Reforço escolar · Matemática ·

Será que sou irracional?

Dinâmica 2

1ª Série | 1º Bimestre

Professor

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	1ª do Ensino Médio	Numérico Aritmético	Conjuntos

DINÂMICA	SERÁ QUE SOU IRRACIONAL?
HABILIDADE BÁSICA	H44 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
HABILIDADES PRINCIPAL	H103 – Resolver problemas com números reais, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
CURRÍCULO MÍNIMO	Reconhecer e diferenciar os conjuntos numéricos.

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Professor, nesta dinâmica, você irá desenvolver as seguintes etapas com seus alunos:

ETAPAS		**ATIVIDADE**	**TEMPO**	**ORGANIZAÇÃO**	**REGISTRO**
1	Compartilhando ideias	De grão em grão	20 min	Duplas/trios de alunos	Individual
2	Um novo olhar	Que raiz é essa?	20 min	Duplas/trios de alunos	Individual
3	Fique por dentro	Meu Irracional	35 min	Em grupos, com correção coletiva.	Individual
4	Quiz	Quiz	10 min	Individual	Individual
5	Análise das respostas ao Quiz	Análise das respostas ao Quiz	15 min	Coletiva	Individual
FLEX	Para Saber +	Esta é uma seção de aprofundamento, para depois da dinâmica. O aluno pode realizar, quando desejar, mas o professor precisa ler antes da aula.			

Professor

Apresentação

Caro professor:

Esta dinâmica busca o reconhecimento dos conjuntos numéricos e em particular possibilita que o aluno diferencie números racionais dos irracionais. As atividades foram desenvolvidas com o objetivo de propiciar a compreensão de tais conjuntos, interligando a multiplicação/fatoração ao mecanismo de extração da raiz quadrada, para que por meio destes elementos o aluno possa incorporar os conceitos envolvidos. Esperamos poder contribuir com a superação do obstáculo relativo à concepção de que apenas as raízes quadradas de números primos são irracionais, e oferecer uma formação mais consistente acerca destes números.

Bom trabalho!

Primeira etapa
Compartilhar ideias

Atividade • De grão em grão...

Objetivo

Construção de uma tabela de dupla entrada, com as tabuadas de multiplicação até 10.

Descrição da atividade

Professor, nesta dinâmica optamos por realizar uma revisão de tabuada. Sabemos, por observação e pela prática pedagógica, que esta é uma necessidade dos alunos.

O aluno preencherá uma tabela que poderá ser utilizada em todas as atividades que envolvam multiplicações, até que possa libertar-se dela pela autonomia adquirida no decorrer do processo. O importante é que ele perceba o quanto o conhecimento da tabuada irá facilitar seu desempenho em outras atividades de Matemática.

Veja, a seguir, a proposta da atividade.

Caro aluno, no seu encarte se encontra uma tabela que deve ser recortada e preenchida. Você poderá utilizá-la durante toda esta dinâmica até que adquira certa autonomia.

Na tabela abaixo, preencha as células. Para isto, você deve realizar a multiplicação do número da coluna e da linha correspondente a cada uma delas. Por exemplo, na linha do número 5 e coluna do 6 preenchemos 5 x 6 = 30.

Agora é com você. Preencha toda a tabela e ao final terá uma tabuada que te auxiliará nas atividades posteriores, bem como na memorização de algumas multiplicações.

Mãos à obra!!!

×	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*2*	*3*	*'4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
2	*0*	*2*	*4*	*6*	*8*	*10*	*12*	*14*	*16*	*18*	*20*
3	*0*	*3*	*6*	*9*	*12*	*15*	*18*	*21*	*24*	*27*	*30*
4	*0*	*4*	*8*	*12*	*16*	*20*	*24*	*28*	*32*	*36*	*40*
5	*0*	*5*	*10*	*15*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*
6	*0*	*6*	*12*	*18*	*24*	30	*36*	*42*	*48*	*54*	*60*
7	*0*	*7*	*14*	*21*	*28*	*35*	*42*	*49*	*56*	*63*	*70*
8	*0*	*8*	*16*	*24*	*32*	*40*	*48*	*56*	*64*	*72*	*80*
9	*0*	*9*	*18*	*27*	*36*	*45*	*54*	*63*	*72*	*81*	*90*
10	*0*	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*	*90*	*100*

Recursos necessários

Encarte do aluno; Tesoura.

