

Planejamento sobre Esferas.



Formação continuada para professores de matemática Fundação CECIERJ/SEEDUC-RJ

Colégio: E.E Lucas da Silva - 2ºano turma 2001

Prof: Heloiza Helena Rafael de Souza

Tutor:Edeson

Grupo: 01

Introdução

A parte geométrica da matemática é tão envolvente que estamos comumente rodeados de sólidos geométricos em nosso cotidiano e muitas das vezes não temos a noção de tal fato.

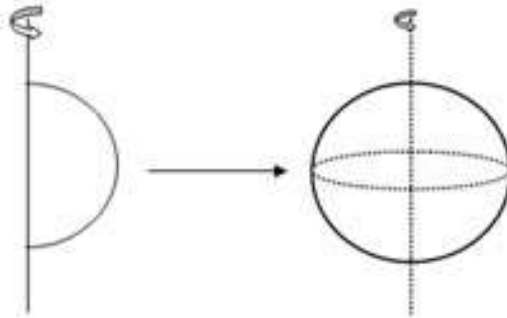
Desde de muitos anos atrás a geometria espacial exercem fascinação entre os homens e o que tentaremos com esse plano de trabalho e levar esse fascínio para realidade de nossos alunos estudando de forma a não somente decorar formulas mais dando aplicações práticas a este conteúdo.

Este plano de trabalho deverá ter a duração de 12 aulas de 50 minutos cada ,onde terão atividades em sala de aula onde o discente construirá seus conhecimentos.

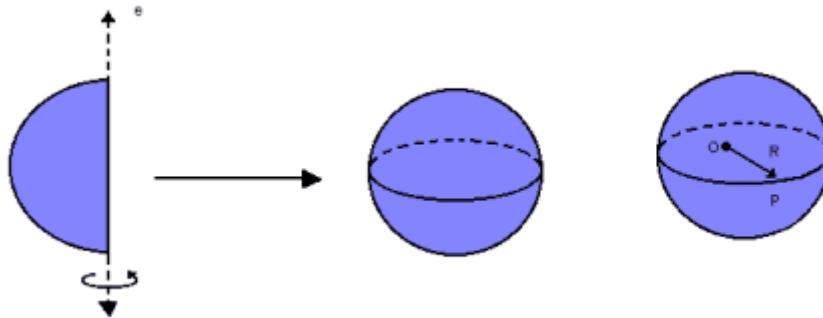
Esferas e Superfície esférica

Deverá ser destinado 4
tempos para explica-
ção desta parte teórica

Esfera é um sólido gerado pela rotação de 360° de um semicírculo em torno de um eixo que contem seu diâmetro.



Superfície esférica é o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao ponto O é igual ao raio R . Se considerarmos a rotação completa de uma semicircunferência em torno de seu diâmetro, a superfície esférica é o resultado dessa rotação.



Exemplos de esferas e superfícies esféricas no cotidiano

SUPERFÍCIES ESFÉRICAS



Bolas de Futebol



Bola de Basquetebol



Bola de Baisebol



Bola de Ténis

ESFERAS



Bolas de Bilhar e Snooker



Bola de Golfe



Bola de Bowling

Volume da esfera



Arquimedes usou o seguinte conceito para deduzir a fórmula do volume da esfera:

“O volume de um corpo é igual ao volume do líquido deslocado quando mergulhado o corpo nesse líquido”

Arquimedes pegou um cilindro de raio r , e encheu de líquido. Colocou um recipiente por baixo do cilindro e, em seguida, colocou dentro do cilindro uma esfera de raio r . Ao fazê-lo, o líquido transbordou para o recipiente. Verificou assim que o líquido da esfera ocupava $\frac{2}{3}$ do cilindro.



$$V_{\text{esfera}} = \frac{2}{3} \cdot V_{\text{cilindro}} = \frac{2}{3} \cdot A_b \cdot h = \frac{2}{3} \pi r^2 \cdot 2r = \frac{4\pi r^2}{3}$$

Desta forma temos que:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4\pi r^2}{3}$$

Analizando o conteúdo por vídeos.



