FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO ESTADUAL DEODATO LINHARES
PROFESSOR: Flávio da Silva Carvalho
MATRÍCULA: 00/09569112
SÉRIE: 1ª DO ENSINO MÉDIO - 3º Bimestre
TUTOR: Edson de Souza Pereira

Plano de Trabalho

Trigonometria na Circunferência

[Flávio da Silva Carvalho]
[professorflavioscarvalho@gmail.com]

Introdução

O que queremos através desse Plano de Trabalho, é fazer com que os alunos percebam, e vivenciem formas alternativas de construção do seu conhecimento, utilizando, além de atividades diferenciadas, o software GeoGebra, como forma de incentivo, e enriquecimento da sua aprendizagem.

As atividades que serão realizadas no GeoGebra, vão permitir que o aluno veja o radiano, já que para executar tal tarefa ele usará sempre sua definição, fazendo com que possamos mostrar o ângulo e arco de medida de 1 rad. E como sequência do assunto, veremos também a construção do ciclo trigonométrico.

Para que se tenha o resultado esperado, é bom recordar conteúdos que são pré-requisitos como, arcos e ângulos na circunferência, já que radiano será o primeiro assunto a ser abordado.

Espera-se que dessa forma, o aluno sinta prazer em realizar uma atividade de forma diferenciada, utilizando como ferramenta o computador, uma tecnologia tão comum e prazerosa para ele.

DESENVOLVIMENTO

Atividade1: Conhecendo o radiano no GeoGebra.

.

- **Pré-requisitos:**

Arcos e ângulos na circunferência

- **Tempo de Duração:**

2 horas/aula.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

As folhas de atividade, lápis e borracha; Laboratório de informática com projetor multimídia; software Geogebra

- **Organização da turma:**

Em grupos de 2 alunos.

- **Objetivos:**

Conhecer a unidade de medida radiano para arcos e ângulos

- **Metodologia adotada:**

Usaremos a atividade proposta nos roteiro de ação 3, no laboratório de informática da escola, que é rico em detalhe, precisando apenas que tenhamos o cuidado de realizar previamente a atividade, para que estejamos devidamente preparados para auxiliar os alunos e também para alcançar o resultado esperado. Visto isto, respeitaremos seus indicadores de duração prevista, objetivos, pré-requisitos, material necessário, organização da classe e descritores.

Os alunos desenvolverão as atividades, seguindo o passo a passo proposto no roteiro, e através do desenvolvimento das atividades, com a intervenção e explicações do professor, poderão ver o radiano, o que concretizará e facilitará a formação de seu conhecimento.

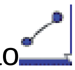
Como é um trabalho em grupo, espera-se que os alunos, troquem informações e revisem assuntos como raio, segmentos na circunferência e fiquem familiarizados com o programa educacional GeoGebra.

Seguindo o passo a passo da atividade 1:

1. Abra uma tela do *GeoGebra*;

2. Trace uma circunferência clicando no botão (6º menu de botões). Dessa forma, você construirá uma circunferência de centro A e que passa pelo ponto B. Logo, podemos considerar o segmento *AB* como sendo o raio dessa circunferência;

3. Marque o segmento *AB;*

• Clique no botão (3º menu de botões);

• Clique nos pontos A e B;

Pronto! O segmento $\overline{AB}$ está marcado;

4. Vamos medir o segmento AB?

• Clique no botão (8º menu de botões);

• Clique sobre o segmento $\overline{AB}$;

• Surgirá a expressão *a* = ... no canto esquerdo da tela (Janela da Álgebra);

• Clique em  (1º menu de botões);

Agora, você pode mover os pontos livres do seu desenho. Clique no ponto B e movimente-o. Repare que o raio da circunferência variará à medida que você altera a posição do ponto B;

• Observe o que acontece para os valores de *a*;

Note que esse valor indica exatamente o tamanho do raio da circunferência.

