TAREFA 2

Plano de Trabalho 2 – Esfera

Cursista: Anderson Ribeiro da Silva

Tutor: Susi Cristine Britto Ferreira

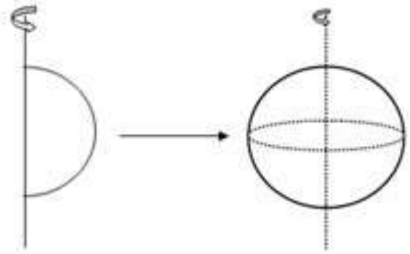
Grupo: 1

Curso: 2º Ano / Ensino Médio – MATEMÁTICA 4º BIMESTRE/2014

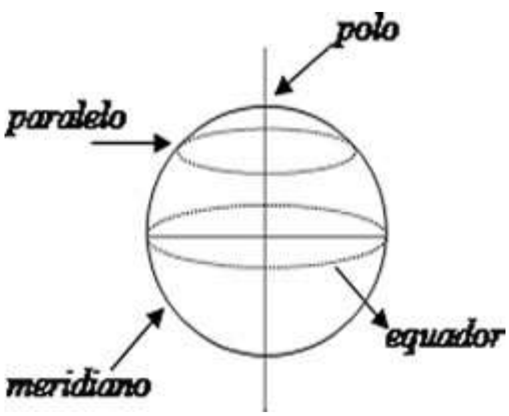
SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A esfera é obtida através da revolução da semicircunferência sobre um eixo. Podemos considerar que a esfera é um sólido.



Alguns conceitos básicos estão relacionados à esfera, se considerarmos a superfície esférica destacamos os seguintes elementos básicos: Pólos, Equador, Paralelo, Meridiano



Área de uma superfície esférica

Temos que a área de uma superfície esférica de raio r é igual a:

$$A = 4 * \pi * r^2$$

Volume da esfera

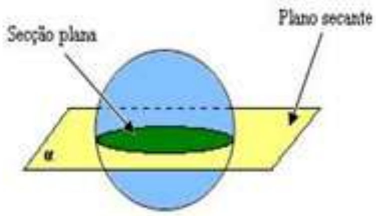
Por ser considerada um sólido geométrico, a esfera possui volume representado pela seguinte equação:

$$V = \frac{4}{3} * \pi * r^3$$

Posição relativa entre plano e esfera

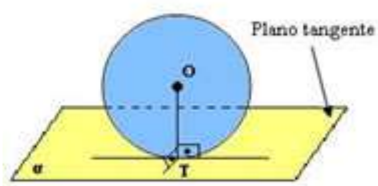
Plano secante à esfera

O plano intersecciona a esfera formando duas partes, se o plano corta a esfera passando pelo centro temos duas partes de tamanhos iguais.



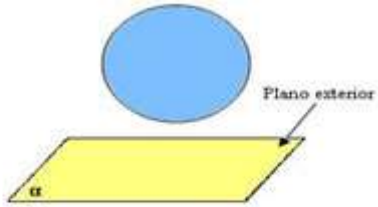
Plano tangente à esfera

O plano tangencia a esfera em apenas um ponto, formando um ângulo de 90º graus com o eixo de simetria.



Plano externo à esfera

O plano e a esfera não possuem pontos em comum.



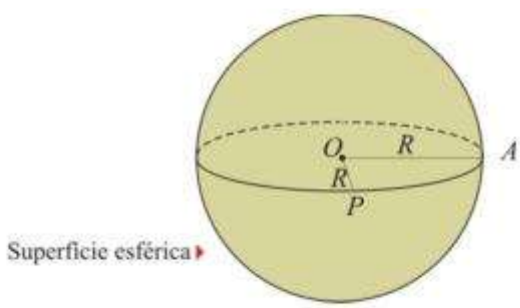
A esfera possui inúmeras aplicações, como exemplo podemos citar a Óptica (Física), a seção de uma esfera forma uma lente esférica, que são objetos importantes na construção de óculos. Corpos esféricos possuem grande importância na Engenharia Mecânica, a parte interior de inúmeras peças capazes de realizar movimentos circulares sobre eixos é constituída de esferas de aço. Um bom exemplo dessas peças é o rolamento.