Procedimentos Operacionais

- *A discussão sobre o preenchimento deverá ser realizada em duplas/trios e o registro será individual. Lembre-se que a sua intervenção pode ser coletiva se sentir alguma necessidade.*
- *Professor, indique ao estudante como preencher o quadriculado. Trata-se de ir dando "passos" constantes. Além disso, ele vai explorar o fato de que as colunas repetem as linhas.*
- *O aluno deverá obedecer aos seguintes critérios:*
- *Preencher a 1ª linha e a 1ª coluna com zeros.*
- *Passar à 2ª linha partindo do 0 e somando de 1 em 1 até chegar ao 10. Copiar essa linha como 2ª coluna.*
- *Completar a 3ª linha, somando de 2 em 2, até chegar ao 20 e completar a 3ª coluna que é igual à 3ª linha.*
- *Passar à 4ª linha somando de 3 em 3, até chegar ao 30 e completar a 4ª coluna.*
- *Prosseguir, sempre somando a cada passo o número que está no início da linha e completando a coluna igual à linha.*

Intervenção Pedagógica

- *Alguns alunos encontram dificuldades para adicionar números pequenos, mas você pode lembrá-los que é possível contar com a ajuda dos dedos, até que ele desenvolva os processos de cálculo mental. É importante ressaltar que muitos estudantes se envergonham de usar tais recursos, mas não têm substituto para eles. Vale a pena dizer que ele terá oportunidade de ir fixando certos procedimentos matemáticos e descobrir outros processos mais eficientes de cálculo mental.*
- *Professor, ajude os seus alunos a verificarem seus cálculos e faça perguntas acerca do que eles percebem de regularidade.*
- *Mostre aos alunos que cada número que ele escreveu está no cruzamento de uma linha com uma coluna. Por exemplo: $7 \times 8 = 56$*

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	[illegible]	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	[illegible]	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	[illegible]	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- *Você pode observar, ainda, que os números da diagonal principal, aquela que começa no vértice superior esquerdo, são os quadrados dos números inteiros de 0 a 10.*
- *Cabe lembrar que é comum que os estudantes tenham dificuldade com os cálculos que envolvam o zero. A confusão parece ter sua origem na introdução do zero e do 1 como elementos neutros, respectivamente da adição e multiplicação. É comum surgirem perguntas como: 5 × 0 é igual a 0 ou a 5? E quando aprende que qualquer número não nulo elevado à potência 0 é 1, a confusão costuma aumentar: 5 × 0 é 0, 5 ou 1? Daí, a introdução do zero nesta tabela.*

Segunda etapa
Um novo olhar

20 MINUTOS

Atividade • Que raiz é essa?

Objetivo

Reconhecer raízes quadradas como sendo números racionais ou irracionais.

Descrição da Atividade

Nesta atividade trabalharemos o conceito histórico da raiz quadrada, para tanto utilizaremos a tabela construída na primeira etapa. Espera-se que o aluno possa realizar fatorações, e ao calcular a raiz quadrada deste número seja capaz de identificar números racionais e irracionais. Esta etapa busca dar concretude a operação de multiplicação por meio da relação com a área de quadrados.

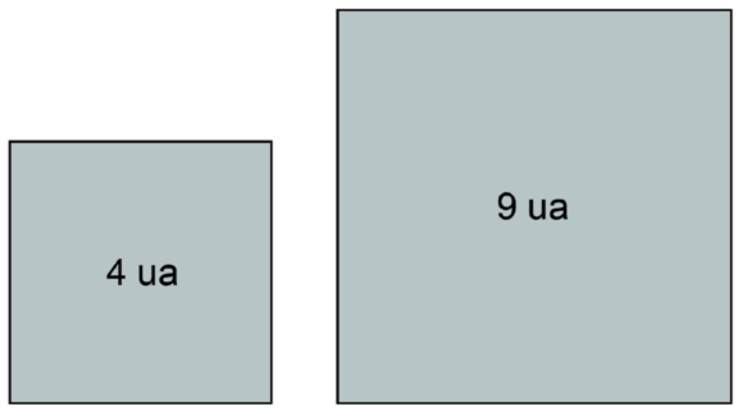
De acordo com esta concepção os alunos irão trabalhar com a relação direta entre o retângulo, sua área e a relação algébrica.

