

Formação Continuada em Matemática
Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ

Matemática 9º Ano – 2º Bimestre/2014
Plano de Trabalho Teorema de Pitágoras

Tarefa 2

Cursista: Haldamar Gizele Mesquita de Souza Stutz

Tutor: Andréa Silva de Lima

Grupo I

Estado do Rio de Janeiro

20 de maio de 2014

INTRODUÇÃO

Este plano de trabalho tem por objetivo permitir que os alunos percebessem a aplicabilidade do conteúdo do Teorema de Pitágoras.

O PT foi dividido em 4 etapas: a 1º etapa consiste na apresentação do Teorema de Pitágoras, na 2º etapa aulas dedicadas a fixação do conteúdo através de exercícios, na 3º etapa oficinas de aplicação do Teorema de Pitágoras e na 4º etapa uma avaliação para verificar o aprendizado.

Em cada oficina foi proposto uma atividade diferente na 1º uma atividade concreta para deduzir a fórmula do Teorema de Pitágoras, na 2º um jogo que fixa a teoria e na 3º a aplicação do Teorema de Pitágoras para deduzir a diagonal do quadrado e a construção dos números irracionais através do Teorema de Pitágoras.

É muito importante saber reconhecer a importância do Teorema de Pitágoras para a Matemática. São inúmeras as aplicações na Matemática, na Física e nas Ciências Biológicas. Como exemplos podemos cita a utilização do Teorema de Pitágoras na construção civil, para execução de paredes ortogonais, na área de transportes está presente contribuindo na sua logística e no desenvolvimento cotidiano no intuito de dinamizar cada vez mais o setor e na aeronáutica são utilizados os conceitos de Pitágoras para que não haja colisão nos voos, são feitos cálculos constantemente para as rotas de aviões.

DESENVOLVIMENTO

Objetivos:

1. Aprender o Teorema de Pitágoras;
2. Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras;
3. Utilizar o Teorema de Pitágoras na dedução da fórmula relativa a diagonal do quadrado;
4. Construir alguns números irracionais utilizando o Teorema de Pitágoras;

Recursos:

Roteiros impressos, apostila com o conteúdo, livro didático, vídeos, lápis, borracha, caderno, caneta esferográfica, régua, etc.

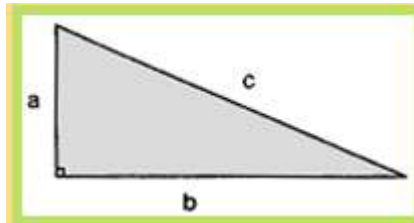
Cada aula consiste em um tempo de 50 minutos.

1º aula e 2º aula.

Objetivos: apresentar a história do Teorema de Pitágoras e sua teoria.

História do Teorema de Pitágoras

O teorema de Pitágoras

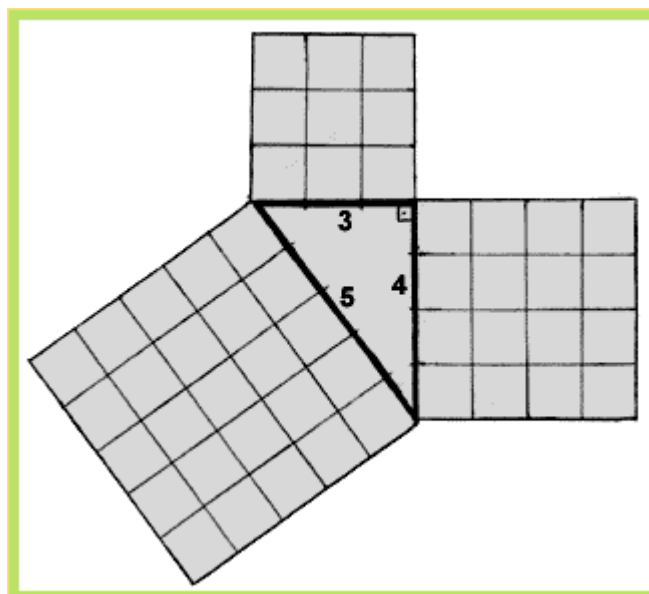


$$a^2 + b^2 = c^2$$

A maior descoberta de Pitágoras foi o teorema que leva seu nome, ensinado hoje em escolas de todo o mundo. Ao observar os triângulos retângulos (que têm um ângulo de 90° , chamado ângulo reto), o filósofo notou que eles obedecem a uma lei matemática. A soma dos quadrados dos catetos (lados menores do triângulo) é igual ao quadrado da hipotenusa (lado maior): $a^2 + b^2 = c^2$

Chineses e babilônios usavam o teorema há mil anos, mas desconheciam a possibilidade de aplicá-lo a todo triângulo retângulo. Pitágoras foi o primeiro a provar isso com argumentos matemáticos inquestionáveis.

Não entendeu ainda? Então veja o triângulo retângulo ao lado, cujos lados medem 3, 4 e 5 centímetros. Desenhe quadrados a partir de cada lado do triângulo. Veja que os quadrados dos lados menores contêm respectivamente 9 e 16 pequenos quadrados de 1 centímetro; o quadrado do lado maior contém 25 pequenos quadrados. Agora some $9 + 16$. A resposta é 25 !!!



