FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: C.E. JANUARIO DE TOLEDO PIZZA
PROFESSOR: MAURICIO SÁVIO DIAS DE SOUZA
MATRÍCULA: 0920004-9/0914695-2
SÉRIE: 1º ANO – ENSINO MÉDIO
TUTOR: JOSE LUIS MIRANDA ANTUNES - GRUPO 03

PLANO DE TRABALHO TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA

MAURICIO SÁVIO DIAS DE SOUZA
mau.s@uol.com.br

1. Introdução:

O aluno precisa ver a matemática como um assunto útil e prático, apreciando o seu poder. Precisa perceber que ela está presente em praticamente tudo e é aplicada para resolver problemas do mundo real e entender uma grande variedade de fenômenos.

Os estudos sobre Trigonometria estão associados à figura do triângulo retângulo e ao círculo ou ciclo trigonométrico. Nas situações envolvendo o círculo, o aluno precisa ter conhecimento dos elementos que compõem a circunferência trigonométrica.

A abordagem da trigonometria na circunferência deve ser através de exemplos práticos de forma que o aluno identifique e interprete alguns problemas que envolvam a trigonometria no cotidiano.

O aprendizado desse conteúdo leva ao aluno um entendimento mais claro e óbvio quando se depararem com conteúdos algébricos mais aprofundados nas séries seguintes.

2. Estratégias adotadas no Plano de Trabalho:

Todo o Plano ocorrerá durante 02 semanas, preenchendo um total de 08 aulas, ou seja, 400 minutos, seguindo o cronograma abaixo:

SEMANA	AULA	DURAÇÃO	ATIVIDADE
1	1 e 2	100 min	REVISANDO TRIGONOMETRIA
	3 e 4	100 min	CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO COSSENO
	5 e 6	100 min	VÍDEO-AULAS
2	7 e 8	100 min	ATIVIDADES

Aula 1 e 2 – REVISANDO TRIGONOMETRIA

- **Habilidade relacionada:**

– Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.

– Utilizar relações métricas no triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

- **Pré-requisitos:**

- Triângulos e retângulos;
- As razões trigonométricas no triângulo retângulo;
- Arcos e ângulos;
- Teorema de Pitágoras.

- **Tempo de Duração:**

- 100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados**

- Folha de atividades, lousa, caneta para quadro branco, régua, compasso, lápis, borracha e caderno.

- **Organização da turma:**

- Em dupla e/ou trio a fim de se obter um trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

- Definir o conceito de Seno, cosseno, tangente, cotangente, cossecante e secante;

- Definir o conceito de Seno, cosseno, tangente, cotangente, cossecante e secante;

- Construir os gráficos das funções anteriores utilizando os métodos de cálculo, régua e compasso, bem como também o*software* CÍRCULO TRIGONOMÉTICO.

- Analisar o comportamento das funções anteriormente citadas através das construções gráficas;

- Identificar os valores para sen x, cos x, tg x, cotg x, sec x e cossec x, sem auxilio das calculadoras, ou seja, calculando através das formulas obtidas com as demonstrações apresentadas pelo mediador;

- Identificar a importância dos eixos e do ciclo trigonométrico para os cálculos, através das representações feitas com régua e compasso;

-Perceber as aplicabilidades deste conteúdo na vida real, como por exemplo, aplicação de trigonometria em cálculos de ângulos e distâncias que podem ser utilizados para calcular a distância entre planetas, cidades, objetos, altura, força, entre outros, através das explicações e também   das simulações apresentadas em exercícios;

- **Metodologia adotada:**

Com a folha de atividades e com o uso do caderno, verificar se os alunos dominam os pré-requisitos citados anteriormente, trabalhá-los para que fique apto para a introdução do novo conteúdo. Propor a resolução de uma situação-problema. Estabelecer o contrato didático, que delimitará a formação de equipes e como ocorrerão as aulas e formas de avaliação.

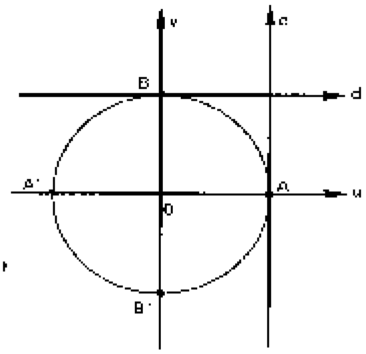
Aula 1 e 2 – REVISANDO TRIGONOMETRIA

COLÉGIO ESTADUAL JANUARIO DE TOLEDO PIZZA
VALÃO DO BARRO- SÃO SEBASTIÃO DO ALTO – RJ
PROF.: MAURÍCIO SÁVIO
ALUNO:___________________Nº_____ DATA:____/____/2012
TURMA :1002

MATEMÁTICA

1.Noções gerais

Consideremos um ciclo trigonométrico de origem ***A*** e raio $\overline{OA}$, $\overline{OA}$=1.



u, é o eixo dos cossenos com direção $\overline{OA}$ e sentido positivo.

v, é o eixo dos senos com direção $\overline{OB}$ e sentido positivo.

c, é o eixo das tangentes, passa por A e é paralelo a v.