5. Marque agora um ponto C sobre a circunferência;

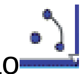
clique em  (2º menu de botões); em seguida, clique em um ponto sobre a circunferência distinto de B;

6. Marque o segmento $\overline{AC}$. Caso tenha dúvidas consulte o item 3 acima;

Qual a medida de $\overline{AC}$? Ela é a mesma de $\overline{AB}$? Por quê?

Com os três pontos A, B e C é possível traçar ângulos. Estamos interessados no ângulo cujo vértice é o ponto A, ou seja, o centro da circunferência. Esse ângulo BÂC determina sobre a circunferência o arco $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{\text{ÄB}}$.

Vamos construir esse arco?

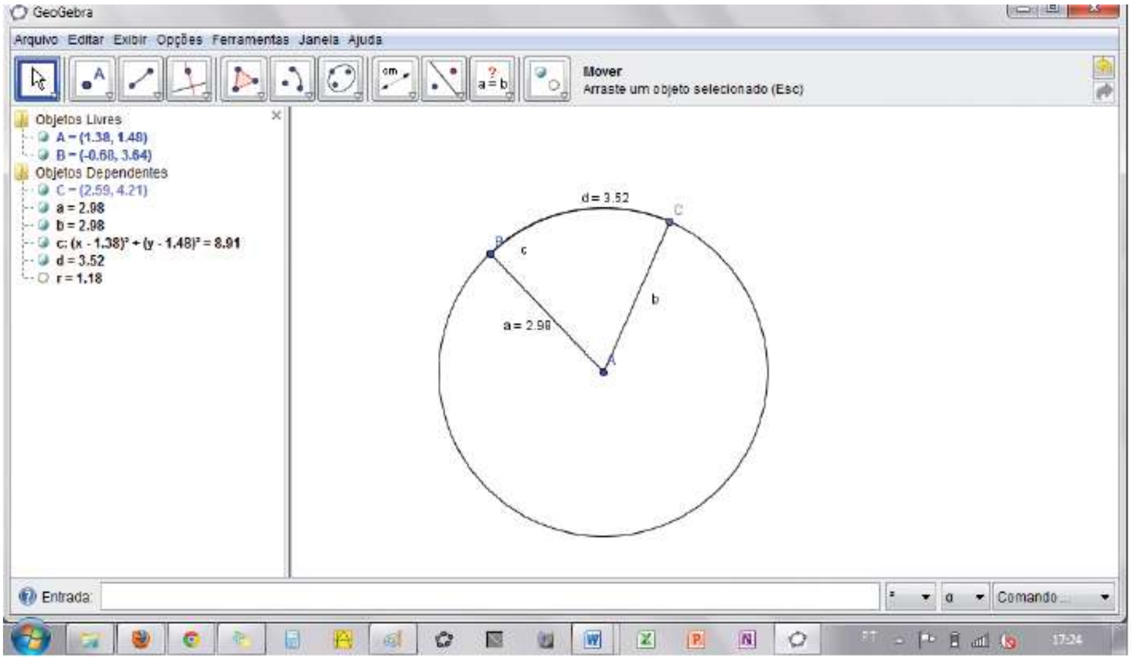
Clique no botão (6º menu de botões), e, sequencialmente, em A, B e C;

Surgirá o arco *BC* indicado por d. Observe no canto esquerdo da tela, na “Janela da Álgebra”, que aparece associada ao objeto “d” uma medida, que indica o comprimento do arco $\overset{\frown}{BC}$, ou seja, a medida linear desse arco;

7. Vamos agora usar a relação que define o radiano, calculando a razão r entre o comprimento do arco e o do raio da circunferência;

Digite na caixa Entrada (parte inferior da tela) r=d/a seguido de ENTER.

Na Janela de Álgebra (parte esquerda da tela) você verá o resultado *r* = ..que indicará o valor da razão *r=d/a* . Repare que, conforme a definição, r é a medida em radianos do ângulo BAC e do arco $\overset{\frown}{BC}$;



Tela do GeoGebra.

