FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio: CIEP 224 TARSO DE CASTRO
Professor: PAULO HENRIQUE CORRÊA (ph.correa@hotmail.com)
Matrículas: 09251968/
Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: ANDRÉA SILVA DE LIMA

AVALIAÇÃO DA EXECUÇÃO DO PLANO DE TRABALHO 1 - NÚMEROS COMPLEXOS

PONTOS POSITIVOS

Com o planejamento do trabalho sobre números complexos, pude otimizar o tempo de aula e trabalhar mais as dificuldades que foram surgindo com o desenvolvimento do trabalho e também pude observar o bom rendimento de alguns alunos que antes não tinha oportunidade em reconhecer e elogiar seu progresso. O uso do Datashow na apresentação do conteúdo foi bastante estimulador para os alunos, demonstrando mais interesse e atenção na aula.

PONTOS NEGATIVOS

Quando trabalhamos equações do 2º grau, muitos alunos apresentaram dificuldades em trabalhar aplicação de fórmulas matemáticas e resolver cálculos simples com operações elementares, dificultaram um pouco a execução do plano de trabalho. A falta de interesse por parte de uma minoria, contribuiu para não alcançarmos um resultado melhor. Alguns alunos não obtiveram na avaliação o mesmo desempenho alcançado durante atividades realizadas nas aulas. No geral o aproveitamento das atividades foi muito boa, com os alunos realizando as atividades propostas.

IMPRESSÕES DOS ALUNOS

Os alunos comentaram de maneira positiva o uso de folhas de tarefa nas aulas e a apresentação do conteúdo no Datashow:
- A aula foi boa professor! Podia ser sempre assim.
- Achei que seria muito complicado esse número i.
Os alunos gostaram bastante, quando solicitei que trocassem a folha de atividades para cada um corrigir a folha do colega.

ALTERAÇÕES - MELHORAS A SEREM IMPLEMENTADAS

Apesar da boa participação dos alunos, percebi durante as discussões no fórum temático 3, que seria mais interessante iniciar o plano de trabalho com uma abordagem histórica dos números complexos para depois trabalhar as equações do 2º grau e operações elementares. A inclusão de um vídeo para a abordagem acho que vai despertar mais interesse pelo assunto e aproveitar a sala de vídeos da escola como recurso pedagógico na aula. A criação de uma ficha resumo por parte dos alunos, como forma de avaliar o aprendizado e incentivo ao estudo.

FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ/SEEDUC-RJ
Colégio: CIEP 224 TARSO DE CASTRO
Professor: PAULO HENRIQUE CORRÊA (ph.correa@hotmail.com)
Matrículas: 09251968/
Série: 3º ANO – ENSINO MÉDIO
Tutora: ANDRÉA SILVA DE LIMA

PLANO DE TRABALHO 1 - NÚMEROS COMPLEXOS

1- Introdução:

Este plano de trabalho tem por objetivo o estudo dos números complexos, buscando proporcionar ao aluno ampliar o conhecimento dos campos numéricos, bem como proporcionar ao aluno compreender o contexto histórico que envolve o surgimento e reconhecimento dos números complexos. Identificar os números complexos em sua forma algébrica e representação geométrica e trabalhar com operações elementares com números complexos. Será usada uma abordagem inicial apresentando a necessidade dessa ampliação e posteriormente uma apresentação da história.

Vale ressaltar que, existe uma grande dificuldade por parte dos alunos na interpretação de enunciados e utilização de raciocínio lógico, o que requer uma concentração maior por parte dos alunos, cabendo o professor o papel de orientar quanto essa necessidade, para garantir o sucesso no trabalho proposto, lembrando que eles têm capacidade para realizar as tarefas apresentadas.
Também sempre há falta de interesse por parte de alguns no grupo, onde deve ser trabalhados o incentivo e reconhecimento em cada progresso, buscando elevar sua auto estima.

O assunto requer um conhecimento prévio, sobre equações do 2º grau, coordenadas no plano cartesiano e operações elementares com números, para alcançarmos os pontos essenciais deste trabalho que são os conceitos de número complexo e sua representação algébrica e gráfica.
No geral serão necessários 8 tempos de cinqüenta minutos para o desenvolvimento do conteúdo e mais dois tempos para avaliação do aprendizado.

2- Desenvolvimento:

Atividade 1 – Um pouco de história.

- **Habilidades relacionadas**: conhecimento da história dos números complexos.
- **Pré-requisitos**: Não há.
- **Tempo de duração**: 100 minutos.
- **Recursos educacionais utilizados**: Sala de vídeo e folha de texto.
- **Organização da turma**: Individual.