d, é o eixo das cotangentes, passa pelo ponto B e é paralelo a u.

u e v dividem a circunferência em quatro partes que chamamos de quadrante, dado um número *x*, para localizar um ponto P de *x* no ciclo verificamos se,

x está no 1° quadrante $\Leftrightarrow$ P $\in$ AB
x está no 2° quadrante $\Leftrightarrow$ P$\in$ BA'
x está no 3° quadrante $\Leftrightarrow$ P$\in$ A'B'
x está no 4° quadrante $\Leftrightarrow$ P$\in$ B'A

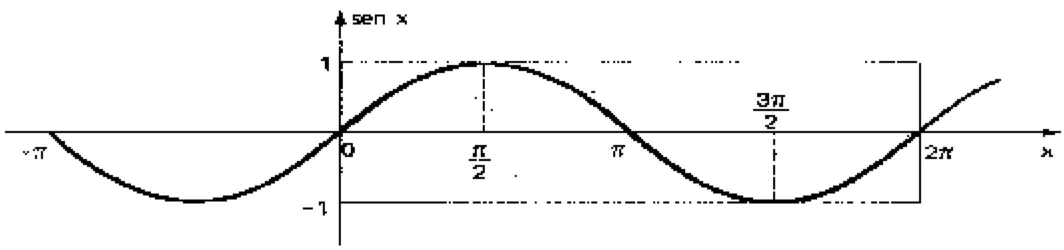
2.Seno

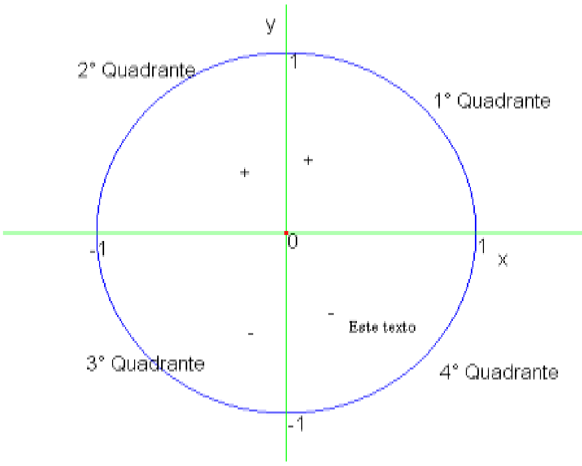
Dado um número real *x* que pertença ao intervalo de 0 a 2π, sendo *P* sua imagem no ciclo. Seno de *x* é a projeção deste ponto no eixo dos senos.

- Como o 1° e o 2° quadrante estão acima do valor 0 para o eixo v, então seus valores para seno de x são positivos, o contrário acontece no 3° e 4° quadrantes.
- Como os valores de seno iniciam em 0 e crescem para 1, decrescem para o, depois decrescem para -1e por fim crescem para 0.

Temos a seguinte tabela, o gráfico e o ciclo:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$3\frac{\pi}{2}$		2π
Sen x	0	Cresce	1	Decresce	0	Decresce	-1	Cresce	0
Sen x		+		+		-		-	





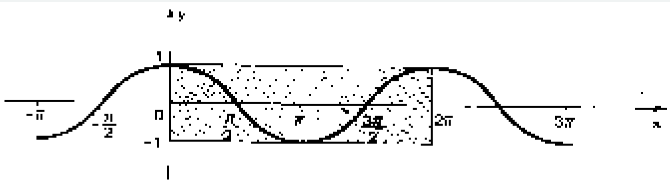
3. Cosseno

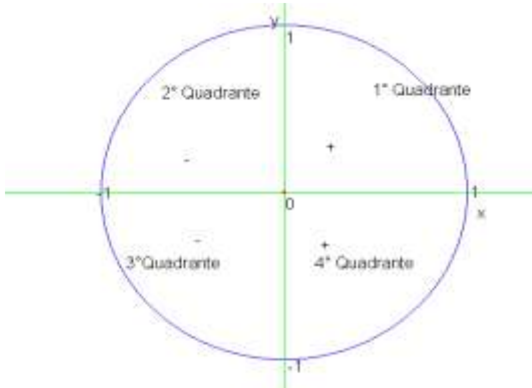
Dado um número real *x* que pertença ao intervalo de 0 a 2π , sendo *P* sua imagem no ciclo. Cosseno de *x* é a projeção deste ponto no eixo dos cossenos.

- Como o 1° e o 4° quadrante estão acima do valor 0 para o eixo u, então seus valores para cosseno de x são positivos, o contrário acontece no 2° e 3° quadrantes.
- Como os valores de cosseno iniciam em 1 e decrescem para 0, decrescem para -1, depois crescem para 0e por fim crescem para 1.

Temos a seguinte tabela, o gráfico e o ciclo:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$3\frac{\pi}{2}$		2π
Cosseno x	1	decresce	0	Decresce	-1	cresce	0	cresce	1
Cosseno x		+		-		-		+	





4. Tangente

Dado um número real *x* que pertença ao intervalo de 0 a 2π , *x*≠ $\frac{\pi}{2}$ e *x* ≠ $\frac{3\pi}{2}$, sendo *P* sua imagem no ciclo. Seja *T* o ponto de intersecção da reta $\overline{OP}$ com o eixo das tangentes, Tangente de *x* é a medida de $\overline{AT}$.

