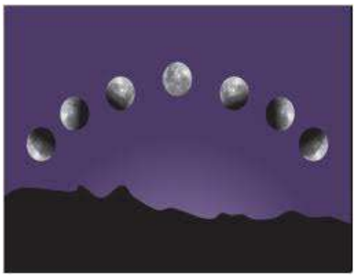
FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA

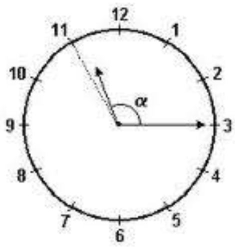
FUNDAÇÃO CECIERJ/ CONSÓRCIO CEDERJ

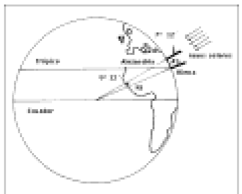
Matemática 1ª série - Ensino Médio - 3º Bimestre/ 2012

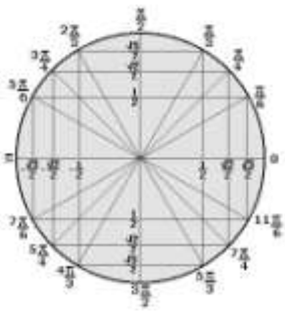
Plano de Trabalho

Trigonometria na Circunferência









Tarefa 2

Cursista: Carla de Menezes Silva Alves

Tutora: Anália Maria Ferreira Freitas

INTRODUÇÃO

O estudo de Matemática quando associado a situações reais permite ao aluno encontrar significado ao que é estudado. Sendo assim, o plano de trabalho apresentado a seguir, busca levar o aluno a construir o seu conhecimento acerca do estudo de Trigonometria na Circunferência, através da resolução de situações problemas que sejam significativos e relacionados a fatos reais.

Vale ressaltar também a importância da História da Matemática, que permite ao aluno o acesso a informações que relacionem o assunto abordado atualmente a situações passadas, bem como o acesso a curiosidades a respeito das aplicações da Trigonometria na Circunferência. Será sugerido ao aluno a visita à página: http://anamixa.tripod.com/id9.html

Os alunos, em sua maioria, apresentam grande dificuldade no estudo da Matemática, principalmente em relação à interpretação de enunciados de questões e na resolução dos exercícios propostos por falta de pré-requisitos e, diante de tais dificuldades, os mesmos acabam ficando desmotivados e desinteressados. Sendo assim, acredito que trabalhar a Matemática de modo dinâmico, onde o aluno participa da construção do conhecimento pode tornar o estudo mais significativo e eficaz.

Trabalhar a Trigonometria na Circunferência nos permite a identificação de fenômenos que se repetem com freqüência em nosso cotidiano. Podemos, inclusive, a partir de observações de fenômenos periódicos circulares, levar o aluno a realizar determinadas previsões, como por exemplo, fazer a previsão de datas, dia da semana em que determinada data cairá. Ou seja, a partir da observação de regularidades e repetições periódicas é possível realizar previsões a cerca de acontecimentos futuros.

O roteiro de trabalho aqui proposto requer um tempo mínimo, para a sua execução de dez aulas de cinqüenta minutos cada, onde serão usados dois tempos (100 minutos) para a apresentação e análise do poema: "Pôr do Sol Trigonométrico" e os seis tempos restantes serão utilizados para a apresentação de definições, identificação de regularidades na circunferência, resolução dos problemas propostos e avaliação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

DESENVOLVIMENTO

1. Apresentação do slide com o poema: "Pôr do Sol trigonométrico"

http://www.slideshare.net/carlameneal/pr-do-sol-trigonomtrico

Objetivos: A partir da apresentação do referido poema o aluno poderá observar a relação existente entre as Artes e a Matemática, já que ambas resultam da invenção da mente humana inspiradas por situações observadas no mundo real. Além disso, o aluno, a partir da interpretação e análise do poema será capaz de identificar fenômenos periódicos presentes não apenas no poema, mas também no cotidiano de cada um. Então, a introdução ao estudo da Trigonometria na Circunferência a partir da apresentação do poema propõe a relação significativa entre a Matemática abordada em sala de aula à situações reais vivenciadas pelos alunos.