- **Objetivos**: Ajudar aos alunos a compreender o contexto histórico que envolve o surgimento e reconhecimento dos números complexos da matemática, e que os alunos conheçam um pouco da história de como a Matemática foi se construindo pelas mãos dos seres humanos em sua cultura e tempo. Incentivar a leitura.

- **Metodologia adotada**: Leitura do texto por parte dos alunos, seguida de discussões coletivas sobre o texto. Após trabalhar o texto passar o vídeo extraído da internet, na sala de vídeos da escola, retirado no endereço: http://www.youtube.com/watch?v=iFoG9T2kEmk&feature=player_detailpage
  OBS: Após o trabalho com o texto e vídeo, será realizada uma revisão de alguns exercícios envolvendo produtos notáveis, potenciação e radiciação, na sala de aula, com o tempo de 50 minutos.

Texto – Um pouco de história.

Por volta da primeira metade do século XVI, alguns matemáticos italianos (Tartaglia e Cardano) descobriram um modo para resolver equações do tipo $x^3 + ax + b = 0$. Em sua obra Ars magna, Girolamo Cardano (1501-1576) apresentou pela primeira vez a fórmula:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}},$$

como solução de uma equação do tipo $x^3 + ax + b = 0$, onde $a > 0$ e $b > 0$.

Essa fórmula só se aplicava quando $\frac{b^2}{4}+\frac{a^3}{27}\geq 0$, pois na época não se extraíam raízes quadrada de números negativos.

Na mesma época, outro matemático, de nome Bombelli, resolvendo a equação $x^3 - 15x = 4$, chegou a um impasse.

Por calculo direto, ele verificou que 4 era uma raiz do polinômio, pois $4^3 - 15 \cdot 4 = 4$, e tentou verificar se encontrava a raiz de 4 aplicando a fórmula de Cardano. No entanto, para a equação $x^3 - 15x = 4$, tem se $a = -15 < 0$ e $b = -4 < 0$, o que resultou em:

$$x=\sqrt[3]{+\frac{4}{2}+\sqrt{\frac{16}{4}+\frac{3375}{27}}}+\sqrt[3]{+\frac{4}{2}-\sqrt{\frac{16}{4}-\frac{3375}{27}}}$$

$$x=\sqrt[3]{+2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{+2-\sqrt{-121}}$$

Por causa desse resultado, Bombelli acreditava que a equação não deveria ter solução, pois $\sqrt{-121}$ não é um número real. No entanto, ele sabia que x = 4 era um das raízes da equação.

Para superar esse problema, Bombelli tentou encontrar regras para trabalhar com raízes quadradas de números negativos.

Resolveu considerar $\sqrt{-1}$ como um número qualquer e, usando as mesmas regras da álgebra elementar, conseguiu mostrar que $\sqrt[3]{+2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{+2-\sqrt{-121}}$ era a raiz da equação que ele estava tentando resolver.

Bombelli passou a desenvolver regras para operar com esses novos "números" chamando-os de números "fictícios", "impossíveis" ou "imaginários".

A partir daí, os matemáticos passaram a estudar e a trabalhar com raízes quadradas de números negativos de forma cada vez mais sistematizadas. Nesse trabalho, sempre que possível, usavam as mesmas propriedades dos números reais em relação à adição, subtração, à multiplicação...

- 1629 – Albert Girard (1590–1633) escreve as raízes quadradas de números negativos na forma a + b $\sqrt{-1}$; assim, 2 + $\sqrt{-16}$ = 2 + 4 $\sqrt{-1}$.
- 1637 – dada a notação a + b $\sqrt{-1}$, René Descartes (1596–1650) chama a de "parte real" e b de "parte imaginária".
- 1748 – Leonhard Euler (1707–1783) usa a letra **i** para representar $\sqrt{-1}$., assim, uma expressão do tipo 4 + 3 $\sqrt{-1}$ passou a ser escrita como 4 + 3i.
  Mas foi no final do século XVIII e início do século XIX, especialmente a partir dos trabalhos do matemático Karl Friedrich Gauss (1777–1855). Que se passou a chamar os números ganharam o status de campo numérico, merecendo todo um estudo organizado em torno de suas aplicações dentro e fora do interesse da ciência matemática.
  Mas afinal o que são números complexos?

Atividade 2 – Conhecendo os números complexos.

