Reforço escolar · Matemática ·

Em busca do tesouro

Dinâmica 4

3ª Série | 3º Bimestre

DISCIPLINA	SÉRIE	CAMPO	CONCEITO
Matemática	3ª série Ensino Médio	Geométrico	Geometria analítica

Aluno

Primeira Etapa
Compartilhar ideias

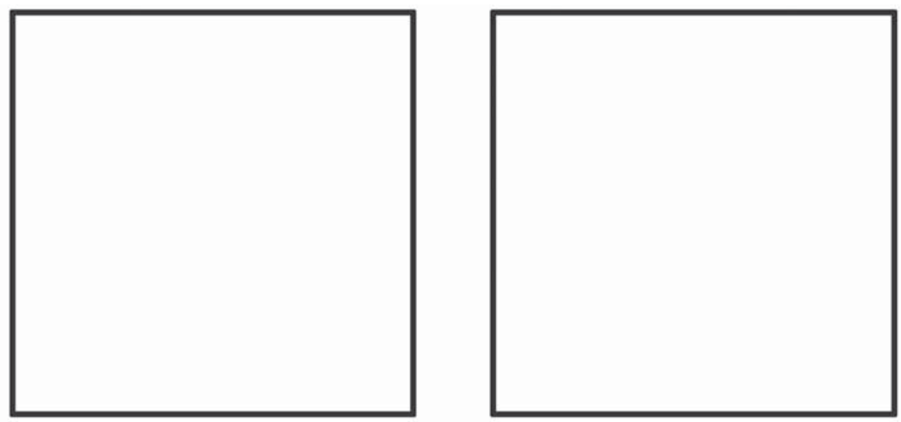
Atividade:

Quebrando a cabeça.

Questão

Você e seus colegas de grupo vão usar as peças distribuídas pelo seu professor a fim de cobrir, sem superposições, os dois quadrados a seguir:

GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
GOVERNO DO Rio de Janeiro
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fundação CECIERJ Consórcio cederj



Desenhe no seu Encarte o resultado da montagem, pois você vai estudar a consequência dessa justaposição de figuras na relação entre os lados do triângulo retângulo.

Antes de passar à próxima etapa, veja o que acontece com os ângulos no encontro dos vértices, lembrando que a soma dos ângulos de um triângulo é de 180º e que, como o triângulo retângulo tem um ângulo reto (que mede 90º), então a soma dos ângulos agudos do triângulo é também de 90º.

Segunda Etapa

Um novo olhar...

Atividade:

Ver para crer!

Você vai agora analisar o que esse quebra-cabeça está "dizendo".

Questão 1

Chame de a o comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo usado no quebra-cabeça da primeira etapa, de b e c seus catetos e calcule o lado dos dois quadrados que serviram de base para o quebra-cabeça. O que você conclui sobre a relação entre eles e suas áreas?

Questão 2

Cada um dos quadrados menores tem como lados um dos lados do triângulo retângulo. Quais são as áreas desses três quadrados?

Questão 3

Chame de s a área de um dos triângulos retângulos usados no quebra-cabeça e calcule a soma das áreas das figuras justapostas em cada um dos dois quadrados que serviram de base ao quebra-cabeça.

Questão 4

Igualando as duas áreas, qual a conclusão a que você chega em relação aos lados do triângulo retângulo?

Lembrando que a, b e c são medidas respectivamente da hipotenusa e dos 2 catetos de um triângulo retângulo, esse raciocínio provou que:

Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos.

E esse é o conhecido e famoso Teorema de Pitágoras.

Terceira Etapa

Fique por dentro!

Atividade:

Onde está o tesouro?

A Geometria Analítica é uma ponte de duas mãos entre a Álgebra, com seus números e operações, e a Geometria, com suas figuras e gráficos. Ao atribuir números a posições, fica possível fazer cálculos e concluir informações sobre figuras e também observar figuras e gráficos para obter orientações sobre cálculos que devam ser feitos.

Essa é a origem da possibilidade de provocar movimentos por meio de computadores que, depois de muita sofisticação, chega a permitir operações cirúrgicas a distância, efeitos especiais em filmes e, infelizmente também, ataques mortais a quilômetros de distância.

Vamos trabalhar nisso?