Professor, veja nossa proposta para o aluno:

Você sabe o que é Raiz Quadrada?

Historicamente, a Raiz Quadrada de um número representa o valor do lado de um quadrado, quando conhecemos sua área. Considere, como exemplo, os quadrados a seguir e saiba que dentro dele há um número que indica sua área. Não esqueçam de que os lados do quadrado são iguais.

1. Na condição anterior, qual o valor do lado de cada um dos quadrados? O que isto significa? Utilize a tabela construída na etapa 1, procure os números 4 e 9 e identifique os números que os darão como produto.

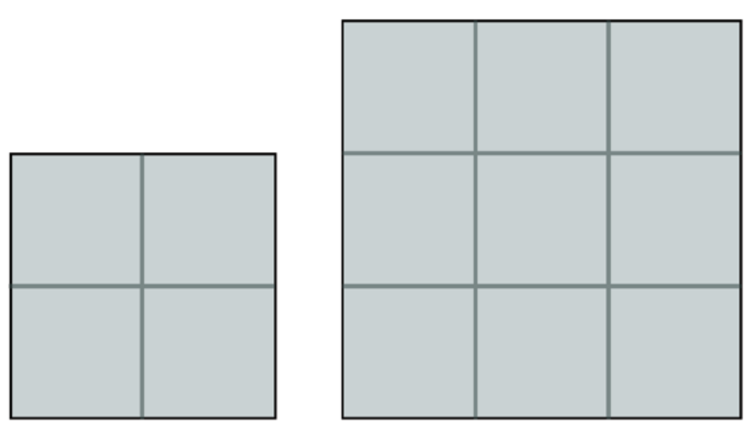


Professor

Resposta

Na tabela da primeira etapa, os alunos encontrarão os seguintes resultados: o lado do primeiro quadrado será 2 e do segundo 3.

Com o valor da área do quadrado, espera-se que possam relacioná-los ao lado, da seguinte forma:



De modo geral, o aluno pode observar que:

4	= 2 x 2	2^2
9	= 3 x 3	3^2
⋮	⋮	⋮
A	$= \ell \times \ell$	ℓ^2

Onde A é a área do quadrado e ℓ o valor de seu lado.

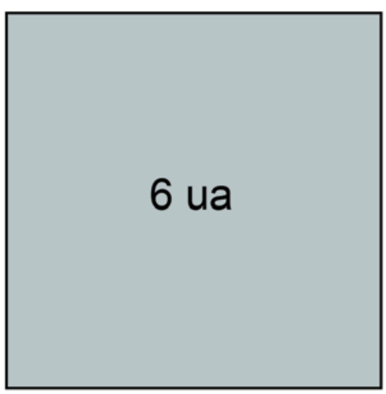
2. Utilizando a tabela construída na etapa 1, procure os números que representam quadrados e pinte-os, ou seja, aqueles onde sua raiz quadrada é um número inteiro e, portanto, racional.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3. Utilizando os dados do quadriculado, realize a decomposição dos números solicitados abaixo. A seguir verifique os que possuem Raiz Quadrada inteira, ou não.

NÚMERO	DECOMPOSIÇÃO EM PRODUTO	RAIZ QUADRADA	POSSUI RAIZ INTEIRA?	LADO DO QUADRADO
0	0	0	Sim	*0*
1	*1 x 1*	1	*Sim*	*1*
4	2 x 2 ou 4 x 1	2	Sim	2
5	*1 x 5*	$\sqrt{5}$	*Não*	$\sqrt{5}$
6	2 x 3 ou 6 x 1	$\sqrt{6}$	Não	$\sqrt{6}$
27	*3 x 9*	$3\sqrt{3}$	Não	$3\sqrt{3}$
36	*6 x 6 ou 4 x 9*	6	*Sim*	*6*
80	*8 x 10*	$\sqrt{80}$	*Não*	$\sqrt{80}$

4. Você saberia explicar o que é a raiz quadrada de 6? Qual é o valor do lado deste quadrado? Podemos medir este valor com uma régua?