2. DESENVOLVIMENTO

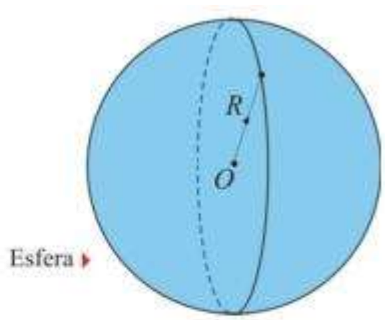
2.1 - Aula 1 – Esfera. Definição e Elementos.

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas por meio de suas principais características.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Ponto, reta, círculo e semicírculo.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Papel, lápis e borracha.
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Apresentar a esfera como um sólido de revolução a partir da rotação de uma região circular em torno de um eixo.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Aula Expositiva Dialogada

Superfície esférica de centro O, é o conjunto de pontos do espaço cuja distância a O é igual a R.



Esfera é o conjunto de pontos do espaço cuja distância a O é igual ou menor que o raio R.



Área da superfície esférica e volume da esfera

A área da superfície esférica de raio R é dada por:

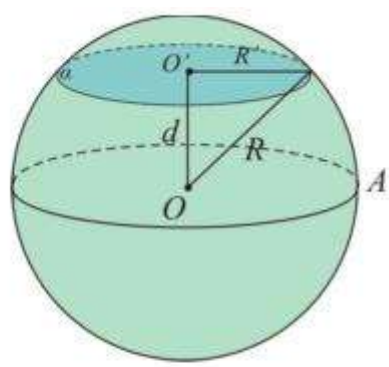
$$S_e = 4\pi R^2$$

O volume da esfera de raio R é dado por:

$$V_e = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Secção de uma esfera

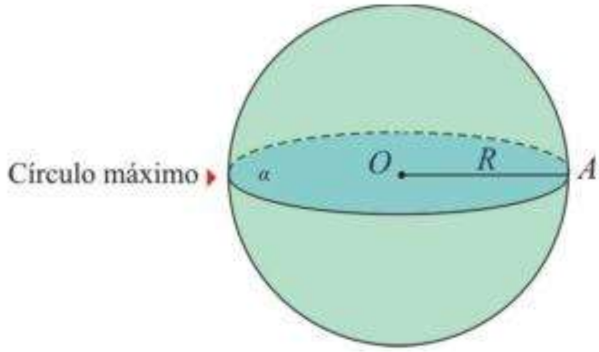
OO' é a distância do plano α ao centro da esfera. Qualquer plano α que seciona uma esfera de raio R determina como seção plana um círculo de raio R.



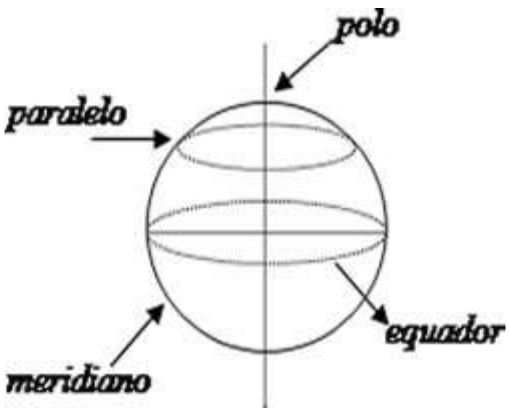
Sendo OO' = d, temos:

$$R^2 = a^2 + (R')^2$$

Quando o plano que secciona a esfera contiver um diâmetro, teremos d = 0. Nesse caso, o círculo determinado terá raio R e será denominado círculo máximo.



Alguns conceitos básicos estão relacionados à esfera, se considerarmos a superfície esférica destacamos os seguintes elementos básicos: Pólos, Equador, Paralelo, Meridiano



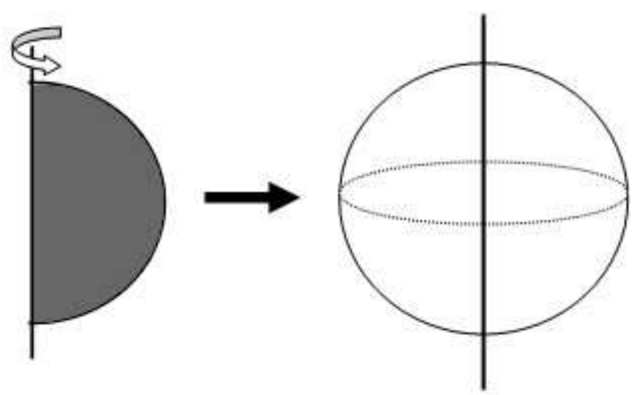
2.2 - Aula 2 – Volume da Esfera

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume.
- **PRÉ-REQUISITOS:** Elementos da Esfera, Teorema de Pitágoras.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Papel, lápis e borracha.
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em duplas, propiciando um trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Calcular o volume da esfera.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Aula Expositiva Dialogada.