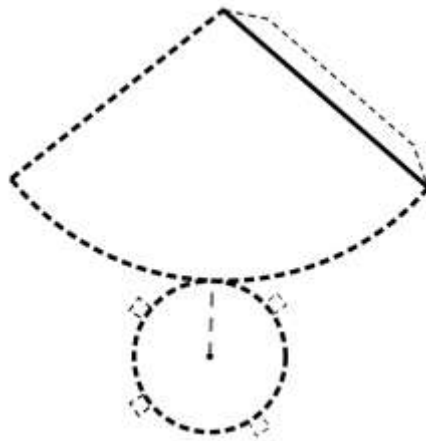
Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=gAe-bmj-rIQ>

Roteiro de Ação 2

Volume da Esfera a partir de outros volumes

- *DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos*
- *ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática*
- *ASSUNTO: Geometria Espacial _ Esfera*
- *OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de volume da esfera a partir da comparação com o volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.*
PRÉ-REQUISITOS: Volume do Cone
- *MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, folhas com as cópias das planificações, cartolina, lápis, cola, régua, tesoura, bola de isopor de raio 10 cm, arroz.*
- *ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em grupos de 3 a 4 alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.*
- *DESCRITORES ASSOCIADOS:*
H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

1) Recorte, monte e cole a planificação que você recebeu do seu professor. Não cole a base!!!!!!



- 2) Que sólido geométrico você construiu? Não se esqueça de citar nome e sobrenome do sólido!!!
- 3) Com o auxílio de uma régua, meça a altura e o raio da base do cone construído. Que valores você encontrou?
- 4) Agora, meça o raio da semiesfera. Que valor você encontrou?
- 5) O que podemos afirmar em relação à medida da altura do cone, do raio de sua base e do raio da semiesfera? Eles são iguais? Discuta com os seus colegas.

- 6) Vamos encher a semiesfera com o arroz? Para isso, utilize o cone, enchendo-o e despejando o seu conteúdo na semiesfera, até completá-la. Quantas vezes você repetiu este processo?
- 7) Se tivéssemos uma esfera inteira, seriam necessários _____ cones para enchê-la.
- 8) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera em relação ao volume do cone?
- 9) Você lembra a fórmula do volume do cone? Vamos escrevê-la?
- 10) E como ficaria a fórmula do volume da esfera, a partir do que você descobriu no item 8)?
- 11) Agora que você já sabe como calcular o volume da esfera, diga qual é o volume da semiesfera que você recebeu? Use a medida do raio que você encontrou no item 4.
- 12) E se for uma esfera inteira, qual seria o volume?
- 13) Calcule também o volume do cone que você montou. Que valor você encontrou? É o mesmo que o de seu colega?
- 14) Vamos preencher a tabela abaixo com as informações que você obteve nos itens anteriores?

Sólido	Raio	Volume
Cone		
Esfera		

Deverá ser destinado 2 tempos realização do exercício.

Exercícios para Fixação

Exercício 1

Uma esfera possui raio medindo 5 cm. Determine o volume dessa esfera.

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 5^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 125}{3}$$

$$V = \frac{1570}{3}$$

$$V \cong 523,33 \text{ cm}^3$$

A esfera possui 523,33 cm³ de volume.

Exercício 2

Duas esferas metálicas de raios r e $2r$ são fundidas e moldadas em forma de um cilindro de altura $3r$.

Qual é o raio R do cilindro?

Volume da esfera metálica de raio r Volume da esfera metálica de raio $2r$

Exercício 3

Vamos considerar que o raio do planeta Terra meça, aproximadamente, 6380 km. Determine o volume do planeta.



$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 6380^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 259.694.072.000}{3}$$

$$V = \frac{3.261.757.544.320}{3}$$

$$V = 1.087.252.514.773,33 \text{ km}^3$$

Exercício 4

Uma fábrica de bombons deseja produzir 20 000 unidades no formato de uma esfera de raio 1 cm. Determine o volume de cada bombom e a quantidade de chocolate necessária para produzir esse número de bombons.

Volume de cada bombom

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8r^3}{3}$$

Somar os volumes das esferas

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} + \frac{4 \cdot \pi \cdot 8r^3}{3} \rightarrow \frac{36 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \rightarrow 12 \cdot \pi \cdot r^3$$

Volume do cilindro será igual ao volume das esferas.