8. Experimente agora fazer C variar;

O que acontece com os valores de r?

9. Tente colocar o ponto C numa posição tal que o comprimento do arco $\overset{\frown}{BC}$ seja exatamente o valor do raio da circunferência, inçados na janela da álgebra por *a* e *b*; O que acontece com o valor de r? Observe na janela de Álgebra;

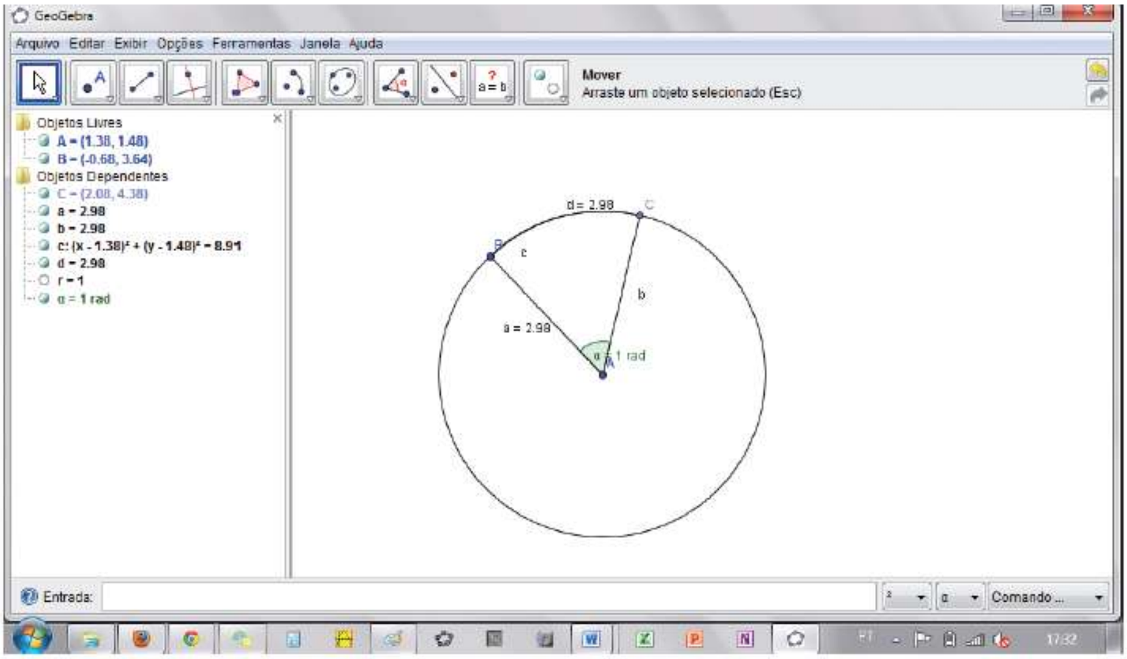
É isso mesmo, vale 1! E sabe o que isso significa?

Que o arco $\overset{\frown}{BC}$ tem medida 1rad, assim como o ângulo central $B\hat{A}C$ também tem medida 1rad;

10. O *GeoGebra* também tem uma ferramenta para medir ângulos em graus ou em radianos. Vamos usá-la para medir o ângulo $B\hat{A}C$?

Clique no botão (8º menu de botões) e a seguir, sequencialmente, nos pontos B, A e C – você passará a ver a medida do ângulo $B\hat{A}C$ em graus. Vamos mudar a unidade para radianos?

No menu *Opções/Unidade de medida de ângulos* selecione *radianos* e observe a medida do ângulo $B\hat{A}C$.



Tela do *GeoGebra*.

Como já sabíamos, este é o ângulo de 1rad e o arco de medida angular 1 rad.

Após a atividade eles poderão rever conceitos em seu livro didático, e realizar os exercícios nele proposto.

Atividade 2: Construindo o ciclo trigonométrico.

.