Os gregos acreditavam na existência de números inteiros e frações. Mas o teorema de Pitágoras mostrou que havia números que não eram nem inteiros nem frações. Como? Imagine um triângulo retângulo com dois lados iguais a um. Para se calcular a hipotenusa, basta usar o teorema: $1^2 + 1^2 = z^2$. Ou seja, a hipotenusa z será igual a raiz quadrada de 2! Os gregos tentaram descobrir a qual fração o número correspondia, mas notaram que ele não era fração. Havia sido descoberto o número irracional e justamente por meio do teorema de Pitágoras, que odiava os irracionais!

O teorema facilitou e tornou mais precisas as construções. Ao saber a medida de dois lados de um triângulo retângulo, é possível descobrir a do terceiro sem medi-lo — basta usar o teorema. Conhecendo os três lados de um triângulo, pode-se verificar se um dos ângulos é reto. Como um triângulo de lado 3, 4 e 5 é retângulo (como vimos na figura anterior), basta fazer triângulos com essa medida para desenhar ângulos retos em papel ou na terra.

A Irmandade Pitagórica comemorou a descoberta, mas a celebração durou pouco. Em Síbaris, vizinha de Crotona, Télis havia vencido uma revolta e perseguia membros do governo anterior, que fugiram para Crotona. O exército de Síbaris invadiu Crotona e foi derrotado. Após a vitória, rumores diziam que terras de Síbaris seriam dadas à Irmandade Pitagórica. O povo de Crotona ficou indignado. Havia lutado e não receberia recompensa!

Cilon, homem que não conseguiu entrar na Irmandade Pitagórica, comandou uma revolta. A irmandade e a casa de Milo foram cercadas e incendiadas. Milo escapou, mas Pitágoras e alguns discípulos, não. Como toda a vida do matemático, sua morte também é bastante enigmática. Uma outra versão conta que ele escapou e se refugiou na cidade de Metaponto, onde morreu em 497 ou 496 a. C., de causa desconhecida.

Os pupilos de Pitágoras que sobreviveram foram para outras cidades, onde construíram novas escolas pitagóricas. Como o filósofo não deixou obra escrita, eles transmitiram os ensinamentos do mestre oralmente. Assim, as descobertas de Pitágoras se espalharam pelo mundo.

Fonte: <http://chc.cienciahoje.uol.com.br/o-teorema-de-pitagoras/>

Em seguida será feita apresentação de vídeo sobre o assunto:

O Barato de Pitágoras é um vídeo muito bom produzido pela TV Escola. Apresenta um modelo concreto de aplicação do Teorema de Pitágoras. Duração: 6 minutos.

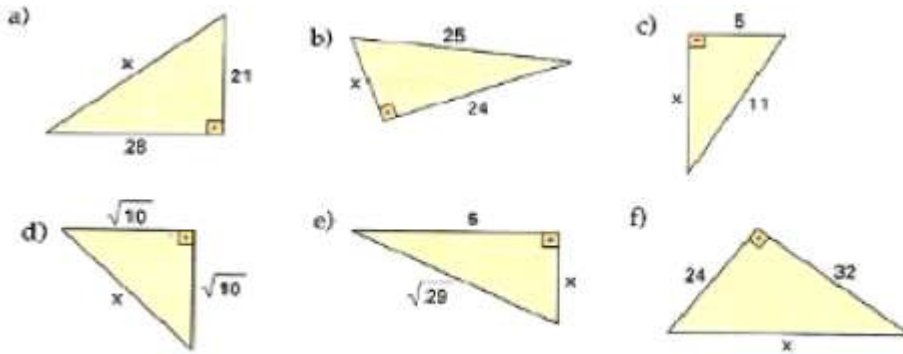
3º aula e 4º aula.

Aulas dedicadas para resolver exercícios de fixação.

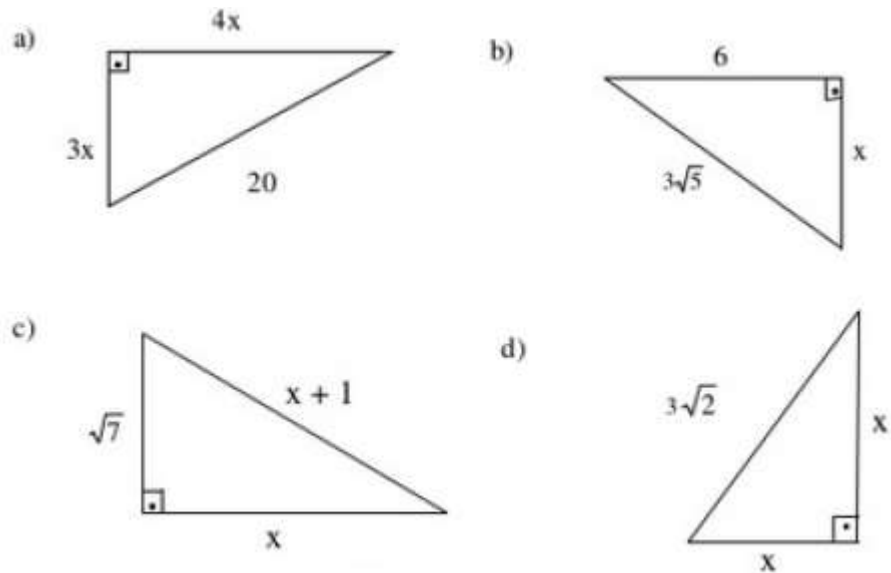
Nos primeiros exercícios é a aplicação direta do Teorema de Pitágoras, depois será cobrado do aluno que ele construa o desenho e em seguida exercícios com aplicações do teorema no dia a dia.