- **Habilidades relacionadas**: Reconhecer a necessidade de ampliação do conjunto dos números reais.
- **Pré-requisitos**: Conhecimento de resolução de equações do 2º grau, na sua forma incompleta e completa, através da fórmula de Bháskara.
- **Tempo de duração**: 100 minutos.
- **Recursos educacionais utilizados**: Quadro e marcador e folha de exercícios.
- **Organização da turma**: Individual.
- **Objetivos**: Proporcionar aos alunos o primeiro contato com os números complexos. Revisar o calculo de equações do 2º grau, que é um conteúdo presente em vários temas no estudo da matemática.
- **Metodologia adotada**: Apresentar algumas equações do 2º grau, para os alunos resolverem, entre elas equações cuja solução não seja real e, a partir disso, justificar a necessidade de ampliar os campos numéricos conhecidos para o campo dos números complexos, já mencionadas na aula anterior, através do texto e vídeo. As questões serão resolvidas pelos alunos, em uma folha de exercícios e corrigidas pelo professor no quadro.

Na correção será sugerido que os alunos troque as atividades, para cada um corrigir uma atividade de um colega. Quando efetuar a correção no quadro, da equação do 2º grau $x^2 + 2x + 5 = 0$, será preciso calcular a raiz quadrada de – 16. Demonstrar que dentro dos conjuntos dos números reais, a solução é impossível, pois não existe um número m real tal que $m^2 = -16$. A partir daí comentar que a necessidade de se obter uma solução para esse problema levou os matemáticos a procurar novos conjuntos em que seja possível resolver esse tipo de questão, assim como aconteceu com os conjuntos naturais, inteiros, racionais e irracionais, também citados na aula anterior através do vídeo apresentado. Aproveitando para citar exemplos dessa evolução dos números no quadro, para maior compreensão. Deve ser dada atenção aos alunos que encontrarem dificuldades nas soluções das atividades propostas, retirando dúvidas que venham dificultar o progresso dos conteúdos seguintes.

Folha de atividades 1 – equações do 2º grau.
Professor Paulo Henrique. Matemática
Aluno: nº
Data: Turma:

1 – Obtenha os coeficiestes **a**, **b** e **c** nas seguintes equações do 2º grau:

a) $5x^2 - 7x - 3 = 0$ a = ____; b = ____ e c =____
b) $-x^2 - 4x + 8 = 0$ a = ____; b = ____ e c =____
c) $x^2 - x - 2 = 0$ a = ____; b = ____ e c =____
d) $-2x^2 + 3x - 11 = 0$ a = ____; b = ____ e c =____
e) $6x^2 + 4 = 0$ a = ____; b = ____ e c =____

2 – Determine o conjunto verdade das equações, sendo U = R:

a) $x^2 - 7x = 0$	b) $3x^2 + 9x = 0$	c) $x^2 - 121 = 0$
d) $2x^2 - 32 = 0$	e) $8x^2 - 8 = 0$	f) $5x^2 + 20 = 0$

g) $-x^2 - x = 0$	h) $12x^2 - 12x = 0$	i) $3x^2 - 75 = 0$

3 – Se você multiplicar um número real x por ele mesmo e do resultado subtrair 14, você vai obter o quíntuplo do número x. Qual é esse número?

4 – Aplicando a fórmula de Bháskara, resolva as seguintes equações do 2º grau.

a) $x^2 - x - 20 = 0$	b) $3x^2 - 7x + 4 = 0$	c) $x^2 - 3x - 4 = 0$
d) $x^2 - 8x + 7 = 0$	e) $9x^2 - 12x + 4 = 0$	f) $x^2 + 2x + 5 = 0$
g) $x^2 - 4x + 5 = 0$	h) $-x^2 + 5x + 6 = 0$	I) $x^2 - 6x + 13 = 0$

Atividade 3 – Números complexos: igualdade entre números complexos e representação geométrica do conjunto dos números complexos.

- **Habilidades relacionadas**: Operações elementares com números complexos, localização de coordenadas no plano.

- **Pré-requisitos**: Saber efetuar cálculo envolvendo equações do 2º grau, conhecimento do plano cartesiano e as coordenadas.

- **Tempo de duração**: 100 minutos.

- **Recursos educacionais utilizados**: Datashow, quadro e marcador .

- **Organização da turma**: Duplas, porém cada um com sua folha de trabalho.

- **Objetivos**: Dar ênfase a definição de números complexos, no significado da igualdade de dois desses números e na sua representação geométrica no plano.