Exemplo:

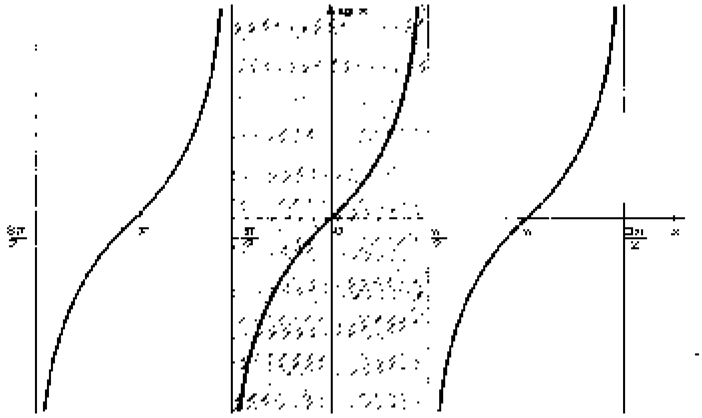
Para quais valores a Tangente de *x* não está definida? Justifique.

A tangente não esta definida para $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$ porque a reta $\overline{OP}$ fica paralela ao eixo das tangentes.

A tangente de *x* será crescente em todos os quadrantes, Positiva no 1° e 3° quadrantes, e será negativa no 2° e 4° quadrantes.

Temos a seguinte tabela e o gráfico:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
tg x	0	cresce	$\nexists$	cresce	0	cresce	$\nexists$	cresce	0



5. Cotangente

Dado um número real *x* que pertença ao intervalo de 0 a 2π, $x \neq 0$ e $x \neq \pi$ e $x \neq 2\pi$, sendo *P* sua imagem no ciclo. Seja *D* o ponto de intersecção da reta $\overline{OP}$ com o eixo das cotangentes, cotangente de *x* é a medida de $\overline{BD}$.

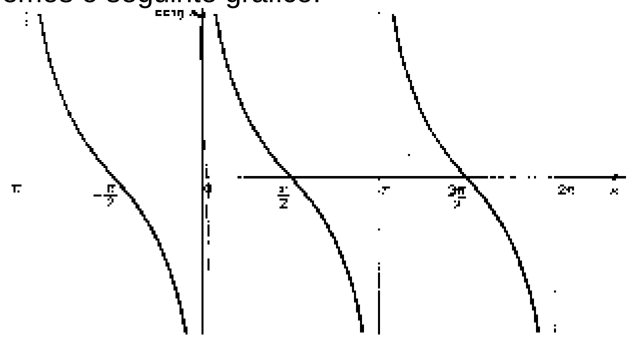
Exemplo:

Para quais valores a cotangente de *x* não está definida? Justifique.

A cotangente não esta definida para 0, π e 2π porque a reta $\overline{OP}$ fica paralela ao eixo das cotangentes.

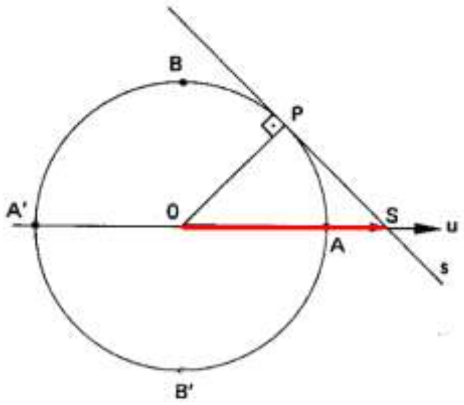
A cotangente de *x* será decrescente em todos os quadrantes, Positiva no 1° e 3° quadrantes, e será negativa no 2° e 4° quadrantes.

Temos o seguinte gráfico:



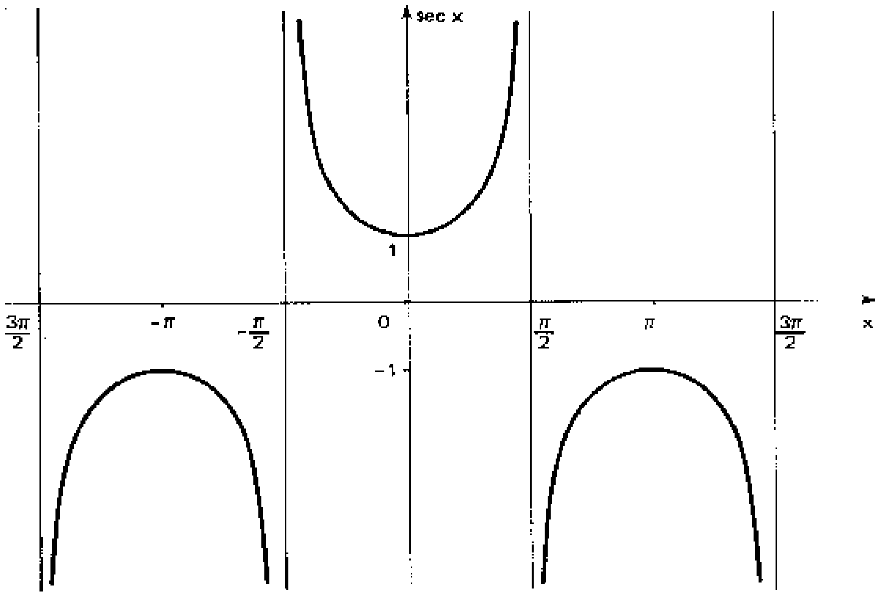
5. Secante

Dado um número real $x\in[0,2\pi], x\notin\left\{\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right\}$, seja P sua imagem no ciclo, consideremos a reta s tangente ao ciclo no ponto P e seja S sua intersecção com o eixo dos cossenos, secante de x será a abscissa OS do ponto S.