Lista de exercícios

1) Aplicando o teorema de Pitágoras, determine a medida x indicada em cada um dos triângulos:

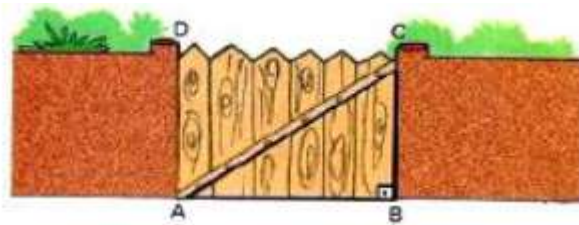


2) Utilizando o teorema de Pitágoras, determine o valor de x nos triângulos abaixo:

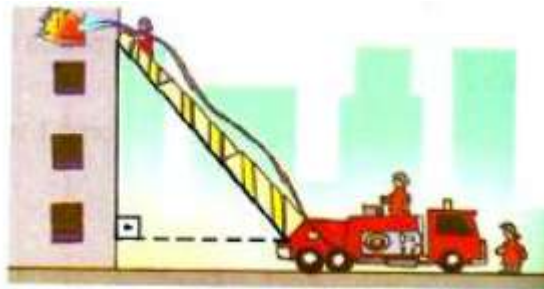


3) Os lados de um triângulo ABC medem 10 cm, 24 cm e 26 cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?

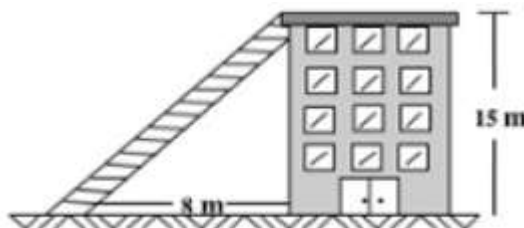
- 4) Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 14 cm e um dos catetos mede $5\sqrt{3}$ cm. Determine a medida do outro cateto.
- 5) As medidas dos catetos de um triângulo retângulo medem $(2+\sqrt{5})$ cm e $(2-\sqrt{5})$ cm. Determine a medida da hipotenusa.
- 6) O portão de entrada de uma casa tem 4 m de comprimento e 3 m de altura. Que comprimento teria uma trave de madeira que se estendesse do ponto A até o ponto C?



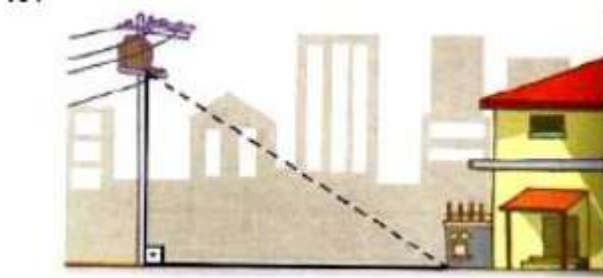
- 7) Durante um incêndio num edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento em chamas, a escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento em relação ao chão?



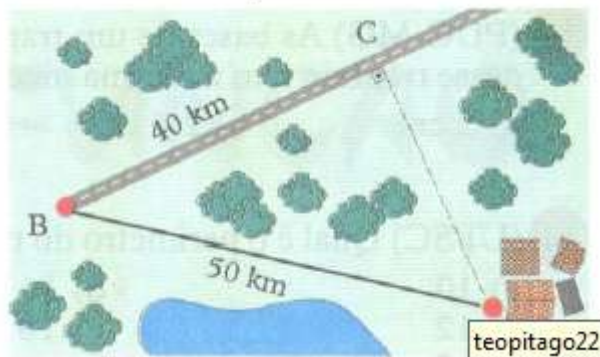
- 8) A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual é o comprimento da escada?



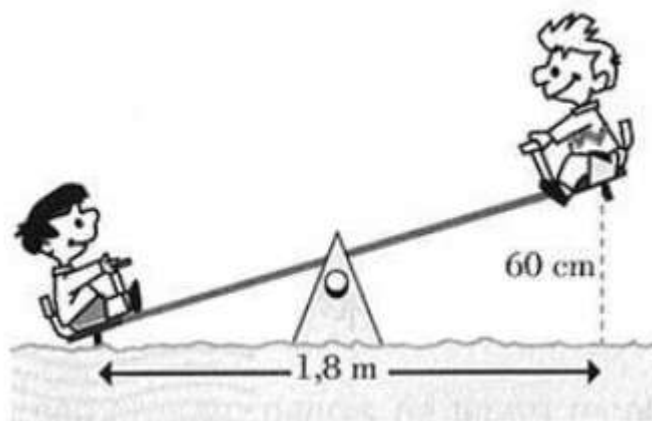
- 9) Quantos metros de fio são necessários para “puxar luz” de um poste de 6 m de altura até a cais de luz que está ao lado da casa e a 8 m da base do poste?