- **Metodologia adotada**: Apresentar o conteúdo no datashow, exemplos de questões resolvidas e propor exercícios de fixação e também que verifique com suas duplas os exercícios da folha de atividades 1. Após os alunos realizarem os exercícios corrigir junto com eles as duas folhas.

Os números complexo

Considerando a equação $x^2 - 6x + 13 = 0$, que não tem soluções reais, pois seu discriminante é $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = -16$.

Vamos procurar as soluções dessa equação completando quadrados.

$X^2 - 6x = -13 \leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = -13 + 9 \leftrightarrow (x-3)^2 = -4$

No conjunto dos números reais, essa equação não teria solução porque não existe $x \in \Re$ tal que $x - 3 = \pm\sqrt{-4}$. No entanto, no conjunto dos números complexos,

$\sqrt{-4} = \sqrt{4.(-1)} = 2\sqrt{-1} = 2i$, e teremos $x - 3 = 2i$; logo:

$$\begin{cases} x-3=-2i \Leftrightarrow x=3+2i \\ ou \\ x-3=-2i \Leftrightarrow x=3-2i \end{cases}$$

Podemos, então dizer que $3 + 2i$ e $3 - 2i$ são as soluções de $x^2 - 6x + 13 = 0$; esses números são chamados de **números complexos**.

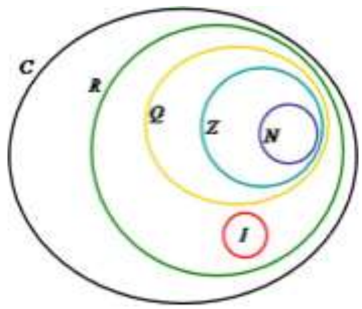
Número complexo é todo par ordenado [a, b] que é escrito na forma $a + bi$, onde a e b são números reais e i é a unidade imaginária, isto é, $i^2 = -1$ ou $i = \sqrt{-1}$.

Essa forma é chamada de **forma algébrica de um número complexo**.

Exemplos:

π + 3i, onde a = π e b = 3
0,5 + 0,2i, onde a = 0,5 e b = 0,2
$(1 - \sqrt{2}) - \sqrt{3}$ i, onde a = $(1 - \sqrt{2})$ e b = $\sqrt{3}$
7i, onde a = 0 e b = 7
4 + 0i, onde a = 4 e b = 0
0´onde a = 0 e b = 0

Dizemos que os números complexos dos exemplos a, b, c e d são imaginários; o do exemplo d é chamado imaginário puro; e os exemplos e e f são reais, assim afirmar que todo número real é também um complexo, logo $\Re \subset C$



Fonte:http://www.essaseoutras.xpg.com.br/wp-content/uploads/2012/02/conjuntos-numericos-desenho-300x257.jpg

Exemplo
1 – Determine x, com $x \in \Re$, de modo que o número complexo 11 + $(x^2 - 36)$i seja real.
Resolução: o número 11 + $(x^2 - 36)$i é real se, e somente se, $x^2 - 36 = 0$, ou seja $x^2 = 36$.
Logo, o número é real se, e somente se, x = 6 ou x = – 6.

2 – Obter x, com $x \in \Re$, para que o número complexo $(x^2 - 49) + (x - 7)$i seja imaginário puro.
Resolução: o número $(x^2 - 49) + (x - 7)$i é imaginário puro se, e somente se:

$$\begin{cases} x^2 - 49 = 0 \\ x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ x \neq 7 \end{cases}$$

Logo, o número é imaginário puro se, e somente se**, x = 7.**

Igualdade entre números complexos
Sendo a + bi e c + di, com (a, b, c e d)$\in \Re$, defini-se:

$$a + bi = c + di \;\Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

Exemplo: Calcule x e y de modo que x + 2y + 4i = 11 + (9x – y)i
Dessa igualdade, temos:

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 9x - y = 4 \end{cases}$$

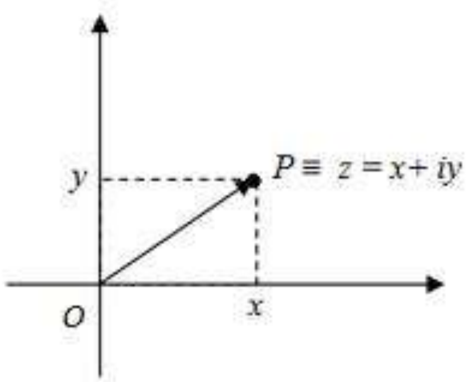
Multiplicando a segunda equação por dois e adicionando a primeira, membro a membro.

$$\begin{cases} x + 2y = 11(I) \\ 18x - 2y = 8(II) \end{cases}$$,temos: 19x = 19 $\Leftrightarrow$ x = 1

Substituindo x = 1 em (I), temos 1 + 2y = 11 e, portanto y = 5.
Logo, os números reais x e y são x = 1 e y = 5.