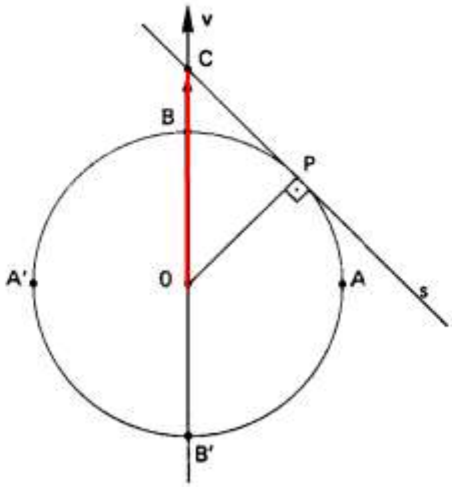
Exemplo:
Para quais valores a secante de *x* não está definida? Justifique.

A secante de *x* não está definida para $\frac{\pi}{2} ou \frac{3\pi}{2}$, P está em B ou B', então a reta s fica paralela ao eixo dos cossenos, como neste caso não existe o ponto S a *sec x* não está definida.
Se x estiver no 1° ou no 4° quadrante, sec x é positiva, nos demais a sec de x é negativa.
No Primeiro ou Segundo quadrante sec x será crescente, nos demais será decrescente.
Temos o seguinte gráfico:



6. Cossecante

Dado um número real $x \in [0, 2\pi], x \notin \{0, \pi, 2\pi\}$, seja P sua imagem no ciclo, consideremos a reta s tangente ao ciclo no ponto P e seja C sua intersecção com o eixo dos senos, cossecante de x será a ordenada *OC* do ponto C.



Exemplo:

Para quais valores a cossecante de *x* não está definida? Justifique.

A cossecante de *x* não está definida para $\{0, \pi, 2\pi\}$, P está em A ou A', então a reta s fica paralela ao eixo dos senos, como neste caso não existe o ponto C a *cossec x* não está definida.

Se x estiver no 1° ou no 2° quadrante, cossec x é positiva, nos demais a cossec de x é negativa.

No Segundo ou terceiro quadrante cossec x será crescente, nos demais será decrescente.

ATIVIDADES

1-Esboce o gráfico de sen x com o auxilio da régua e compasso a forma o ciclo trigonométrico com seus quadrantes e se são positivos ou negativos, crescentes ou decrescentes.

2-Esboce o gráfico de tg x com o auxilio da régua e compasso a forma o ciclo trigonométrico com seus quadrantes e se são positivos ou negativos, crescentes ou decrescentes.

3-Através da visualização gráfica (régua e compasso ou *software*) justifique porque não existe tg π/2.

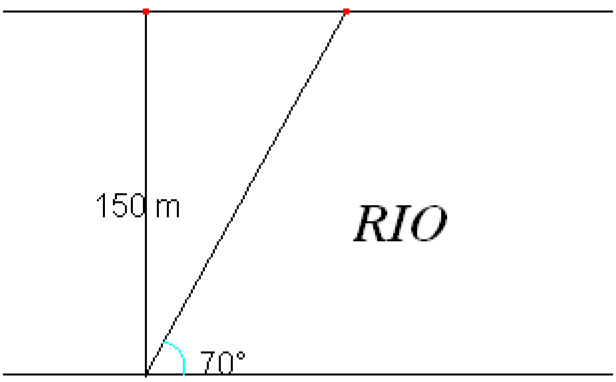
4-Escreva sobre o domínio da função cotg x e justifique-o, utilizando o gráfico.

5-Compare o gráfico da função cotg x e tg x (usando egua e compasso ou *software*).

6-compare os gráficos de sec x e cossec x (usando egua e compasso ou *software*).

7-Escolha seis ângulos e calcule através do Circulo Trigonométrico seus valores para sen x, tg x, cotg x.

8-Um barco atravessa o rio Paraguai de 150 m de largura, seguindo uma direção que forma 70° com a margem de partida. a) Qual a distância percorrida pelo barco? b) Quantos metros, em relação ao ponto de partida, ele se desloca da margem do rio?



9-Um avião levanta vôo no aeroporto de Barra do Bugres e sobe fazendo um ângulo constante de 15° com a horizontal. A partir de algum tempo ele sobrevoará rodoviaria

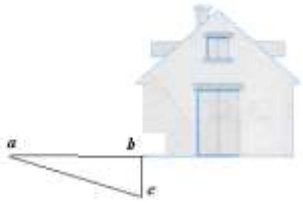
A) Faça um desenho esquematizando o problema.