Tempo de duração: 4 h/a (200 minutos)

Recursos educacionais utilizados: uso do data-show para a apresentação do slide contendo o poema "Pôr do Sol Trigonométrico"

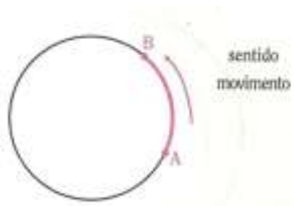
Organização da turma: individual

Metodologia adotada: Após a apresentação dos slides os alunos poderão fazer comentários sobre os aspectos que mais apreciaram e sobre o que conseguiram entender do poema. Os alunos poderão, inclusive responder aos questionamentos apresentados e identificar fenômenos periódicos citados no poema bem como dar outros exemplos de fenômenos periódicos observados na vida real. Após essa apresentação serão abordados assuntos referentes ao estudo de Trigonometria na Circunferência tais como os descritos abaixo:

Conceitos Básicos

- Arco de circunferência

  Consideremos um móvel descrevendo a trajetória circular indicada na figura abaixo:



Suponhamos que o móvel parta do ponto A e chegue até o ponto B percorrendo a circunferência no sentido anti-horário.

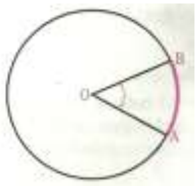
Observemos que os pontos A e B dividem a circunferência em duas partes. Cada uma dessas partes é denominada arco de circunferência. Os pontos A e B são chamados extremidades dos arcos.

assim temos: arco $\widehat{AB}$ arco $\widehat{BA}$

Então, arco de circunferência é cada uma das partes em que uma circunferência fica dividida por dois de seus pontos.

- Ângulo central

Consideremos uma circunferência de centro O e os pontos A e B pertencentes a ela:



Unindo os pontos A e B ao centro da circunferência, determinamos o ângulo central AÔB.

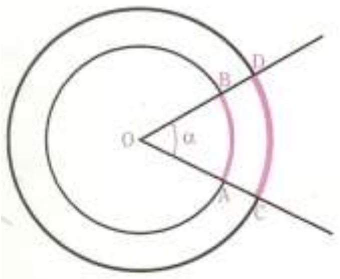
Utilizando as mesmas medidas para um arco unitário (arco de medida igual a 1) e seu correspondente ângulo central, dizemos que as medidas do arco e do ângulo central que o determina são iguais.

Na figura, temos:

- O arco $\widehat{AB}$ subtende o ângulo central AÔB.
- med (AÔB) = med ($\widehat{AB}$)

Observe que a medida de um arco não representa a medida do comprimento desse arco.

Exemplo:



Os arcos $\widehat{AB}$ e $\widehat{CD}$ possuem a mesma medida α, porém não tem o mesmo comprimento.

Observe também que cada arco determina um ângulo e cada ângulo determina um arco.

Por isso, as unidades utilizadas para medir arcos são as mesmas usadas para medir ângulos.

- Unidades para medir arcos

Para medir arcos e ângulos, utilizaremos o grau e o radiano.

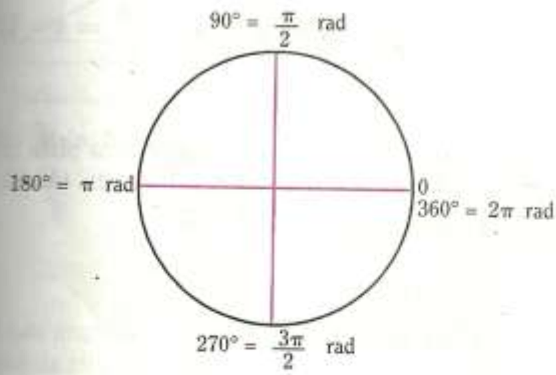
Grau: Um grau é definido como a medida do ângulo central subtendido por um arco igual a $\frac{1}{360}$ da circunferência que contém o arco. Assim, podemos dizer que uma circunferência (ou arco de uma volta) mede 360º.

Os submúltiplos do grau são o minuto e o segundo:

Radiano: O radiano (símbolo: rad) é definido como a medida de um ângulo central subtendido por um arco igual ao raio da circunferência que contém o arco.
Obs.: Sabemos, em Geometria, que a medida C do comprimento da circunferência é dada por: $C = 2\pi r$.
Como a medida de uma circunferência é dada por $2\pi r$ e r = 1 rad, podemos dizer que uma circunferência (ou arco de uma volta) mede 2π rad.

Relação entre as unidades: Podemos estabelecer entre as unidades as seguintes relações:

Sistema	Unidade fundamental	Amplitudes				
Sexagesimal	grau	0	90°	180°	270°	360°
Circular	radiano	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π



2. Apresentação da 1ª atividade:

Habilidade relacionada: H21 (C1): Converter em graus a medida de um arco dado em radianos, a qual não exceda duas voltas na circunferência unitária.