Volume da Esfera

Para determinar o volume da esfera é necessário conhecer o tamanho de seu raio, este corresponde a distância do centro da esfera a qualquer ponto de sua extremidade.

A esfera surge da revolução de uma semicircunferência. Observe:



Esse corpo circular possui inúmeras aplicações cotidianas. Seu volume depende do tamanho do raio, que é à distância do centro da esfera a qualquer ponto da extremidade. A fórmula matemática utilizada para determinar o volume da esfera é a seguinte:

$$V = \frac{4 * \pi * r^3}{3}$$

Exemplo 1

Uma esfera possui raio medindo 5 cm. Determine o volume dessa esfera.

$$V = \frac{4 * 3{,}14 * 5^3}{3}$$

$$V = \frac{4 * 3{,}14 * 125}{3}$$

$$V = \frac{1570}{3}$$

$$V \cong 523{,}33 cm^3$$

A esfera possui 523,33 cm³ de volume.

Exemplo 2

Duas esferas metálicas de raios r e 2r são fundidas e moldadas em forma de um cilindro de altura 3r. Qual é o raio R do cilindro?

Volume da esfera metálica de raio r

$$V = \frac{4 * \pi * r^3}{3}$$

Volume da esfera metálica de raio 2r

$$V = \frac{4 * \pi * 8r^3}{3}$$

Somar os volumes das esferas

$$\frac{4*\pi*r^3}{3}+\frac{4*\pi*8r^3}{3}\rightarrow\frac{36*\pi*r^3}{3}\rightarrow 12*\pi*r^3$$

Volume do cilindro será igual ao volume das esferas.
Volume do cilindro = $\pi * r^2 * h$, onde altura igual a 3r. Vamos determinar o raio R do cilindro.

$\pi * R^2 * 3r = 12 * \pi * r^3$
$R^2 = 12 * r^3 / 3r$
$R^2 = 4r^2$
$R = 2r$

Temos que o raio do cilindro é 2r.

Exemplo 3

Vamos considerar que o raio do planeta Terra meça, aproximadamente, 6380 km. Determine o volume do planeta.

$$V=\frac{4*3,14*6380^3}{3}$$
$$V=\frac{4*3,14*259.694.072.000}{3}$$
$$V=\frac{3.261.757.544.320}{3}$$
$$V=1.087.252.514.773,33km^3$$

Exemplo 4

Uma fábrica de bombons deseja produzir 20 000 unidades no formato de uma esfera de raio

1 cm. Determine o volume de cada bombom e a quantidade de chocolate necessária para produzir esse número de bombons.

Volume de cada bombom

$$V = \frac{4 * 3{,}14 * 1^3}{3}$$

$$V = 4{,}18cm^3$$

A quantidade de chocolate necessária para a produção das 20 000 unidades é de:

4,18 * 20 000 = 83 600 cm^3

Sabemos que 1cm^3 = 1 ml, então 83 600 cm^3 corresponde a 83 600 ml de chocolate ou 83,6 quilos.

A fábrica irá gastar 83,6 quilos de chocolate, e o volume de cada bombom será de 4,18 cm^3.

Exercícios (somente volume, os exercícios de área serão resolvidos na aula seguinte)

1) Uma esfera tem raio 15cm. Calcule:

a) Seu volume R: $4500\pi\ cm^3$

b) Sua área R: $900\pi\ cm^2$

c) A área da secção feita a 9cm do centro R: $144\pi\ cm^2$

2) Calcule o volume da esfera circunscrita a um cone eqüilátero cujo raio da base mede $3\sqrt{3}\ m$. R: $288\pi\ cm^3$

3) Calcule o volume e a área total de uma cunha esférica de raio 12 cm e ângulo central de 60º.
R: $384\pi\ cm^3\ e\ \ 240\pi\ cm^2$

4) Uma esfera de raio 9 cm é seccionada por um plano que dista 6cm do seu centro. Calcule:

a) O volume dessa esfera R: $972\pi\ cm^3$

b) A área da superfície esférica R: $324\pi\ cm^2$

c) A área da secção determinada pelo mencionado plano de corte R: $45\pi\ cm^2$

5) Calcule a capacidade de uma esfera cuja superfície esférica tem área igual a 144π m^2. R: $288\pi\ m^3$