B) Retire do problema e anote as informações úteis.

C) Calcule a distância percorrida pelo avião quando ele esta sobre a rodoviária.

D) Calcule a altura desse avião quando ele sobrevoa a rodoviária.

10-O acesso a uma garagem de uma casa, situada no subsolo, é feito por uma rampa, conforme nos mostra o desenho. Sabe-se que a rampa AC tem 10,25 m de comprimento. Qual a distância AB entre o portão(a) e a entrada da casa(b), sabendo que o ângulo entre a rampa e o seguimento AB é 25°?



Aula 3 e 4 – Construção do gráfico da Função Cosseno

- **Habilidade relacionada:**

  – Conhecer o gráfico da função cosseno

- **Pré-requisitos:**

  - conhecer o ciclo trigonométrico

- **Tempo de Duração:**

  - 100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados**

  - Software geogebra; folha de atividades; laboratório de informática (opcional) / projetor multimídia e notebook do professor.

- **Organização da turma:**

  - Em dupla e/ou trio a fim de se obter um trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

  - Construir o gráfico da função cosseno

- **Metodologia adotada:**

  - Com a folha de atividades e com o uso do caderno, vamos nos agrupar para respondermos às questões propostas abaixo, referente ao conteúdo explicado no quadro branco e na sala de informática.

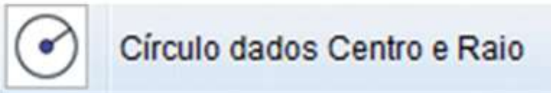
Aula 3 e 4 – Construção do gráfico da Função Cosseno

COLÉGIO ESTADUAL JANUARIO DE TOLEDO PIZZA
VALÃO DO BARRO- SÃO SEBASTIÃO DO ALTO – RJ
PROF.: MAURÍCIO SÁVIO
ALUNO:__________________Nº_____ DATA:____/____/2012
TURMA :1002

MATEMÁTICA

Agora que você estudou o gráfico da função seno, vamos experimentar construir juntos o gráfico da função cosseno e estudar suas regularidades?

1) Abra uma tela nova no GeoGebra. No campo “Entrada”, disponível na parte inferior da tela, digite O=(0,0). O programa marcará o ponto O, origem do sistema de eixos cartesianos.

2) Agora vamos traçar a circunferência que representará o ciclo trigonométrico. Para isso, clique no botão 

disponível no 6º menu de botões, e clique no ponto O (origem do sistema cartesiano). Vai abrir-se uma caixa de diálogo, pedindo que você informe que raio você deseja que sua circunferência tenha, conforme podemos ver abaixo.

Digite 1, que é o raio do ciclo trigonométrico, e o botão OK, e você verá na tela uma circunferência de centro O e raio unitário.

3) Precisamos agora marcar a origem do ciclo trigonométrico. Como vimos, a origem é o ponto (1,0), que chamaremos nesta construção de A. Então, novamente no campo Entrada, digite A=(1,0) seguido da tecla ENTER. Surgirá na tela o ponto A(1,0). Até agora, sua construção deve estar assim:

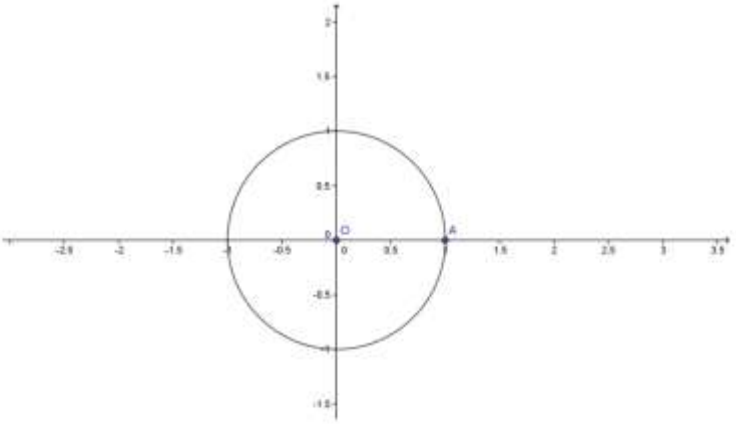


Figura: construção com o GeoGebra.

4) Proceda da mesma maneira para marcar os pontos B=(-1,0), C=(0,1) e D=(0,-1). Este é o ciclo trigonométrico, e os pontos A, B, C e D são os limites dos quadrantes.

5) Tome um ponto E qualquer no ciclo trigonométrico e marque o arco AOE, clicando no botão (6º menu de botões) e, sequencialmente, nos pontos O, A e E. Você verá na janela da álgebra surgir a indicação "*d=...*", que representa o comprimento do arco AOE.