Representação geométrica de um número complexo

Cada número complexo está associado um único par ordenado, Z = x + yi, $\Leftrightarrow \{x, y\} \subset \Re$, onde x =Re(z) e y = Im(z) de números reais e vice-versa.

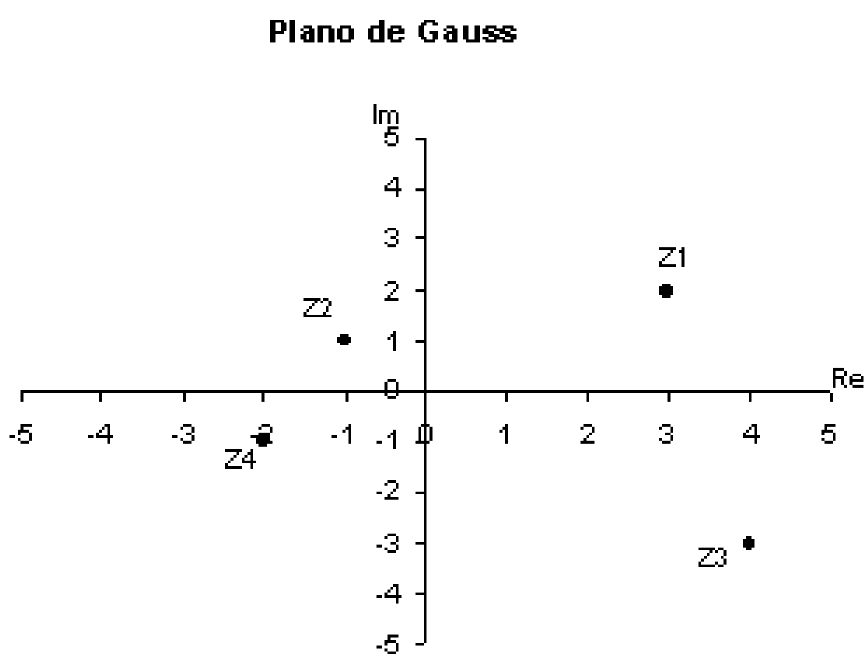


fonte: http://wikiciencias.casadasciencias.org/images/9/97/Afixo_novo_2s.png

O plano no qual representamos os números complexos chama-se **plano complexo**, ou **plano Argand-Gauss**, e o ponto *P*, corresponde a um número complexo z, é chamado de **afixo de z**.

Exemplo: Represente no plano Argand-Gauss as imagens dos seguintes números complexos:

$Z_1 = 3 + 2i$
$Z_2 = -1 + i$
$Z_3 = 4 - 3i$
$Z_4 = -2 - i$



Fonte: http://www.passei.com.br/topicos/matematica/matematica2_arquivos/image063.gif

Folha de atividades 2 – Números complexos.
Professor Paulo Henrique. Matemática
Aluno: nº
Data: Turma:

1 – Classifique as sentenças como V(verdadeiras) e F(falsas):
a) ( ) Todo número real é complexo.
b) ( ) Todo número complexo é real.
c) ( ) $C \cap \Re = Ø$
d) ( ) Se a + 3i = 6 + bi, com $\{a, b\} \subset \Re$, então a + b = 9
e) ( ) Se a + bi e um número imaginário puro, com $\{a, b\} \subset \Re$, então b + ai é real.
f) ( ) Se a + bi e um número real, com $\{a, b\} \subset \Re$, então b + ai é imaginário puro.

