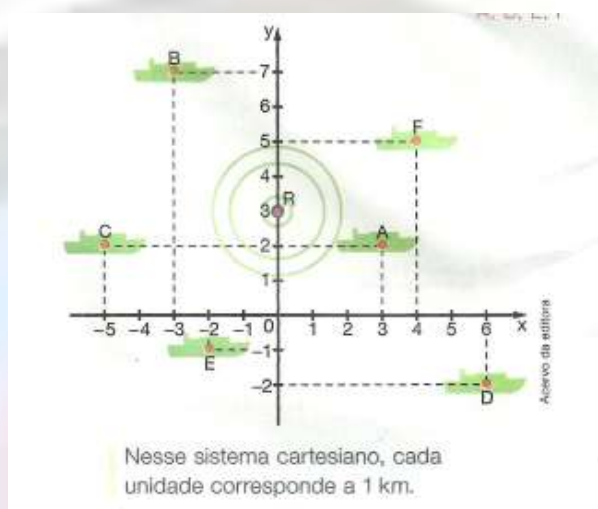
d) No lançamento de três dardos, um competidor obteve 90 pontos. Quais as coordenadas dos três pontos que ele acertou no alvo?

Avaliação da Aprendizagem

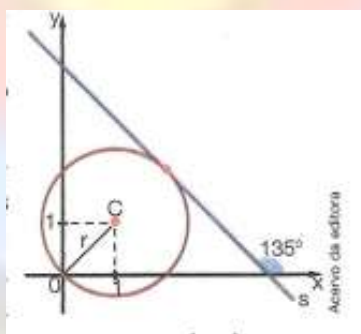
Avaliação se dará através de um conjunto de questões que envolvem o estudo da equação de uma circunferência.

Nesta avaliação, todas as questões estão relacionadas com a seguinte habilidade e competência do currículo mínimo: **determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos centro e raio.**

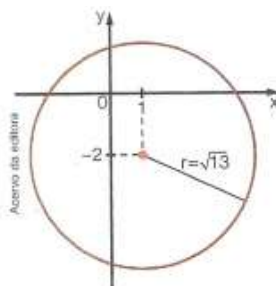
- 1) O esquema representa a posição de um radar R e dos navios A, B, C, D, E e F. Sabendo que o radar detecta a presença de qualquer navio num raio de 5 Km, quais dos navios são detectados por esse radar?



- 2) Observe a imagem e julgue cada afirmação verdadeira (V) ou falsa (F). Em seguida, reescreva as afirmações que você julgou falsas de maneira a torna-las verdadeiras.



- a) () O raio r da circunferência mede $\sqrt{2}$.
b) () O ponto $P(3,1)$ pertence a circunferência.
c) () O ponto de interseção da circunferência com a reta tem coordenadas $(2,2)$.
d) () A equação geral da circunferência é $x^2 + 2x + y^2 + 2y = 0$.
- 3) Qual é a equação geral que representa a circunferência abaixo.



Referências Bibliográficas

SOUZA, Joamir. **Novo Olhar- 3º Ano** .2ª ed. São Paulo: FTD, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Contexto e Aplicações- 3º Ano**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2014.

IEZZI, Gelson. **Matemática Ciência e Aplicações- 3º Ano**. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.