Resposta

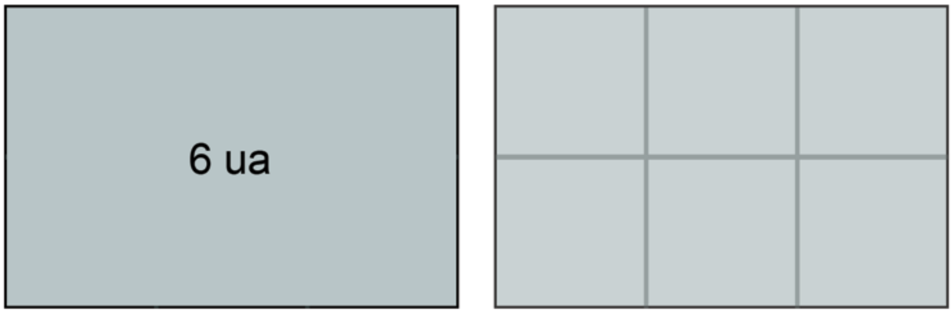
Se A = 6, então o lado será $\sqrt{6}$ *.*

Não, ele não é mensurável através da ferramenta. Isto é uma característica de um número irracional.

5. É possível encontrar outra figura que tenha esta área?

Resposta

Sim, é possível. Veja a seguir:



Note que além de o aluno poder verificar que 6 = $\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 2 \times 3 = 6 \times 1$*. Verifique que apenas* $\sqrt{6} \times \sqrt{6}$ *é um quadrado e que não temos raiz quadrada em retângulos.*

• • • • •

Recursos Necessários: Quadriculado da 1ª etapa preenchido, lápis de cor.

Procedimentos Operacionais: A atividade poderá ser realizada com grupos de 2 ou 3 alunos.

Intervenção Pedagógica

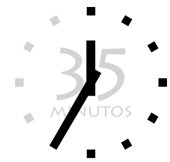
- *A proposta desta atividade pressupõe algumas intervenções importantes, são elas:*
- *Cuide para que os alunos não efetuem apenas o cálculo algébrico da área;*
- *Esteja preparado para responder sobre os lados do quadrado e as questões relacionadas aos critérios de suficiência de medida, ou seja, do uso de aproximações numéricas;*
- *Professor, no item 3, esteja atento às diversas decomposições que podem surgir e verifique que aparecem as raízes quadradas dos números primos. Quando o aluno verifica se há raiz quadrada inteira do número dado na tabela, ele está, implicitamente, averiguando se esta raiz é racional ou irracional. Lembre-se que o conjunto dos números irracionais possui mais elementos que os geralmente evidenciados nos livros didáticos, mas saliente que as raízes quadradas de números primos são alguns deles;*
- *Aproveite para discutir acerca das propriedades algébricas do produto de raízes quadradas;*
- *Professor, você pode solicitar que os alunos verifiquem se outros números da tabela, construída na primeira etapa, pertencem aos conjuntos dos números racionais e irracionais;*

- *A construção de quadrados com lados irracionais oferece certa dificuldade geométrica, que é a construção dos próprios números irracionais através de régua em compasso, mas isto já é outra história!!!*

• • • • •

Terceira Etapa

Fique por dentro!



Atividade • Meu Irracional

Objetivo

Criar um número irracional a partir do dia e mês de nascimento do aluno e identificar elementos do conjunto dos números irracionais.

Descrição da Atividade

Nesta atividade, pretende-se identificar alguns números irracionais e racionais, de forma que possamos formalizar o conceito de cada um deles. Ao final, será realizada uma apresentação em diagrama dos conjuntos e será solicitado que os alunos insiram alguns números em cada espaço. Neste diagrama, evidenciaremos os dois conjuntos como disjuntos e pretendemos estabelecer algumas propriedades que garantem a inserção de elementos em cada um deles.

Professor, veja a proposta a seguir:

Os números irracionais são aqueles que não podem ser escritos através de uma divisão de números inteiros. Daí segue que, os irracionais não possuem uma representação decimal finita e não são uma dízima periódica. Mas o que isto significa?

Vejamos alguns casos:

0,1 = 1/10, logo é uma fração e, portanto, um racional;

1,25 = 125/100, logo é uma fração e, portanto, um racional;

0,33333 ... = 1/3, logo é uma fração e, portanto, um racional;

5, 41897356 ... ??? Não podemos afirmar que ele é um racional, pois não sabemos se ele possui um padrão numérico que se repete. Tão pouco podemos afirmar que ele é um irracional e que este padrão não exista.