- **Pré-requisitos:**

Arcos e ângulos na circunferência, unidades de medida de arcos e ângulos(graus e radianos)

- **Tempo de Duração:**

2 horas/aula.

- **Recursos Educacionais Utilizados:**

As folhas de atividade, lápis e borracha; Laboratório de informática com projetor multimídia; software Geogebra

- **Organização da turma:**

Em grupos de 2 alunos.

- **Objetivos:**

Conhecer a estrutura do ciclo trigonométrico; visualizar, de forma dinâmica, a re-presentação dos arcos no ciclo trigonométrico.

- **Metodologia adotada:**

Faremos essa construção seguindo o passo a passo da atividade conforme apresentada no roteiro de ação, orientando e intervindo sempre que necessário. O professor deverá fazer a atividade conjuntamente com os alunos usando o data show do laboratório para que cada um possa acompanhar e reproduzir em seu terminal. Através da mediação do professor, buscaremos o debate sobre a composição do ciclo trigonométrico, seus quadrantes, os sinais de seno e cosseno, unicidade de seus valores e a variação de valores da tangente advindos da sua posição em relação a cincunferência.

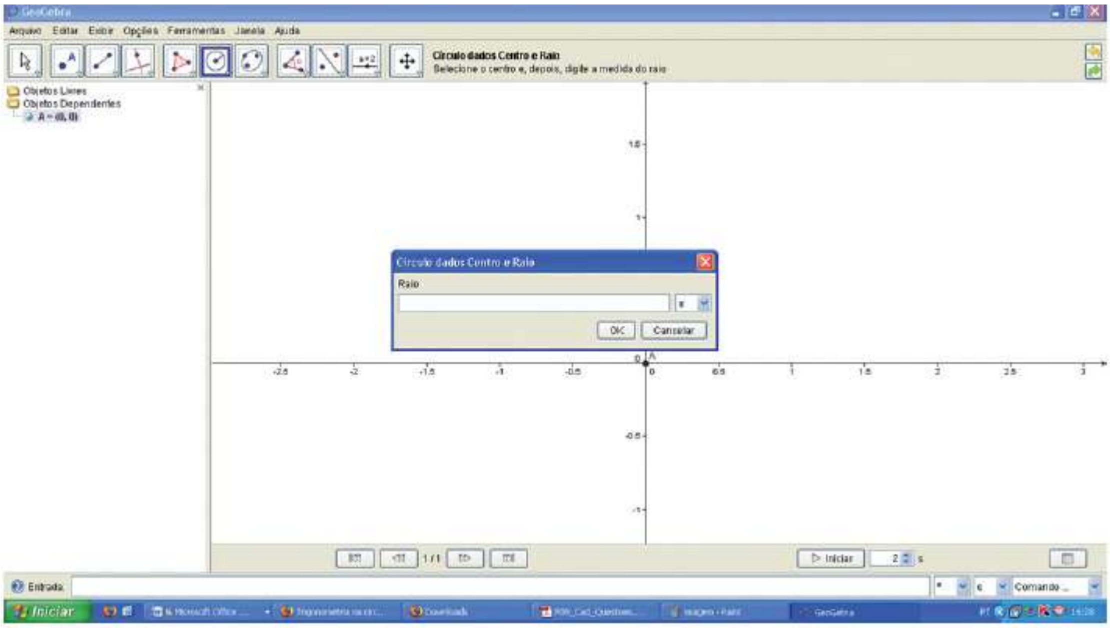
Seguindo o passo a passo da atividade 2:

Vamos usar o *GeoGebra* novamente para construir o ciclo trigonométrico?

Bem, o ciclo trigonométrico é uma circunferência de raio unitário com centro na origem do sistema de eixos cartesianos. Vamos construir isso.

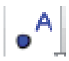
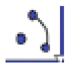
Abra uma tela nova no *GeoGebra* e verifique se os eixos cartesianos estão aparentes. Caso não estejam, acesse o menu “Exibir/ Eixos” para que eles apareçam.