Volume do cilindro = $\pi \cdot r^2 \cdot h$, onde altura igual a $3r$. Vamos determinar o raio R do cilindro.

$$\pi \cdot R^2 \cdot 3r = 12 \cdot \pi \cdot r^3$$

$$R^2 = 12 \cdot r^3 / 3r$$

$$R^2 = 4r^2$$

$$R = 2r$$

Temos que o raio do cilindro é $2r$.

$$V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1^3}{3}$$

$$V = 4,18 \text{ cm}^3$$

A quantidade de chocolate necessária para a produção das 20 000 unidades é de:

$$4,18 \cdot 20\,000 = 83\,600 \text{ cm}^3$$

Sabemos que $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$, então $83\,600 \text{ cm}^3$ corresponde a $83\,600 \text{ ml}$ de chocolate ou $83,6$ quilos.

A fábrica irá gastar $83,6$ quilos de chocolate, e o volume de cada bombom será de $4,18 \text{ cm}^3$.

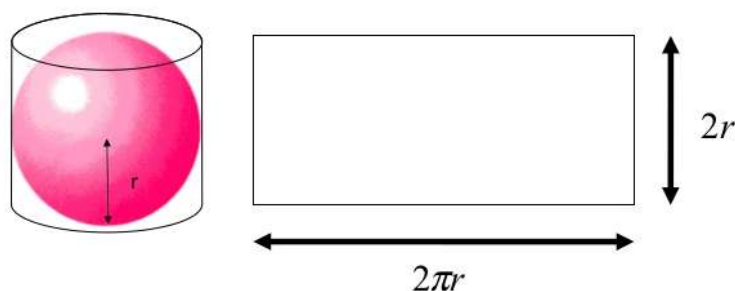
Momento desafio

Considere a Terra como uma esfera de raio 6.370 km . Qual é sua área superficial?
Descobrir a área da superfície coberta de água, sabendo que ela corresponde a aproximadamente $\frac{3}{4}$ da superfície total.

Deverá ser destinado 2 tempos para explicação desta parte teórica

Área da superfície esférica

A área da superfície esférica também não tem uma expressão facilmente dedutível. Foi aí que Arquimedes descobriu que esta área é igual à área lateral do cilindro que circunscreve a esfera.



$$A_{\text{sup.esferica}} = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2$$

Roteiro de Ação 4

Muito ou pouco couro para as bolas de futebol?

- DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos
- ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

- *ASSUNTO: Geometria Espacial _ Esfera*
- *OBJETIVOS: Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da idéia de volume de esfera e do volume de outros sólidos geométricos já conhecidos.*
- *PRÉ-REQUISITOS: Volume da esfera e volume da pirâmide*
- *MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, papel A4, bola de isopor de diâmetro 250mm, régua, lápis.*
- *ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: Turma disposta em grupos de três ou quatro alunos, propiciando trabalho organizado e colaborativo.*
- *DESCRITORES ASSOCIADOS:*
H24 - Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
H25 - Resolver problemas envolvendo noções de volume.

A bola de futebol é usada para a prática do esporte nas suas diversas variações. Normalmente são fabricadas em couro sintético, pois sua espessura varia muito menos do que a do couro natural, e consiste de várias camadas que são revestidas com uma cobertura à prova d'água. As bolas são finalizadas, tradicionalmente, à mão por costureiros habilidosos, apesar de que, cada vez mais as bolas são produzidas por máquinas.

É um dos principais ícones do esporte, sendo universalmente reconhecida como símbolo do mesmo. Estima-se que sejam produzidas anualmente 40 milhões de bolas de futebol no mundo, número que sobe para 60 milhões em anos de Copa do Mundo de futebol.



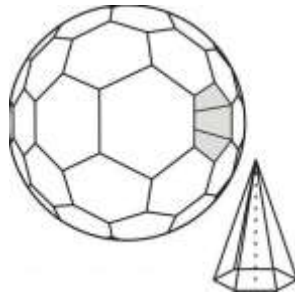
Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Football_Pallo_valmiina-cropped.jpg

Atividade

- 1) Imagine que você irá montar uma pequena fábrica de bolas de futebol e precisa saber quanto de tecido (nesse caso, couro) é gasto na fabricação de uma bola. Você tem algum palpite? Troque uma ideia com seu colega.
- 2) Vamos fazer uma estimativa da quantidade de couro necessária para fabricar uma bola? Para isso, usaremos uma bola de isopor do tamanho aproximado de uma bola de futebol. Pegue as folhas de papel A4 e cubra toda a bola, de forma que fique o mais perfeito possível e gaste a menor quantidade de papel.
- 3) Com uma régua, meça o comprimento e a largura do papel gasto e, em seguida, calcule sua área. Quanto de papel você precisou?