- 10) Na figura estão apresentadas três cidades, deseja-se construir uma estrada que ligue a cidade A a cidade B, com o menor comprimento possível. Qual deverá ser o comprimento dessa estrada?

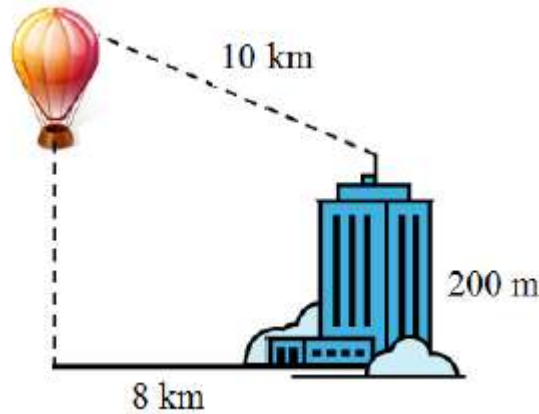


- 11) Pedro e João estão brincando de gangorra, como indica a figura:



Qual é o comprimento da gangorra?

12) Qual deve ser a altitude do balão para que sua distância ao topo do prédio seja de 10 Km?



5º aula e 6º aula.

Essas aulas serão dedicadas à aplicação de uma atividade concreta do Portal do Professor do Mec. Onde a autora Thais de Oliveira tem como objetivo propor uma aprendizagem que permitam um contato diferenciado com o Teorema de Pitágoras. Vale ressaltar que a proposta é diferenciar a dinâmica de aula, isso inclui materiais concretos e, também, atividades tradicionais como, por exemplo, a demonstração do Teorema.

O aluno irá vivenciar atividade concreta que envolve o Teorema de Pitágoras.

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno:

Triângulos.

Quadrados.

Áreas.

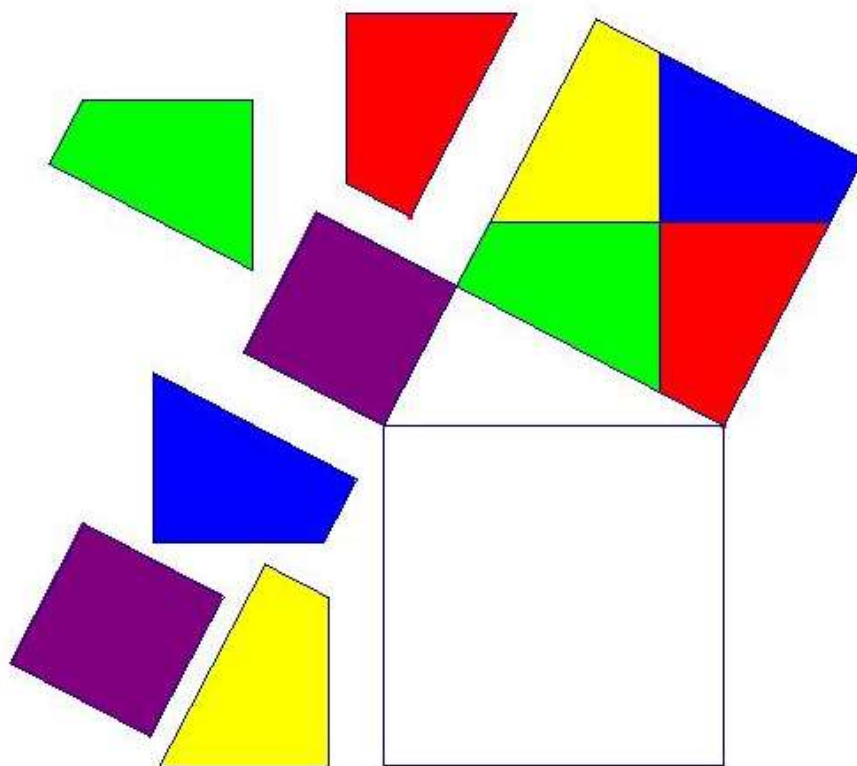
Teorema de Pitágoras.

Oficina 1: Atividade concreta

Primeira Atividade: Material Concreto

Materiais necessários:

Cada aluno deve ter uma folha com a xerox da seguinte figura:



Sugestão:

Imprimir junto, para distribuir aos alunos, uma orientação da atividade:

Roteiro da Atividade

Siga as etapas descritas abaixo. Procure registrar no caderno todos os raciocínios e as conclusões feitas. Peça ajuda ao professor sempre que necessário! Bom trabalho!