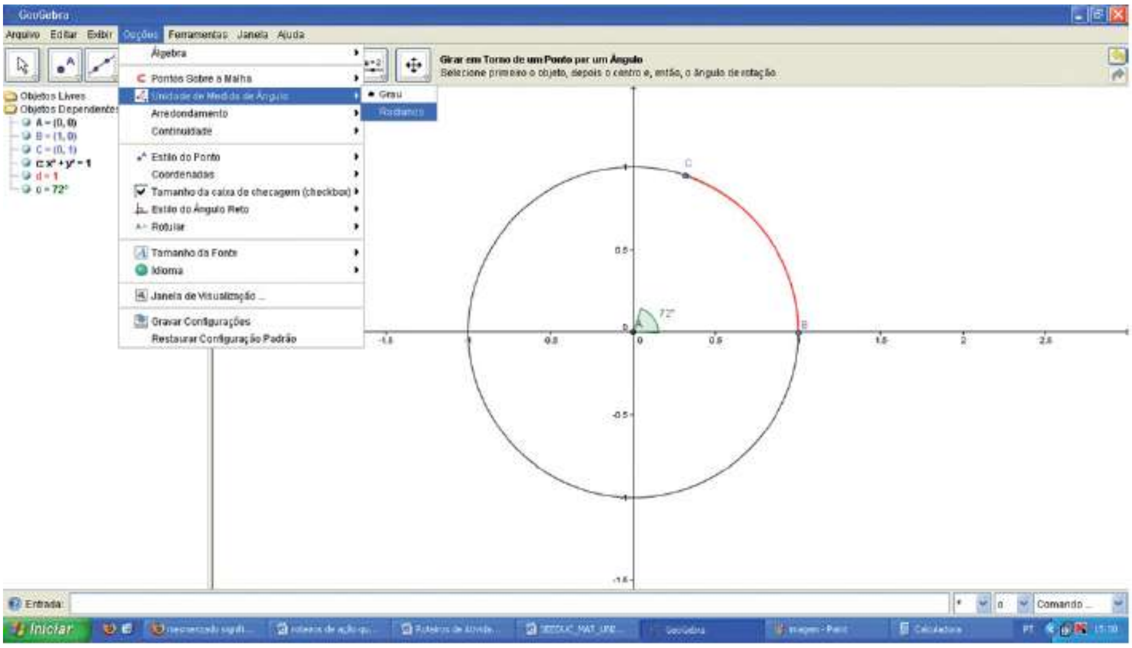
No 6º menu de botões, clique no botão  – círculo dado centro e raio – e clique primeiro na origem do sistema de eixos cartesianos (0,0) e, na caixa de diálogo que aparece, digite 1 para medida do raio da circunferência;



Tela do *GeoGebra.*

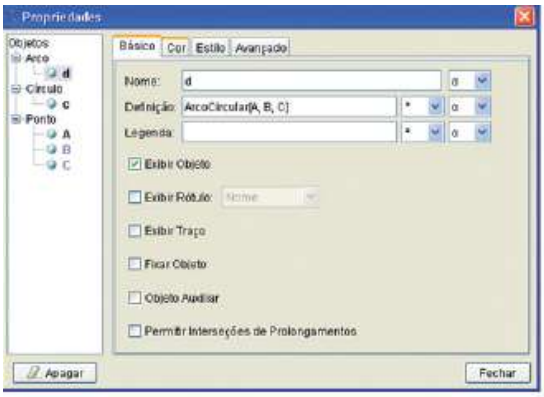
a) Quais os pontos de intersecção entre a circunferência e os eixos coordenados?
Os arcos no ciclo trigonométrico são orientados, ou seja, têm origem e extremidade. A origem desses arcos é no ponto (1,0) e a extremidade é em qualquer ponto do círculo trigonométrico.