Tempo de duração: 2h/a (100 minutos)

Recursos educacionais utilizados: Lousa

Organização da turma: Grupos de 2 alunos

Objetivos: Estimular o raciocínio através da resolução da questão proposta, bom como realizar a conversão de unidades de medidas de arcos.

i) Expressar $\frac{\pi}{4}$ rad em graus:

Solução: 180º ----- π rad

x ------ $\frac{\pi}{4}$ rad $\Rightarrow$ x = 45º

ii) Expressar $\frac{11\pi}{18}$ rad em graus:

Solução: 180º ----- π rad

x ------- $\frac{11\pi}{18}$ rad $\Rightarrow$ x = 110º

3. Apresentação da 2ª atividade:

Habilidades relacionadas: H21 (C2): Converter em radianos a medida de um arco dado em graus, a qual não exceda duas voltas na circunferência unitária.

Tempo de duração: 4h/a (200 minutos)

Recursos educacionais utilizados: Lousa

Organização da turma: Grupos de 2 alunos

Objetivos: Estimular o raciocínio através da resolução da questão proposta, bem como realizar a conversão de unidades de medidas de arcos.

i) Expressar 300º em rad:

Solução: 180° -------- π rad

300° ------ x rad $\quad\Rightarrow\quad x = \dfrac{5\pi}{3}$ rad

ii) Expressar 22°30' em rad:

Solução: Vamos transformar 22°30' em minutos:

22°30' = 22 . 60' + 30' = 1 320' + 30' = 1 350'

Vamos transformar 180° em minutos:

180° = 180 . 60' = 10 800'

Estabelecemos, então, a seguinte regra de três:

10 800' ---------- π rad

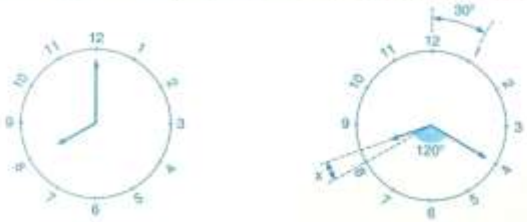
1 350' ---------- x $\quad\Rightarrow\quad x = \dfrac{\pi}{8}$ rad

iii) Determine, em graus e rad, a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 8h 20 min.

Solução:

Vamos considerar:

- $\alpha \rightarrow$ medida do ângulo pedido
- $x \rightarrow$ medida do ângulo descrito pelo ponteiro das horas em 20 min, a partir das 8 h



O mostrador do relógio é dividido em 12 partes iguais. Por isso, o arco compreendido entre dois números consecutivos mede $\frac{360°}{12} = 30°$.

Assim, $\alpha = x + 120°$.

Como a cada 60 minutos de tempo o ponteiro das horas percorre 30°, temos:

tempo	ângulo descrito
60 min	30°
20 min	x

Daí, obtemos:

$$\frac{60}{20} = \frac{30°}{x} \Rightarrow 3 = \frac{30°}{x} \Rightarrow x = 10°$$

$$\alpha = x + 120° \Rightarrow \alpha = 10° + 120° \Rightarrow \alpha = 130°$$

Em radianos:

$$\left.\begin{array}{l} 180° \text{ ——— } \pi \text{ rad} \\ 130° \text{ ——— } x \end{array}\right\} x = \frac{130° \cdot \pi}{180°} = \frac{13\pi}{18} \text{ rad}$$

Após a aplicação das atividades descritas acima serão propostos exercícios de fixação em folha impressa com o objetivo de fixar a aprendizagem e auxiliar no processo de avaliação.

AVALIAÇÃO

A avaliação da aprendizagem se dará através da participação dos alunos na resolução das atividades propostas, bem como através de atividades a serem resolvidas em folha impressa, em atividades avaliativas (testes) e em questões do SAERJINHO. As atividades propostas permitem a verificação das competências relacionadas ao estudo de Trigonometria na Circunferência. E, ao final do processo, a verificação da aprendizagem ocorrerá através da avaliação bimestral, que juntamente com o desempenho demonstrado na resolução das questões do SAERJINHO será um indicativo de que competências e habilidades foram adquiridas pelo aluno. As atividades avaliativas serão pontuadas da seguinte forma:

- resolução de exercícios em aula (dupla): 1,0
- Atividade avaliativa (teste individual): 1,0
- SAERJINHO : 2,0
- Avaliação sistemática (individual): 6,0
- Total no bimestre: 10,0

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ROTEIROS DE AÇÃO e TEXTOS – Trigonometria na Circunferência – Curso de Formação Continuada oferecido por SEEDUC/CECIERJ referente ao 1o ano do Ensino Médio – 3o bimestre/2012. Disponíveis em: http://projetoseeduc.cecierj.edu.br. Acesso em 12 de setembro de 2012.

BONJORNO, José Roberto e **GIOVANNI,** José Ruy. Matemática Completa, 1ª série, Ensino Médio, São Paulo, FTD, 2005