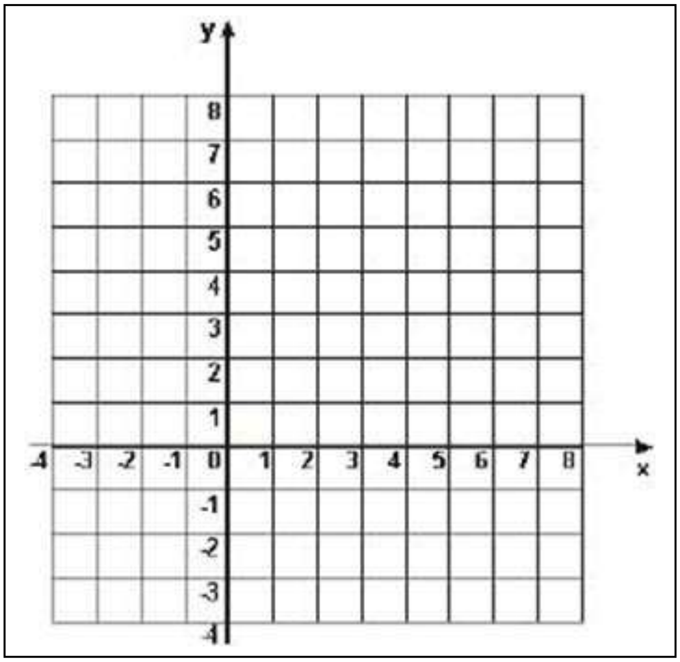
2 – Considerando z = $(x^2 - 4) + (x - 2)i$, com $x \in \Re$, determine x de modo que:
a) z seja um número real.

b) z seja um número imaginário puro.

3) Determine os números reais a e b de modo que $(2^a + b) + (3^a - 2b)i = 10 (a + b)i$

4) Represente no plano complexo as imagens dos seguintes números complexos:

$z_1 = 3 + 2i$ $z_5 = 3$
$z_2 = -3 + 8i$ $z_6 = -2$
$z_3 = -4 - i$ $z_7 = 4i$
$z_4 = 1 - 4i$ $z_8 = -3i$



Atividade 3 – Números complexos: Operações elementares com números complexos.

- **Habilidades relacionadas**: **H36.** Efetuar cálculo envolvendo operações com números complexos na forma algébrica.

- **Pré-requisitos**: Conhecimento das noções básicas de números complexos.

- **Tempo de duração**: 100 minutos.

- **Recursos educacionais utilizados**: Datashow, quadro e marcador .

- **Organização da turma**: Individual.

- **Objetivos**: Permitir ao aluno a oportunidade de operar com números complexos na forma algébrica.

- **Metodologia adotada**: Apresentar o conteúdo no datashow, exemplos de questões resolvidas e propor exercícios de fixação.

Adição: Sendo z = a + bi e w = c + di, com a, b, c e d reais, chama-se de soma de z com w o número complexo: z + w = (a + c) + (b + d)i
Exemplo: Sendo z = 3 + 2i e w = 5 – 7i, temos z + w = (3 + 5) + (2 + (–7))i = 8 – 2i

Subtração: Sendo z = a + bi e w = c + di, com a, b, c e d reais, chama-se de diferença entre z e w o número complexo. z – w = (a – c) + (b – d)i
Exemplo: Sendo z = 8 + 3i e w = 4 + 2i, temos z – w = (8 – 4) + (3 – 2))i = 4 + i

Multiplicação: Sendo z = a + bi e w = c + di, com a, b, c e d reais, chama-se de produto de z por w o número complexo: z . w = (ac – bd) + (ad + bc)i
Observe que z . w = (a + bi) (c + d)i = ac + adi + bci + bdi² (considerando que i² = – 1), temos z . w = ac + adi + bci – bd = (ac – bd) + (ad + bc)i
Exemplo: Sendo z = 2 + 4i e w = 3 + 5i, temos:
z . w = (2 + 4i) (3 + 5i) = 6 + 10i + 12i + 20i² = 6 – 20 + 22i = –14 + 22i
Obs: No caso de z e w serem números reais, o seu produto como nos números complexos coincide com o produto em $\Re$.

Conjugado: Chama-se conjugado do número complexo z = a . bi, com a e b reais, o número complexo a – bi. Indicamos o conjugado de z por $\bar{z}$.
Exemplos:

a) z = 4 + 2i → $\bar{z}$ = 4 – 2i
b) z = – 6 – 3i → $\bar{z}$ = – 6 + 3i
c) z = 8i → $\bar{z}$ = – 8i
d) z = 7 → $\bar{z}$ = 7

Obs: Analisando o produto de um número complexo com seu conjugado, temos

$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 - abi + abi - b^2i^2 = a^2 - b^2(-1) = a^2 + b^2$