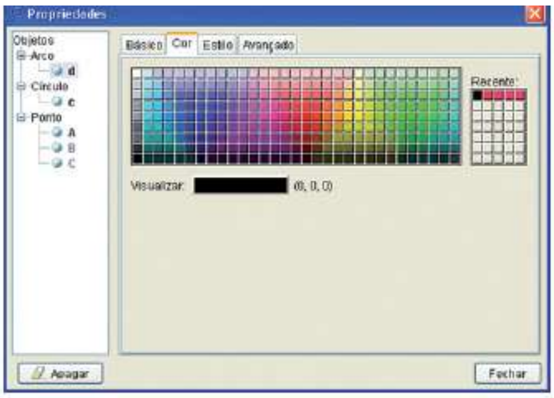
Vamos visualizar um arco no ciclo trigonométrico? Clique no botão  – 2º menu de botões – e clique nos pontos (0,0) e (1,0) – o *GeoGebra* os nomeará como A e B, respectivamente – e em um outro ponto qualquer do círculo, que o software chamará de C. O arco $\overset{\frown}{BC}$ é um arco no ciclo trigonométrico. Vamos traçá-lo? Clique no botão , disponível no 6º menu de botões, e sequencialmente nos pontos A, B e C – respectivamente centro, origem e extremidade do arco que desejamos traçar. Observe que na Janela da Álgebra aparece um elemento novo *d* = ... Podemos ainda editar o arco $\overset{\frown}{BC}$, fazendo com que ele se torne mais visível... Para isso, clique com o botão direito do mouse em d. Vai abrir-se uma janela de opções; nela, selecione a opção “propriedades”.

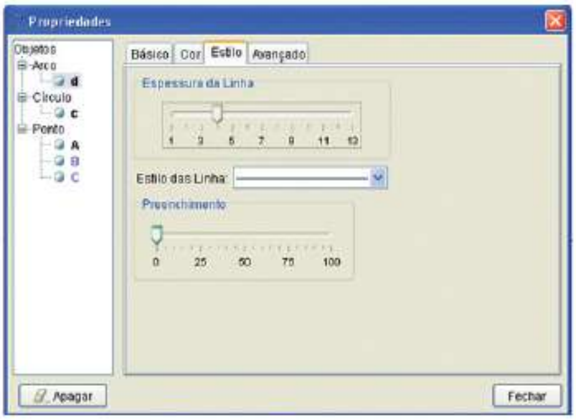


Tela do *GeoGebra.*

Aparece uma caixa de diálogo, mostrada na figura abaixo. Selecione a aba “cor” e escolha a cor vermelha; na aba “estilo”, selecionando espessura da linha 3,5 e a seguir em fechar. Agora o arco $\overset{\frown}{BC}$ aparece mais grosso e na cor vermelha, facilitando a visualização.







Caixas de diálogo do *GeoGebra.*

b) Posicione o ponto C de maneira que se tenha *d = 1*. Quais as coordenadas do ponto C?

c) Agora reposicione o ponto C de maneira que suas coordenadas sejam *(-0,8 ; 0,6)*. Qual o valor de *d*?

d) Em que quadrante deverá ficar o ponto C tal que se tenha *d = 4*?