1. Recorte as seis peças da folha ao lado;
2. Vamos nomear cada uma das figuras:

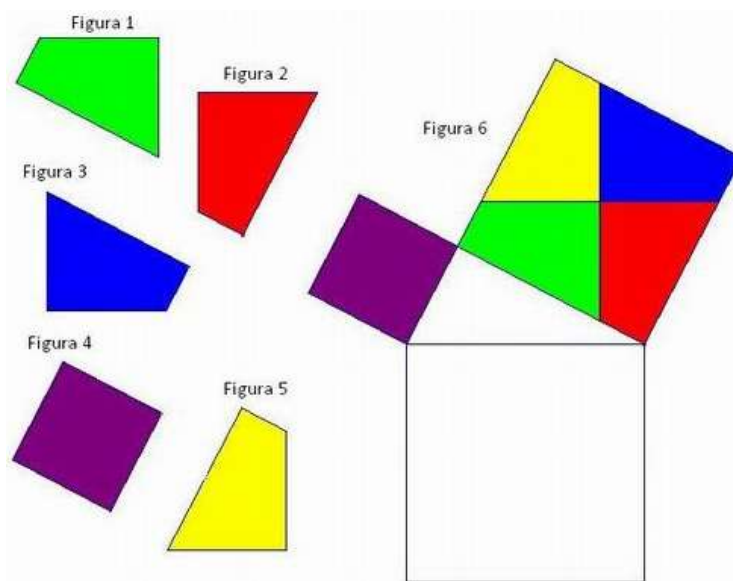
3. Coloque a figura 6 sobre a carteira e veja se as figuras 1, 2, 3, 4 e 5 são cópias de algumas partes da figura 6. Descreva como você faz essa verificação.
4. Use régua e transferidor e verifique se a afirmação é verdadeira: "A figura 6 pode ser decomposta em 3 quadrados e um triângulo retângulo". Justifique sua opinião baseado na propriedade destas figuras.
5. Relacione os lados do Triângulo Retângulo com os lados de cada um dos três quadrados.
6. É possível encaixar todas as figuras (1, 2, 3, 4 e 5) no quadrado em branco da figura 6? De que maneira? Descreva.
7. Que relação existe entre o quadrado branco da figura 6 com os outros dois quadrados?
8. Relacione esta atividade com o Teorema de Pitágoras.

Professor, se esta xerox for em preto e branco, verifique se é possível distinguir os diferentes polígonos na xerox. Vale observar que é possível colocar duas destas figuras em cada folha de papel A4. Ou então, uma figura e um roteiro.

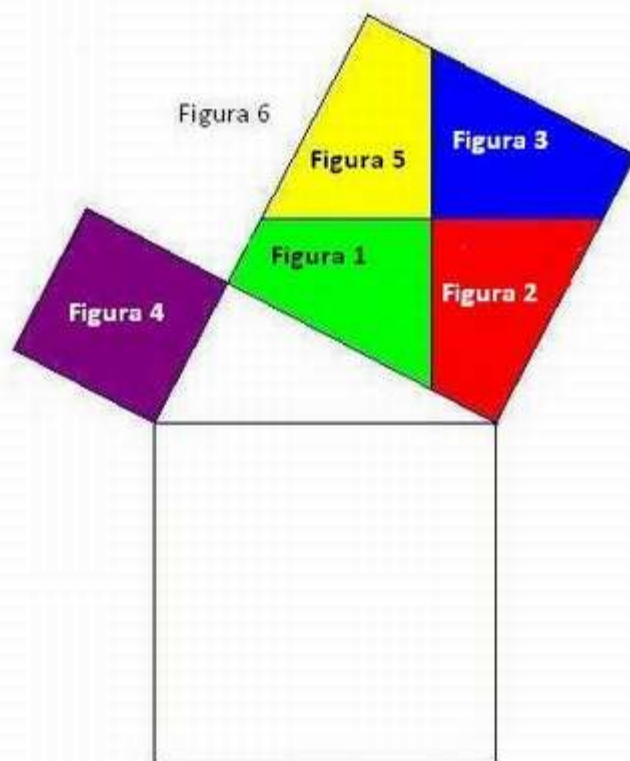
Os alunos também devem ter tesoura, régua e transferidor.

Proposta da Atividade:

Observação da figura: Peça para que os alunos recortem as seis peças da figura. Veja abaixo quais são para orientá-los.

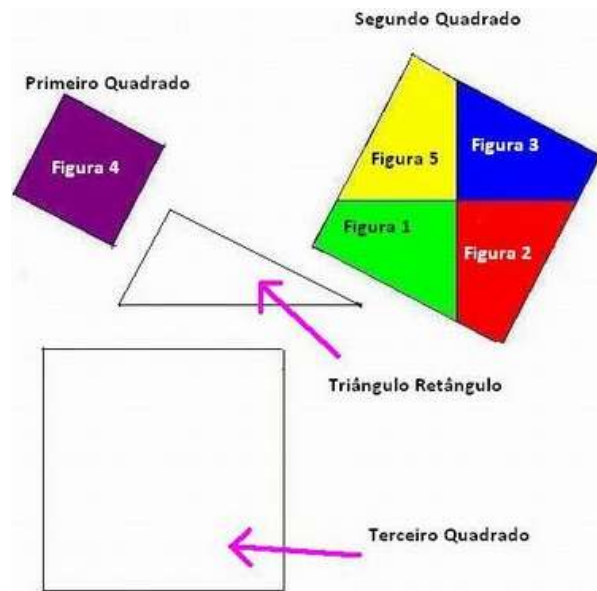


Interpretação da figura: Os alunos devem fazer uma comparação de áreas das figuras 1, 2, 3, 4 e 5 com a figura 6. O objetivo desta atividade é que eles percebam que o polígono se encaixa (por sobreposição) em uma parte da figura 6 que tenha a mesma cor. Assim, os alunos encontrarão a seguinte figura:



A vantagem de se usar o material concreto é a possibilidade de sobrepor figuras e observar que elas são congruentes.

Conhecendo a figura 6: Utilizando uma régua e transferidor, os alunos podem constatar que a figura 6 é composta de três quadrados (Primeiro quadrado: Figura 4; Segundo quadrado: União das figuras 1, 2, 3 e 5; e um Terceiro quadrado que se encontra em branco) e um triângulo retângulo como na figura abaixo:



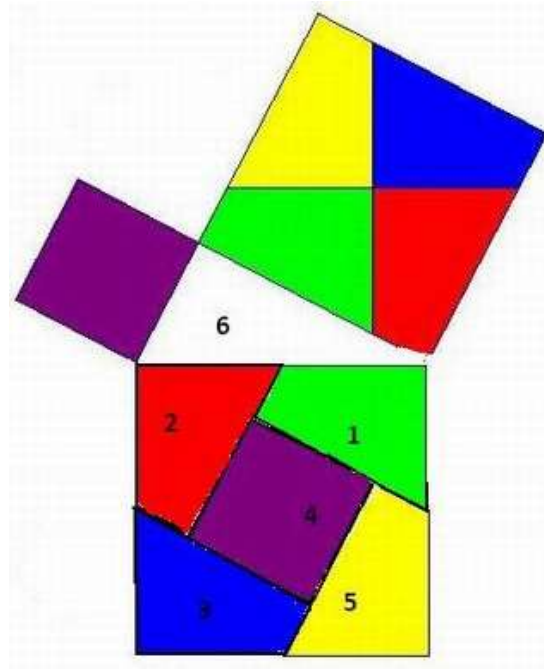
Explore, ainda, que:

- Existe um lado que é comum ao triângulo retângulo e ao primeiro quadrado. Se chamarmos a medida desta intersecção de "b" podemos concluir que um dos catetos do triângulo retângulo mede "b" e o lado do primeiro quadrado também mede "b". Logo, a área do primeiro quadrado será " b^2 ".
- Também temos um lado que é comum ao triângulo retângulo e ao segundo quadrado. Se chamarmos a medida desta intersecção de "c" podemos concluir que o outro cateto do triângulo retângulo mede "c" e o lado do segundo quadrado também medirá "c". Logo, a área do segundo quadrado será " c^2 ".
- Ainda temos um lado que é comum ao triângulo retângulo e ao terceiro quadrado. Se chamarmos a medida desta intersecção de "a" podemos concluir que a hipotenusa do triângulo retângulo mede "a" e o lado do terceiro quadrado também mede "a". Logo, a área do primeiro quadrado será " a^2 ".

Observe que com essa exploração é possível enfatizar os nomes dos lados de um triângulo retângulo. Isso permite uma maior familiarização dos alunos com os diversos nomes e, ainda, durante a aula, é possível a exploração de algumas regularidades, por exemplo: discutir que a hipotenusa é o maior dos lados, pois é oposto ao maior ângulo deste triângulo.

Conclusão: Após toda esta exploração, é necessário voltar à mesa com as seis figuras novamente separadas. Pergunte aos alunos se é possível encaixar as peças 1, 2, 3, 4 e 5 no terceiro

quadrado. Este será o momento de manipulação dos alunos até que irá aparecer a seguinte configuração:



Neste momento, acontece a conclusão:

Como a peça 4 tinha área b^2 e as peças 1, 2 3 e 5, juntas, tinham área c^2 e todas conseguiram completar, sem perda nem sobra de espaço, a área do terceiro quadrado que é a^2 , então, temos: $a^2=b^2+c^2$. A mesma informação tinha correspondência ao triângulo retângulo, logo, podemos interpretá-la como: "No triângulo retângulo a medida da hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos" - Teorema de Pitágoras.

7º aula e 8º aula.

Oficina 2: Jogo

Uma animação de perguntas sobre o teorema de Pitágoras, trazendo aplicações práticas e um pouco de história da matemática. Com opções para respostas, ao fim do jogo é apresentado o resultado do desempenho do jogador e a explicação da solução das questões apresentadas.

Endereço da página onde encontramos o jogo:

<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10479/PIT%C3%81GORAS.swf?sequence=1>

O objetivo do jogo é exercitar o Teorema de Pitágoras.