6) Seccionando-se uma esfera por um plano que dista 3m do seu centro, obtém - se uma secção de área 72π m^2, determine o volume dessa esfera.
R: $972\pi\ m^3$

7) Considerando uma esfera cuja superfície tenha área 676π m^2. A que distância do seu centro deve-se traçar um plano de corte para que a secção assim determinada tenha área de 25π m^2?
R: $12\ m$

8) Calcule o volume e a área total de uma cunha esférica de raio 9cm e ângulo central de 20º.
R: $54\pi\ cm^3\ \ e\ \ 99\pi\ cm^2$

9) Calcule o volume da esfera inscrita num cubo cuja área total é 216cm^2. R: $36\pi\ cm^3$

10) Calcule a área de uma esfera circunscrita a um cubo cujo perímetro de suas arestas é $24\sqrt{3}$ cm.
R: $36\pi\ cm^2$

11) Calcule o volume de uma esfera inscrita num cone eqüilátero cujo volume é $72\sqrt{3}\ \pi\ cm^3$.
R: $32\sqrt{3}\ \pi\ cm^3$

12) Uma esfera de raio 11cm é seccionada por um plano distante 5cm do seu centro. Calcular as distâncias polares. R: $2\sqrt{33}\ cm\ \ e\ \ 4\sqrt{22}\ cm$

13) Uma esfera é seccionada por um plano distante 8 cm de seu centro. Calcule as distâncias polares, sabendo-se que o raio da esfera é 10cm. R: $2\sqrt{10}\ cm\ \ e\ \ 6\sqrt{10}\ cm$

14) Calcule a área da esfera circunscrita ao cone reto de raio 6cm e altura 18 cm. R: $400\pi\ cm^2$

15) Se duplicarmos o raio de uma esfera, o que acontece com o volume? E com a área da superfície?

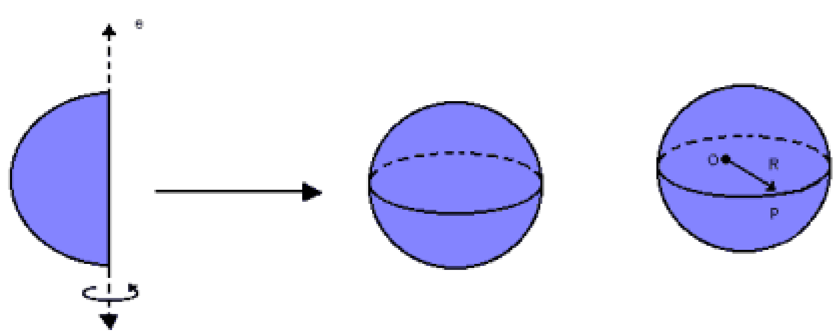
R: O volume multiplica por 8 e a área da superfície quadruplica.

2.3 - Aula 3 – Área da Superfície Esférica

- **HABILIDADE RELACIONADA:** Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
- **PRÉ-REQUISITOS:** Elementos da Esfera, Teorema de Pitágoras, Volume da Esfera.
- **TEMPO DE DURAÇÃO:** 100 minutos.
- **MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de Atividades, Papel, lápis e borracha.
- **ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:** Turma disposta em duplas, propiciando trabalho organizado e colaborativo.
- **OBJETIVOS:** Trabalhar o conceito de área da superfície esférica a partir da idéia de volume de esfera.
- **METODOLOGIA ADOTADA:** Aula Expositiva Dialogada.

Superfície esférica

A superfície esférica de centro **O** e raio **R** é o conjunto de pontos do es[aço cuja distância ao ponto O é igual ao raio **R**. Se considerarmos a rotação completa de uma semicircunferência em torno de seu diâmetro, a superfície esférica é o resultado dessa rotação.



A área da superfície esférica é dada por:

$$\boxed{A_S = 4\pi R^2}$$

Exercícios de área da aula anterior.

3. AVALIAÇÃO

Entrosamento da dupla, espírito de colaboração com as demais duplas, autonomia nas respostas e acerto das questões propostas nos exercícios.

4. FONTES DE PESQUISA

http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/
acesso em 27/10/2014

http://www.mundoeducacao.com/matematica/volume-esfera.htm
acesso em 27/10/2014

http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial23.php
acesso em 27/10/2014