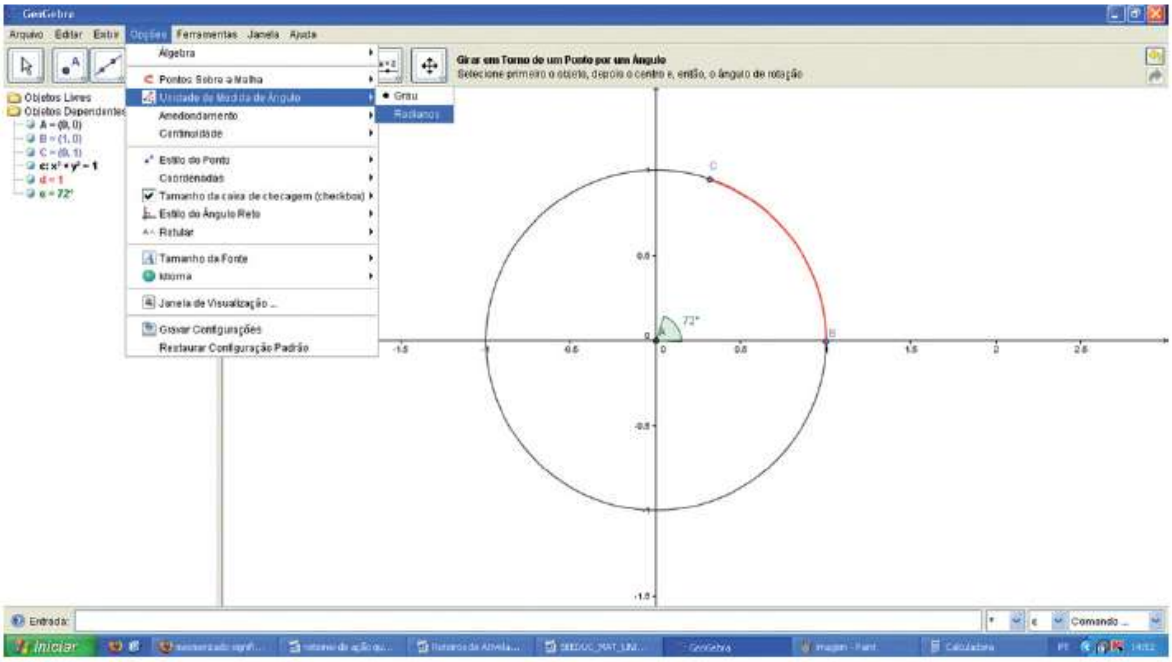
e) Escolha as coordenadas para o ponto C de maneira que ele fique no quarto quadrante. Qual o valor de d para as coordenadas que você escolheu?

f) Quanto vale *d* quando C está sobre cada um dos pontos de intersecção do círculo com os eixos cartesianos?

Vamos medir o arco $\overset{\frown}{BC}$? O *GeoGebra* facilita este trabalho! O botão  , disponível no 8º menu de botões, permite que determinemos a medida do ângulo *BÂC* . Clique, nesta ordem, nos pontos B, A e C e veja a medida desse ângulo. Ela provavelmente está dada em graus, que é a unidade de medida padrão para ângulos no *GeoGebra*.

g) Indique a medida do ângulo *BÂC* , em graus, em cada um dos itens *b*, *c*, *d* e *e* acima.

Podemos mudar a unidade de medida de ângulos do *GeoGebra* para radianos. Para isso, acesse o menu “opções/unidade de medida de ângulo”, selecionando a unidade “radianos”.



Tela do *GeoGebra.*

h) Refaça o item acima, agora indicando a medida do ângulo *BÂC* em radianos.

i) Relacione as medidas em radianos encontradas no item *h* com o valor *d* em cada um dos itens *b*, *c*, *d* e *e* acima. O que você observa?

A medida de um arco no ciclo trigonométrico, em radianos, é equivalente à medida do comprimento do arco, indicado por *d* em nossa construção.

Avaliação

Como as atividades serão o tempo todo monitoradas pelo o professor, e a interação e participação dos alunos são essenciais para a sua realização, a avaliação acontecerá a todo o momento, permitindo que o professor detecte as dúvidas dos alunos e também perceba seus avanços e, se foram atendidas todas as expectativas. Nesse diálogo, é importante permitir que o aluno expresse suas dificuldades, para que o professor trabalhe com ele a partir daquele ponto, e dessa forma ultrapasse os obstáculos e avance para a construção do conhecimento.

Referências

Iezzi, G. et al. Matemática Ciências e Aplicações: 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/course/view.php?id=6 – acesso em 14/09/12.

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/folder/view.php?id=3241 – acesso em 15/09/12.