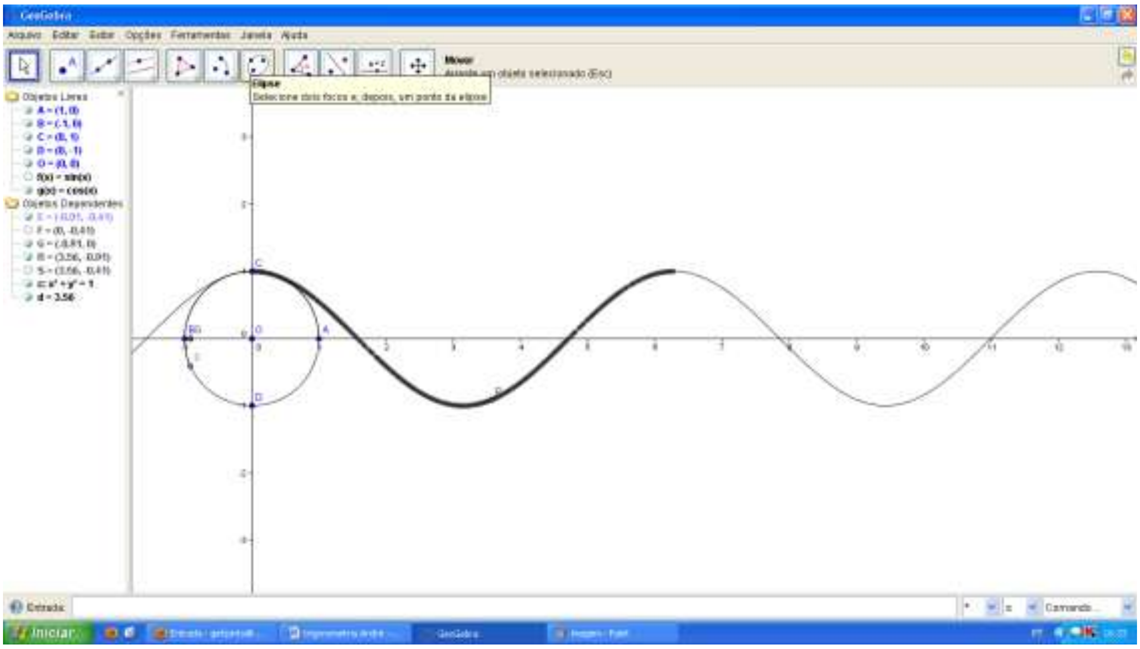
6) Digite no campo Entrada os pontos G=(cos(d),0) e R=(d,cos(d)). Surgirão na tela os pontos G e R, de maneira que o comprimento do segmento OG indica o cosseno do arco AOE e o ponto R é o ponto cuja abscissa é o comprimento do arco AOE e a ordenada é o cosseno desse arco. Movimente o ponto E no ciclo trigonométrico e observe G e R movendo-se, o primeiro no intervalo de [-1,1] no eixo y e o segundo, pela tela.

7) Quer ver o caminho que o ponto R está descrevendo? Vá na Janela da Álgebra e clique com o outro botão do mouse sobre o ponto R, vai abrir-se uma caixa de opções, como podemos ver na figura abaixo. Clique na opção

Figura: fragmento de tela do GeoGebra.

8) Agora movimente o ponto E novamente em torno do ciclo trigonométrico e observe o caminho descrito pelo ponto R. Podemos ver que forma-se um ciclo completo de 0 a 2π da função cosseno. Digite agora no campo Entrada a função g(x)=cos(x) e observe. (Para deixar de exibir o rastro do ponto R, basta clicar novamente sobre ele com o outro botão do mouse e desabilitar a opção "habilitar rastro").

Veja a tela que vamos obter:



Atividades

Observe como o comprimento do segmento OG e a posição do ponto R se relacionam. Cada altura assumida por R (cada ordenada) equivale a um comprimento do segmento OG, assim como cada abscissa de R representa um comprimento do arco AOE. Olhe, na Janela da Álgebra, a abscissa do ponto R e o comprimento do arco AOE, indicada por *d.*

Procure agora responder às questões formuladas a seguir a partir do que você construiu e observou.

1. A abscissa do ponto R é o comprimento do arco AOE. Ao movimentar esse ponto no círculo, que valores essa abscissa pode assumir? Ou ainda, perguntando a mesma coisa de forma diferente, qual é o intervalo de variação do comprimento do arco AOE, indicado por *d* na Janela da Álgebra?

2. De acordo com seus conhecimentos sobre o círculo trigonométrico a ordenada do ponto R é uma função da abscissa. Neste caso, que função é essa?

Clique no ponto E e movimente-o no sentido anti-horário sobre o círculo trigonométrico percorrendo o primeiro quadrante e responda:

a. Os números reais do intervalo]0, π/2[possuem cosseno positivo ou negativo?

b. Nesse intervalo, quando o percorremos no sentido crescente o ponto E está percorrendo o círculo no sentido anti-horário. Durante esse movimento, os valores da abscissa de E vão aumentando ou diminuindo? Então os respectivos cossenos estão aumentando ou diminuindo?