9º aula e 10º aula

Oficina 3: Deduzir a diagonal do quadrado através do Teorema de Pitágoras e construção de números irracionais

Nestas duas aulas serão dedicadas a utilização do material postado pela cursista Fernanda Mira Machado da Silva, pois apresenta de forma bem simples a obtenção da diagonal do quadrado.

Descrição da atividade:

METODOLOGIA ADOTADA

Inicie a aula comentando que nos últimos anos tendências de arquitetura e decoração remontam aos tempos dos grandes palácios e castelos no que diz respeito aos tamanhos dos pisos. A moda que destaca atualmente um visual urbano e *clean* tem feito o porcelanato surgir com medidas grandes comparadas ao que era usado nas últimas décadas. A ideia, por trás desse sucesso de mercado, está no fato de que essas peças contribuem para uma composição estética do ambiente com foco no estilo contemporâneo.

Mas, o que está para além da moda, é o fato de os grandes formatos imprimirem a sensação de amplitude e continuidade. Além disso, requerem menos rejunte. Dentro dessa moda já existem pisos com 2 m² ou mais de área. Termine essa introdução com a questão:

“Você já pensou como é que um engenheiro ou um mestre de obra constrói um quadrado com dois metros quadrados?”

Faça os alunos trabalharem individualmente. Peça que construam um quadrado com uma folha de papel (o vídeo <http://www.youtube.com/watch?v=Y2ULsvHy6Jg> mostra o passo a passo), e com a régua, peça que determinem a medida desta diagonal.

Por fim, utilize o Teorema de Pitágoras para determinar a medida da diagonal em função do lado do quadrado. Use o resultado teórico com as medidas da folha de cada aluno e faça-os concluir que a medida executada era uma aproximação.

Você também pode acrescentar a esta aula o conhecimento de que o número que representa a medida da diagonal do quadrado de lado um foi o número que fez o Teorema de Pitágoras ganhar este nome. Pitágoras foi o primeiro a pensar detalhadamente no fato de este número não poder ser um número racional.

A proposta deste desafio é a utilização do teorema de Pitágoras para obter a medida da diagonal do quadrado.

Para fomentar a pergunta proposta na inicial, demonstre a obtenção da diagonal de um quadrado, conforme a seguir:

— **Cálculo da medida da diagonal de um quadrado:**

Considere o quadrado ABCD, cujo lado mede l e a diagonal d .

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ABC, temos:

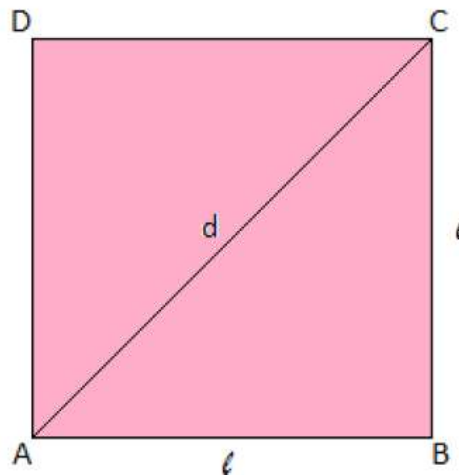
$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$d^2 = l^2 + l^2$$

$$d^2 = 2l^2$$

$$d^2 = \sqrt{2l^2}$$

$$d = l\sqrt{2}$$



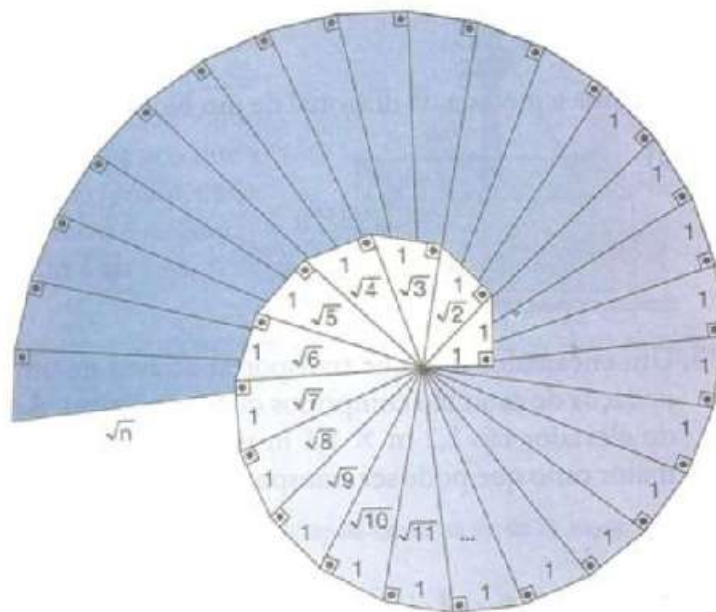
Observe que em um quadrado a diagonal e o lado são grandezas incomensuráveis, pois a razão é um *número irracional*.

É bastante útil ao desenvolvimento de conhecimentos geométricos e na resolução de problemas o conhecimento e uso da relação entre as medidas do lado e da diagonal do quadrado. As atividades dão ideia disso, mas não são suficientes para que o aluno adquira essa maturidade.