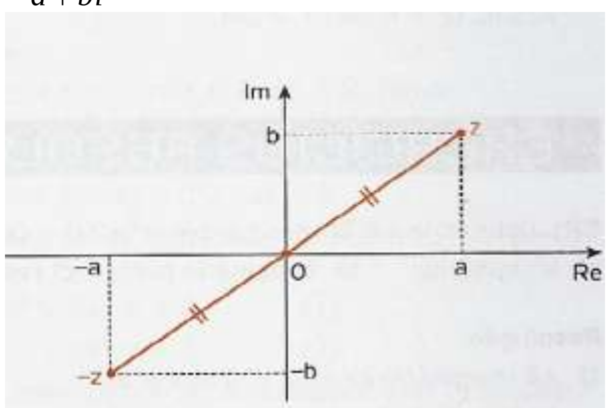
Exemplo:

a) $z = 3 + 4i \rightarrow z \cdot \bar{z} = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
b) $z = 2 - 2i \rightarrow z \cdot \bar{z} = 2^2 + 2^2$
c) $z = 3i \rightarrow z \cdot \bar{z} = 0^2 + 3^2 = 9$

Divisão: Sendo z = a + bi e w = c + di, com a, b, c e d reais, obtemos o quociente entre z e w multiplicando o divisor e o dividendo pelo conjugado do divisor. $z : w = \dfrac{z.\bar{w}}{w.\bar{w}}$

Exemplo: $\dfrac{3+2i}{4-5i} = \dfrac{3+2i}{4-5i} \cdot \dfrac{4+5i}{4+5i} = \dfrac{12+15i+8i+10i^2}{4^2+5^2} = \dfrac{12-10+23i}{16+25} = \dfrac{2}{41} + \dfrac{23i}{41}$

Propriedades: As propriedades da adição e da multiplicação em C são as mesmas dessas operações em $\Re$. Convém destacar o elemento oposto de um número complexo qualquer z = a + bi, com $\{a, b\} \subset \Re$, é o número complexo –z = –a – bi e o elemento inverso de z é o número complexo $z^{-1} = \dfrac{1}{a+bi}$.



Potenciação: Sendo o complexo z = a + bi, temos que a parte imaginária é representada por bi. Considerando i a unidade imaginária, vamos determinar alguns valores de i. Veja:

Qualquer número elevado a zero será sempre 1, então:

$i^0 = 1$

Qualquer número elevado a 1 será ele mesmo, então:

$i^1 = i$

Conforme a regra dos números complexos:

$i^2 = -1$
$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$
$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$
$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$
$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$
$i^7 = i^6 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$
$i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1 \cdot 1 = 1$
$i^9 = i^8 \cdot i = 1 \cdot i = i$
$i^{10} = (i^2)^5 = (-1)^5 = -1$

Propriedades da potenciação:

P1. $w^n + w^m = w^{n+m}$
P2 $w^n : w^m = w^{n-m}$
P3 $(w^n)^m = w^{n.m}$
P4 $(wv)^n = w^n v^n$
P5 $\left(\dfrac{w}{v}\right)^n = \dfrac{w^n}{v^n}$

A partir da potência i^4 as outras vão se repetindo de 4 em 4, para calcularmos i^n (n um número inteiro qualquer), para calcularmos por exemplo a potência i^{343}, iremos dividir o expoente n por 4. No caso do exemplo, iremos dividir 343 por 4, irá sobrar um resto r igual a 3, assim, podemos concluir que:

$\boldsymbol{i^n = i^r}$
$i^{343} = i^3$, portanto $i^{343} = -i$

Exemplo 1
Aplicando as propriedades da potência, calcule $(2 - 2i)^6$.
Podemos fatorar o expoente da seguinte forma:

$[(2 - 2i)^2]^3 =$
$[2^2 - 2 \,.\, 2 \,.\, (2i) + (2i)^2]^3$
$[4 - 8i + 4i^2]^3 =$
$[4 - 8i + 4 \,.\, (-1)]^3 =$
$[4 - 8i - 4]^3 =$
$[-8i]^3 =$
$-512 \,.\, i^3 =$
$-512 \,.\, (-i) =$
$+512i$

Exemplo 2
Para calcularmos a seguinte soma: i 1993 + i 1994 + i 1995, devemos dividir cada expoente por 4 utilizando a seguinte propriedade $\boldsymbol{i^n = i^r}$.
Dividindo 1993 por 4, termos como resto 1; dividindo 1994 por 4, teremos resto 2; dividindo 1995 por 4, teremos resto 3, substituindo os expoentes 1993, 1994 e 1995 (aplicando a propriedade in = ir) pelos seus respectivos restos, teremos:

$i^1 + i^2 + i^3 =$
$i + (-1) + (-i) =$
$i - 1 - i =$
$-1 + i - i = -1$

Portanto, $i^{1993} + i^{1994} + i^{1995} = -1$. Para descobrir, por exemplo, qual era o valor da potência i^{243}, basta observar o seguinte: nas potências acima elas repetem-se de 4 em 4, então basta dividirmos 243 por 4, o resto será 3 então i^{243} será o mesmo que i^3, portanto $i^{243} = -i$.