5,12**5**12**55**12**555**12**5555**12 ... Se considerarmos que o padrão de construção do número obedeça à lei geral, que é a inserção de mais um algarismo 5 após a colocação de cada número 12, podemos afirmar que esta dízima não é periódica e que, portanto, este número é um irracional.

E agora? Que tal criar o seu irracional. Para tanto, utilize o dia e o mês de seu aniversário. Veja o exemplo abaixo:

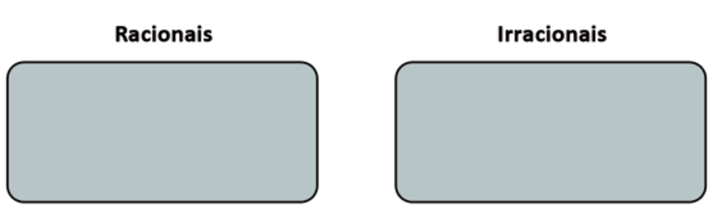
Professor

Considere que Lucas faça aniversário no dia 12/03. Assim o seu irracional, chamado de Irracional de Lucas, será dado por:

12,3**12**33**12**333**12**3333**12**33333 ...

Agora faça o seu!

Bem, partindo do que construímos nas etapas anteriores, é possível perceber que os conjuntos dos números racionais ou irracionais não possuem elemento comum. Chamamos estes conjuntos de disjuntos e podemos representá-los em diagrama da seguinte forma:



Agora você deve preencher os números a seguir, de acordo com sua classificação (racional, irracional) em cada diagrama. Ao final você deverá descrever algumas propriedades que garantem que certo número é Racional ou Irracional.

2	0,26	-5	0,222	1/4	4,5555...	$\sqrt{7}$	$\sqrt{16}$
$\sqrt{9x4}$	84	$\sqrt{2x3}$	12	$\sqrt{12}$	$-5\sqrt{4}$	1/3	12/77
2,655655565555...	3,686868 ...		3,686686668 ...		$2\sqrt{2}$	-0,4444	

Racionais

2 0,26 - 5

0,222 1/4 4,5555 ...

$5\sqrt{4}$ $\sqrt{9x4}$ 12

$\sqrt{16}$ 84 1/3

$-5\sqrt{4}$ 12/77

3,686868 ...

0,4444

Irracionais

$\sqrt{7}$ $2\sqrt{2}$ $\sqrt{12}$

$\sqrt{2x3}$

2,65565556555 ...

3,686686668 ...

Recursos Necessários: Diagrama dos conjuntos e encarte do aluno.

Procedimentos Operacionais

A atividade poderá ser realizada com grupos de 2 ou 3 alunos.

Intervenção Pedagógica

Na execução da atividade, devemos estar atentos a algumas questões. São elas:

- *Perceba que existem muitas formas de se construir esta não peridiocidade dos números Irracionais, portanto, escolha outras formas e acabe por induzir aos alunos do quão grande é este conjunto;*
- *Perceba que 0,26 é um decimal finito e sua representação fracionária é dada por 26/100 e 4,555555... é um racional descrito por uma dízima infinita e representado pela fração 41/9;*
- *Ajude os alunos a entenderem o significado das reticências (...), informe que elas representam a continuidade infinita do período que antecede este símbolo. Tome cuidado para que os alunos não formalizem apenas a concepção de "para sempre";*

- *Espera-se que o aluno seja capaz de diferenciar número racional e irracional de forma que ele perceba que a negação de um representa o outro. Claro que dentro do ambiente e espaços de conhecimento numérico deles.*
- *Na seleção de números de cada conjunto, racional ou irracional há, em alguns casos, a necessidade de simplificações e de fatoração. Fique, atento às dificuldades que possam aparecer.*

Quarta Etapa
Quiz

10 MINUTOS

Questão

O quadrado de um número positivo é igual a esse número acrescido de seis unidades.