Neste mesmo desafio é que você poderá relacionar os conhecimentos geométricos aos numéricos, mostrando-os no desenvolvimento da espiral Pitagórica.

— **Espiral Pitagórica:**

Observe como foi construída a espiral da figura abaixo.



Dado um triângulo retângulo de catetos 1 obteremos, ao aplicar o teorema de Pitágoras a hipotenusa de valor $\sqrt{2}$.

No momento em que for apresentar esta espiral comente que o triângulo inicial é obtido a partir da secção de um quadrado de lado 1 pela diagonal, comente, também, que a diagonal do quadrado é justamente a hipotenusa obtida.

Formando outro triângulo retângulo de catetos 1 e $\sqrt{2}$ (hipotenusa do triângulo retângulo inicial) e aplicando mais uma vez o teorema de Pitágoras, encontramos a hipotenusa $\sqrt{3}$.

De forma análoga, obtemos a hipotenusa de valor $\sqrt{4}$ no terceiro triângulo retângulo. Sendo assim, fazendo com que a medida dos catetos externos seja sempre 1 e as medidas de cada um dos outros catetos coincidam com as medidas das hipotenusas de maneira sucessiva, obteremos os números da forma \sqrt{n} .

A partir da aplicação do teorema de Pitágoras na obtenção da diagonal do quadrado, pretende-se que o aluno saiba relacionar o lado do quadrado com sua respectiva diagonal. Também sugiro a construção geométrica dos números da forma \sqrt{n} .

ATIVIDADES:

- 1 - Siga as orientações do professor e construa um quadrado com uma folha de papel A4.
- 2 – Com a régua meça os lados e a diagonal desse quadrado.

3 – Utilize o Teorema de Pitágoras para calcular a medida da diagonal de seu quadrado.

4 – As medidas da diagonal do quadrado encontradas ora com a régua, ora com o teorema de Pitágoras são iguais? Por quê?

5 – Utilize o teorema de Pitágoras para resolver os pequenos problemas a seguir.

Problema 1: Quanto mede a diagonal de um quadrado que tem 6 cm de lado?

Problema 2: A diagonal de um quadrado mede 15 cm. Determine a medida l do lado desse quadrado.

Problema 3: Calcular a medida do lado de um quadrado cuja diagonal mede $12\sqrt{2}$ cm.

Problema 4: Determine o perímetro de um quadrado de diagonal 8 cm.

Problema 5: Verifique se $\sqrt{8}$ é o dobro de $\sqrt{2}$.

Problema 6: Determine a relação entre $\sqrt{48}$ e $\sqrt{3}$.

11º aula e 12º aula.

Avaliação individual com os conteúdos estudados até o momento.

AVALIAÇÃO

O aluno deve mostrar que compreendeu o conteúdo do Teorema de Pitágoras ele deve ser capaz de saber desenvolver todos os objetivos.

Ou seja, os alunos terão que conseguir utilizar o Teorema de Pitágoras para resolver problemas contextualizados, compreender a utilização do Teorema de Pitágoras na dedução da fórmula relativa à diagonal do quadrado e na construção de alguns números irracionais;

Para verificar se os alunos compreenderam toda a teoria a avaliação será dividida em três etapas, participação do aluno nas aulas, envolvimento do aluno nas aulas oficinas e uma avaliação escrita.

Nas aulas oficinas será avaliada a produção dos alunos durante a atividade, sendo atribuídos pontos pela dinâmica em sala e pelo envolvimento em todo o desenvolvimento das atividades.

Avaliação escrita abordará o seguinte descritor do Currículo Mínimo:

- **H11** – Resolver problemas contextualizados, usando o Teorema de Pitágoras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto, **Projeto Teláris: Matemática, 9º ano**, 1ª edição, São Paulo: Ática, 2012

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José; **Matemática: teoria e contexto, 9º ano** – 1ª ed. - São Paulo: Saraiva, 2012

Projeto Araribá: matemática/organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editor responsável Fabio Martins de Leonardo – 3ª ed. – São Paulo: Moderna, 2010

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko; **Matemática: ideias e desafios, 9º ano** – 17ª ed. - São Paulo: Saraiva, 2012

ROTEIROS DE AÇÃO – Números Reais e Radiciação – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 9º ano do Ensino Fundamental – 2º bimestre/2014 – <http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/> acessado em 06/05/2014.

Autorregulada do 2º bimestre do 9º ano do Ensino Fundamental material fornecido pela SEEDUC do Rio de Janeiro

file:///C:/Users/pc/Documents/haldamar/Escola_2014/Forma%C3%A7%C3%A3o_Continuada/2%C2%BA_Bimestre/Teorema%20de%20Pitag%C3%B3ras/O%20teorema%20de%20Pit%C3%A1goras%20%20REVISTA%20CHC%20-%20Ci%C3%A2ncia%20Hoje%20das%20Crian%C3%A7as.htm disponível em 20/05/2012

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1645> disponível em 20/05/2012

<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/10479> disponível em 20/05/2012

Fórum Temático 2 do 2º bimestre de 2014 - material postado pela cursista Fernanda Mira Machado da Silva – postado no dia 17/05/2014