3. Faça E se movimentar em cada um dos outros três quadrantes, sempre no sentido crescente (de 2 π a π , de π a 3π/2 e, finalmente, de 3π/2 a

2π), observando esse movimento, e o movimento do ponto R (e de seu rastro). A partir dessas observações complete a tabela abaixo:

FUNÇÃO COSSENO	**1º QUADRANTE**	**2º QUADRANTE**	**3º QUADRANTE**	**4º QUADRANTE**
SINAL	**POSITIVA**	**NEGATIVA**	**NEGATIVA**	**POSITIVA**
CRESCIMENTO	**Decrescente**	**Decrescente**	**crescente**	**crescente**
IMAGEM	**]0,1[**	***]-1,0[***	***]-1,0[***	***]0,1[***

Aula 5 e 6 – Vídeo-Aulas

- **Habilidade relacionada:**

  - Entender e Utilizar as funções trigonométricas para resolver problemas significativos

- **Pré-requisitos:**

  - Reconhecer o ciclo trigonométrico

- **Tempo de Duração:**

  - 100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados**

  - Sala de Vídeo
  - Dvd com as aulas gravadas
  - Quadro branco
  - caderno e livro didático

- **Organização da turma:**

- Em dupla e/ou trio a fim de se obter um trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

  - Estudar transformações no gráfico da função seno.

- **Metodologia adotada:**

  - Na sala de vídeo e com o uso do caderno, vamos nos agrupar para anotarmos possíveis dúvidas, após assistirmos as vídeo-aulas listadas abaixo:

  http://www.youtube.com/watch?v=8e0Q6dS_5lQ

  http://www.youtube.com/watch?v=GbADknXMoPc&feature=relmfu

  http://www.youtube.com/watch?v=GbADknXMoPc

Aula 7 e 8 - ATIVIDADES

- **Habilidade relacionada:**

  - Entender Utilizar as funções trigonométricas para resolver problemas significativos

- **Pré-requisitos:**

  - Reconhecer o ciclo trigonométrico

- **Tempo de Duração:**

  - 100 minutos

- **Recursos Educacionais Utilizados**

  - Folha de atividades
  - quadro branco
  - caneta para quadro
  - caderno

- **Organização da turma:**

- Em dupla e/ou trio a fim de se obter um trabalho organizado e colaborativo.

- **Objetivos:**

  - Estudar transformações no gráfico da função seno.

- **Metodologia adotada:**

  - Na sala de aula e com o uso do caderno, vamos nos agrupar para resolvermos as atividades propostas relacionadas às aulas anteriores

Aula 7 e 8 - ATIVIDADES

COLÉGIO ESTADUAL JANUARIO DE TOLEDO PIZZA **VALÃO DO BARRO- SÃO SEBASTIÃO DO ALTO – RJ** **PROF.: MAURÍCIO SÁVIO** **ALUNO:__________________Nº_____ DATA:____/____/2012** **TURMA :1002**

MATEMÁTICA

1) (Santa Casa-SP) Seja a função f, de IR em IR definida por f(x) = 1 + 4 sen x. O conjunto imagem dessa função é o intervalo:

a)[-3, 5]

b) [3,5]

c) [-3, 4]

d) [3, 4]

e) [-1, 1]

2) (Mack-SP) O período da função dada por y = sen $\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ é:

a) π

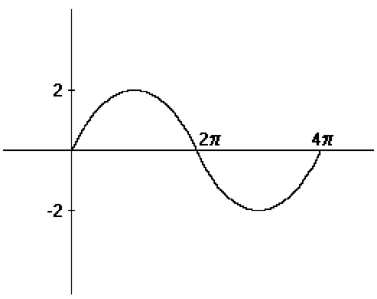
b) 2π

c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{2}$

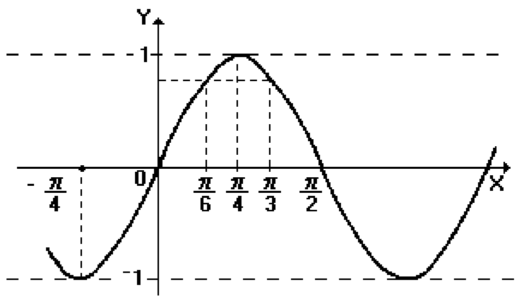
e) $\frac{\pi}{8}$

3) A figura a seguir mostra parte do gráfico da função:



a) 2 cos x b) 2 sen (x/2) c) 2 sen x d) 2 sen 2x e) 2 cos 2x

4) Observe o gráfico a seguir.



A função real de variável real que MELHOR corresponde a esse gráfico é

a) y = cos x

b) y = sen x

c) y = cos 2x

d) y = sen 2x

e) y = 2 sen x

5) (FGV-RJ) A função trigonométrica equivalente a $\frac{\sec x + sen\ x}{cossec\ x + \cos x}$ é:

a) sen x

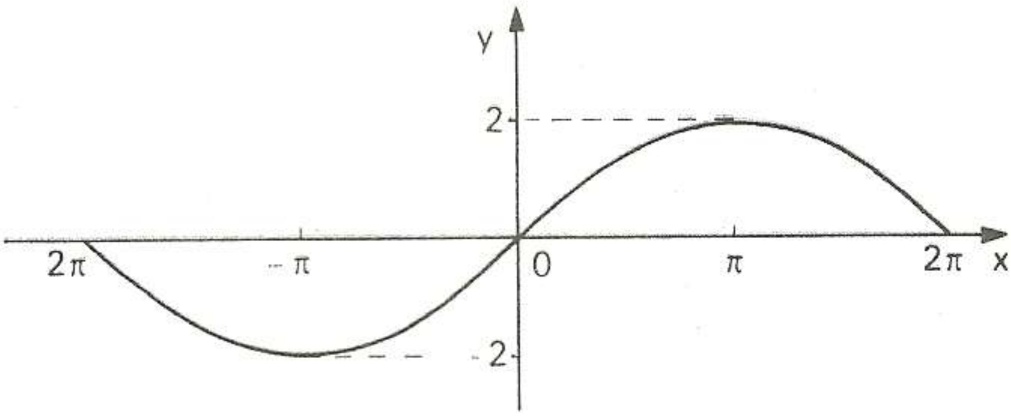
b) cotg x

c) sec x

d) cossec x

e) tg x

6) (PUC-SP)