Esse número é

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 6

(*Questão 22 da Avaliação diagnóstica – C1001 – 1º bimestre – SAERJINHO – 1ª série do Ensino Médio – abril – 2011*)

Quinta Etapa
Análise das Respostas ao Quiz

15 MINUTOS

Resposta

A resposta correta é a alternativa (c).

• • • • •

Professor, será interessante saber dos próprios estudantes quais os raciocínios que os levaram a fazer suas escolhas.

Aparentemente, essa questão foi colocada para aferir se o estudante conhece o que seja o quadrado de um número e por meio de experimentações chegar ao resultado do problema.

Um caminho seria o seguinte:

a. $1^2 = 1$ que é diferente de $1 + 6 = 7$

b. $2^2 = 4$ que é diferente de $2 + 6 = 8$

c. $3^2 = 9$ que é igual a $3 + 6$.

A verificação pode parar aqui e **a resposta certa é, portanto, (c) 3**.

Pode-se continuar para ter certeza de que o teste está bem feito e de que esta é a única resposta correta:

d. $4^2 = 16$ que é diferente de $4 + 6 = 10$

e. $6^2 = 36$ que é diferente de $6 + 6 = 12$.

De posse da Tabela construída na Etapa I (***De grão em grão ...***), o estudante pode observar os números da diagonal e examinar qual deles é 6 unidades maior do que o 1º número na linha ou coluna a que ele pertence. Sendo suficiente examinar os quadrados dos números citados nas alternativas:

×		1	2	3	4		6
1		1					
2			4				
3				9			
4					16		
6							36

Distratores: As demais opções só podem ter sido escolhidas por acaso ou por falta de compreensão da linguagem matemática.

Etapa Flex

Para saber +

A representação de números decimais finitos ou infinitos na forma de fração, quando possível, costuma ser algo bem complicado para todos. A seguir apresentamos algumas considerações que podem auxiliá-lo na aprendizagem deste conteúdo.

Toda fração pode ser escrita por um número decimal, ou seja, um número que tem uma parte inteira e uma parte decimal, separados por uma vírgula.

A fração 127/100 pode ser escrita na forma mais simples, como:

$$\frac{127}{100} = 1,27$$

Neste caso, 1 representa a parte inteira e 27 representa a parte decimal. Isto subentende que a fração 127/100 pode ser decomposta na seguinte forma:

$$\frac{127}{100} = \frac{100+127}{100} = \frac{100}{100} + \frac{27}{100} = 1 + 0,27 = 1,27$$

Perceba a forma fracionaria desses números racionais. Por exemplo: o 0,26 representa 26/100, mas como ficará o 3,222?

Verifique que $\frac{3222}{1000} = \frac{3000+222}{1000} = \frac{3000}{1000} + \frac{222}{1000} = 3 + 0,222 = 3,222$.

Mas será que podemos tomar a mesma ideia para 2, 222...?

Uma forma decimal infinita e periódica apresenta, na sua parte fracionária, após um número finito de termos, um bloco de algarismos, não totalmente nulos, (chamado período) com a propriedade que, a partir dele, a sequência de dígitos é constituída exclusivamente pela repetição sucessiva deste bloco.

Um decimal periódico é também denominado “dízima periódica”.

Vejamos o caso de 3,2222...

Vamos chamar de x este número, logo, temos; x = 3,2222...

Se x = 3,222... = 3 + 0,222...

Seja y a parte decimal, logo, y = 0,222 ...

Segue que 10y = 2,222... = 2 + 0,222 ... , mas y = 0,222...

Logo:

10y = 2 + y e, portanto, 9y = 2

Daí segue que: y = 2/9

Por consequência x = 3 + 0,222... = 3 + y = 3 + 2/9 = 29/9

Então: 3,222... = 29/9

Para saber mais veja os seguintes links:

http://mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/html/decimais-web/decimais_texto_Representacao_decimal_reais_tarefa1.htm

Agora, é com você!

Agora, vamos descobrir as frações que geram as dízimas periódicas a seguir:

a. 0,4444...

b. 0,555...

c. 0,232323...

d. 3,4444...

e. 8,25252525...

f. 0,123

g. 3,45

h. 45,88888...

Respostas

a. 4/9

b. 5/9

c. 23/99

d. 31/9

e. 817/99

f. 123/1000

g. 345/100

h. 413/9

Professor

Anexo I

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6						30					
7											
8											
9											
10											