Caso os alunos tenham dificuldades em calcular a área do papel A4 utilizado, lembre-os que se

- 4) Imagine que a superfície de uma bola de futebol é composta por uma infinidade de hexágonos e seu interior não é oco. Fatiaremos a bola, de forma a obter pirâmides cujas bases formam a superfície esférica e os vértices se encontram no centro da esfera, como mostra a figura a seguir.



Fonte: <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br>

- 5) Como podemos escrever a área da superfície da esfera em função da área dos polígonos que a compõem?
- 6) E quanto ao volume da esfera, como podemos escrevê-lo em função do volume dos sólidos que a compõem?
- 7) Você lembra como é a fórmula do volume da pirâmide? Converse com seus colegas e escreva-a.
- 8) Observe novamente a figura do item 4. O que podemos afirmar quanto à altura da pirâmide? Não esqueça que cada pirâmide tem como vértice o centro da bola e a base compõe a superfície esférica.
- 9) Então, como podemos escrever a fórmula do volume da pirâmide em função do raio da esfera?
- 10) Agora que você já sabe que o volume da esfera é igual à soma do volume das n pirâmides, tente reescrevê-lo em função do raio da esfera.
- 11) Com as respostas obtidas nos itens 5 e 11, reescreva o volume da esfera.
- 12) Você já sabe calcular o volume da esfera, correto? Qual é a fórmula para este cálculo?
- 13) O que podemos afirmar sobre o volume da esfera, considerando os itens 12 e 13? Existe alguma relação nas respostas dadas nestes itens?
- 14) E a que conclusão podemos chegar quanto a área da esfera?
- 15) Agora que você já sabe como calcular a área da superfície esférica, e considerando, preencha a tabela abaixo.

Raio da esfera	Área
1	
2	
4	
8	
16	

- 16) Vamos voltar ao problema inicial? Meça o raio da bola de isopor e responda: quanto de couro será necessário para recobrir a esfera, melhor, a bola de futebol?

AVALIAÇÃO

A avaliação será mediante os roteiros de ação realizados na sala de aula sendo que as atividades dos roteiros serão realizadas em dupla para que existirá uma ajuda mútua para o entendimento do conteúdo juntamente com os exercícios do livro didático adotado pelo colégio.

CONCLUSÃO

Este trabalho tem a finalidade de apresentar o conteúdo de forma mais lúdica onde o aluno irá construir seu conhecimento entendendo os conceitos que estão escondidos atrás de várias fórmulas, espero que após este conteúdo ele veja o conteúdo de esferas com outros olhos percebendo que nós estamos envolvidos em um mundo em que a geometria se apresenta todos os dias.

Referência Bibliografia

- ✍️ Imagens de superfície esférica e esfera disponível em <http://ilmc.no.sapo.pt/spee/#Exemplos/>
Acesso 29/10/13.
- ✍️ Matemática :Ciências e aplicação ,1:ensino médio/Gelson Iezzi,6ed.São Paulo:Sarava,2010
- ✍️ Matemática: Uma nova abordagem,vol.1/Giovanni,Bonjorno-São Paulo :FTD2000
- ✍️ Roteiro de Ação 2 Volume da Esfera a partir de outros volumes
- ✍️ Roteiro de Ação 4- Muito ou pouco couro para as bolas de futebol?
- ✍️ Superfície esférica disponível em <http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial23.php>
Acesso 05/11/13
- ✍️ Vídeo sobre volumes disponíveis em <http://www.youtube.com/watch?v=gAe-bmj-rIQ>
Acesso 02/11/13
- ✍️ Volume da esfera disponível em: <http://www.mundoeducacao.com/matematica/volume-esfera.htm>
Acesso04/11/13