A figura acima é parte do gráfico da função:

a) f(x) = 2 sen $\frac{x}{2}$

b) f(x) = 2 sen 2x

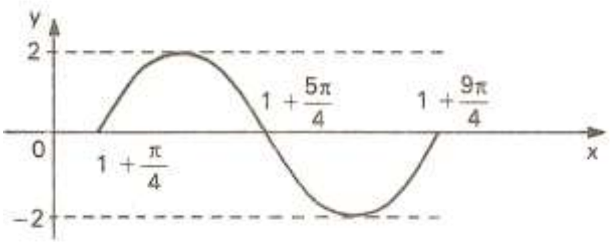
c) f(x) = 1 + sen 2x

d) f(x) = 2 cos $\frac{x}{2}$

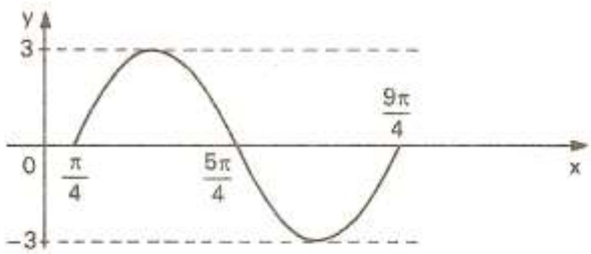
e) f(x) = 2 cos 2x

7) (PUCC-SP) Dos gráficos abaixo, assinale aquele que melhor representa o gráfico da função y = 1 + 2 sen $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$:

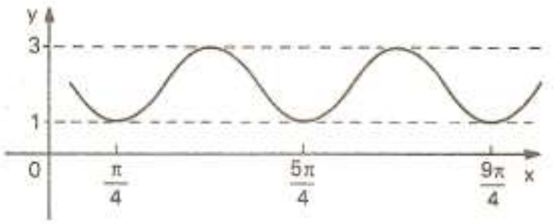
a)



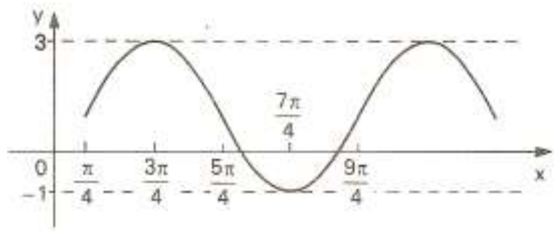
b)



c)


y
3
1
0
x
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{9\pi}{4}$

d)


y
3
0
-1
x
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{7\pi}{4}$
$\frac{9\pi}{4}$

3. Avaliação:

A avaliação será permanente, quantitativa e qualitativa. Serão usados vários recursos dentre os quais: exercícios de aprendizagem, fixação e revisão, indagações orais e escritas, provas de avaliações externas e internas, relatórios-aula, atividades de recuperação paralela, dentre outros. Também serão feitas as análises criteriosas de descritores e distratores de questões e exercícios propostos.

É importante ressaltar que o conhecimento e o reconhecimento de funções exponenciais, seu conceito e de suas propriedades mais relevantes é mais importante para o aluno neste estágio de sua vida escolar, uma vez que reconhecidamente este processo necessita de maturidade e conhecimento, o que a maioria de nossos alunos ainda não possui, sem falar que este conteúdo será bem mais explorado com o decorrer do ano letivo. Portanto, problemas e tópicos mais elaborados, com um maior grau de dificuldade podem ser explorados como desafios sem necessariamente serem cobrados em provas e testes.

4. **Referências:**

BIANCHINI, Edwaldo – Matemática 9º ano – São Paulo: Ed. Moderna 6ª edição - 2006

Roteiros de Ação 01– FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ.

GIOVANNI, José Ruy. Bonjorno, José Roberto. Matemática 1: Conjuntos, funções , trigonometria: ensino médio – São Paulo: FTD, 1992.

http://www.youtube.com/watch?v=8e0Q6dS_5lQ, acessado em 20/11/2012

http://www.youtube.com/watch?v=GbADknXMoPc&feature=relmfu, acessado em 20/11/2012

http://www.youtube.com/watch?v=GbADknXMoPc, acessado em 20/11/2012

BONGIOVANNI,Vicenzo;LEITE,Olimpio Rudnin Vissoto;LAUREANO, José Luis Tavares. *Matemática e vida.* São Paulo, Ática, 1993.

IEZZI, Gelson; *Fundamentos da matemática elementar, 3: trigonometria;* 7 ed. – São Paulo – SP: Atual; 1993.