Podemos concluir que $i^n = i^r$, onde r é o resto da divisão.Fonte: http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/potencia-i.htm acesso 04/08/2012.

Exemplo 3
Sendo z = i, calcule z^{-1}

$$i^{-1} = \frac{1}{i} = \frac{1.(-i)}{i.(-i)} = \frac{-i}{-i^2} = -i$$

Folha de atividades 4 – Números complexos.

Folha de atividades 3 – Números complexos.
Professor Paulo Henrique. Matemática
Aluno: nº
Data: Turma:

1 – Considere os números complexos $Z_1 = 2 + 3i$ e $Z_2 = 1 - 4i$, calcule:

a) $Z_1 + Z_2 =$

b) $Z_1 - Z_2 =$

c) $Z_2 \cdot Z_1 =$

d) $\frac{Z_1}{Z_2} =$

2 – (Fafi/BH-MG) O conjugado de $Z = (2 + 3i).(5 - 2i)$ é:

a) $16 + 11i$
b) $16 - 11i$
c) $10 - 6i$
d) $10 + 6i$

3 – Sendo $z = 2i$ e $w = 1 - i$, calcule:

a) z^2
b) z^3
c) z^{-1}
d) z^8
e) w^2
f) w^3
g) w^{-1}
h) w^8

4 – Calcule o valor da expressão:

$i^{35} + i^{73} - i^{962} + i^{-80}$

5 – (UFRS) A forma de a + bi de $z = \frac{1+2i}{1-i}$ é:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

b) $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

c) $-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}i$

d) $-\frac{1}{2} - \frac{2}{3}i$

e) $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

6 – Considerando $z = (x^2 - 25) + (x - 5)i$, com $x \in \Re$, determine x de modo que z seja imaginário puro..

3- Avaliação:

A avaliação envolve aluno e professor e deve ser realizada de maneira que ambos possam avaliar o quanto se desenvolveu cada uma das competências relacionadas aos temas estudados. As folhas de atividades, realizadas durante o desenvolvimento do plano de trabalho devem ser pontuadas, conforme critérios previamente apresentados, assim como uma folha de resumo que deverá ser apresentada pelos alunos, e uma avaliação escrita individual (100 minutos) também deve ser aplicada para investigação da capacidade de utilização de conhecimentos adquiridos e raciocínio lógico para resolver problemas relacionados aos temas estudados.

A avaliação escrita deve conter questões de provas anteriores do SAERJINHO, e deve ser incluído como avaliação as questões relacionadas aos temas que constarem na prova do SAERJINHO realizada pelos alunos.

O plano de trabalho apresentado foi preparado levando em consideração o tempo disponível de aulas para as turmas 3001 e 3002 do CIEP 224 – Tarso de Castro. no ano letivo em curso (2012) e o grau de conhecimento dos alunos. Sendo utilizada a sala de multimídia da escola como forma de motivação e dinamismo. Vale ressaltar que poderão ser acrescentados alguns detalhes em momentos oportunos.

4- Fonte de pesquisa:

ROTEIROS DE AÇÃO – Números complexos – Curso de Aperfeiçoamento oferecido por CECIERJ referente ao 3º ano do Ensino Médio – 3º bimestre/2012.
http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ acessado em 31/08/2012.

Matemática, volume 3 – Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz.
Ed Saraiva – São Paulo – 6ª edição 2010.

Matemática, volume 3 – Manoel Paiva
Ed Moderna – São Paulo – 1ª edição 2004.

Endereços eletrônicos acessados de 31/08/2012 a 04/08/2012, citados ao longo do trabalho:

http://www.essaseoutras.xpg.com.br/wp-content/uploads/2012/02/conjuntos-numericos-desenho-300x257.jpg
http://wikiciencias.casadasciencias.org/images/9/97/Afixo_novo_2s.png
http://www.passei.com.br/topicos/matematica/matematica2_arquivos/image063.gif
http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/potencia-i.htm
http://www.youtube.com/watch?v=iFoG9T2kEmk&feature=player_detailpage