Questão

Um professor de Matemática levou sua turma para uma excursão nos arredores da cidade. A umas tantas, um estudante, o Bruno, encontrou uma mensagem que dizia:

Procure por aqui uma pedra bem parecida com uma pirâmide e considere a origem do sistema de coordenadas como a projeção no solo do vértice dessa pirâmide. Tome como eixo dos x a direção Oeste – Leste, nesse sentido e como eixo dos y, a direção perpendicular a essa, orientada do Sul para o Norte. A unidade em cada um dos eixos deve ser igual a 1 m. Você vai encontrar um tesouro enterrado no ponto de coordenadas (0, – d), onde d é a distância entre os pontos

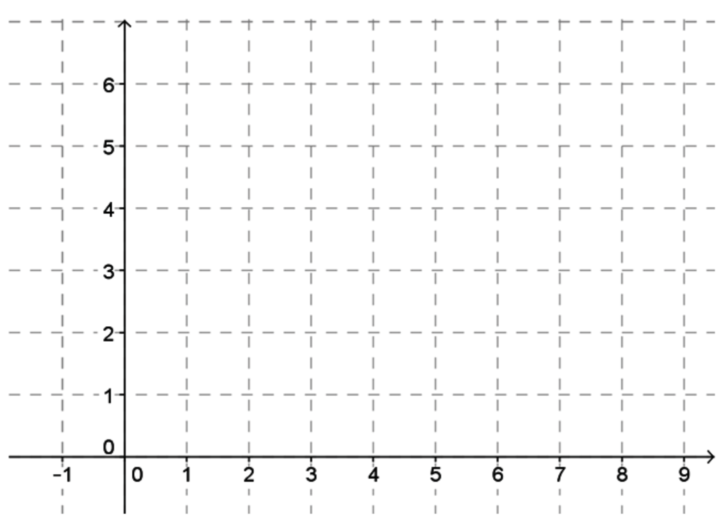
A = (2, 3) e B = (6, 6).

O professor queria voltar para o colégio, mas os alunos queriam procurar o tesouro. Ficaram muito curiosos. O professor fez, então, o seguinte contrato com a turma:

Podemos ficar mais um pouco aqui, mas vocês terão que resolver o problema teoricamente e só depois irão procurar o tesouro. Combinado?

Eles estavam tão curiosos que aceitaram as condições e passaram a fazer os desenhos para estudar o problema da distância entre dois pontos no plano, dados por suas coordenadas.

Você vai acompanhar o raciocínio deles. Começaram por desenhar os pontos citados num sistema de coordenadas, desenhe você também:



Aluno

Perceberam que estava difícil saber quanto media esse segmento inclinado em relação aos eixos. Eles saberiam calcular medidas de segmentos paralelos aos eixos porque a unidade nesses eixos era igual a 1 m. Procuraram, então comparar o segmento AB com segmentos paralelos aos eixos. Conseguiram, então, um ponto C que formasse um triângulo retângulo ACB, em que o segmento AB era a hipotenusa e os catetos eram paralelos aos eixos.

Você pode encontrar um ponto C com estas propriedades? (*Marque o ponto que você encontrou no mesmo desenho em que marcou os pontos* A *e* B)

Quais as coordenadas desse ponto C?

Agora, você pode usar o teorema de Pitágoras para calcular a distância de A a B, certo?

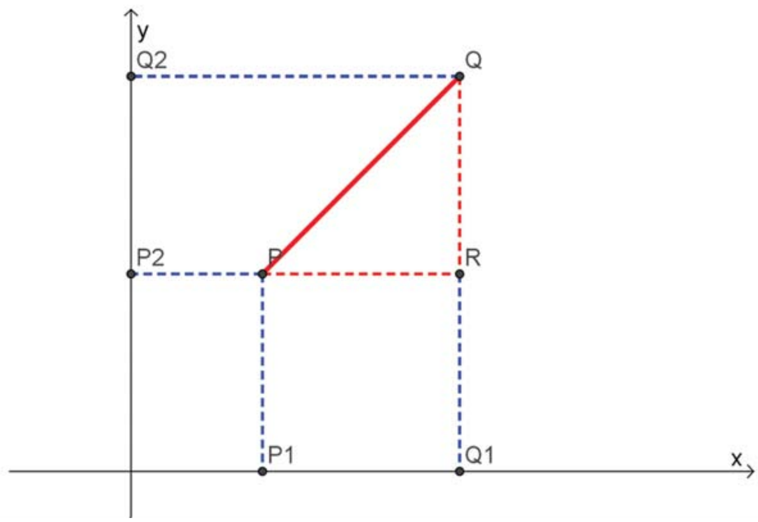
Basta completar:

Comprimento de AC	
Comprimento de BC	
d = Comprimento da hipotenusa AB	

E os alunos quiseram logo ir procurar o tesouro, mas o professor insistiu:

O trato entre nós é que vocês resolveriam o problema teoricamente, mas o que vocês fizeram até agora foi resolver um problema bem particular. Vocês precisam ainda encontrar a distância entre um ponto $P = (x_1, y_1)$ *e* $Q = (x_2, y_2)$*. Esse é o problema teórico que vocês precisam resolver.*

Você também vai resolver esse problema. Veja qual foi o desenho que os alunos fizeram para fazer esse cálculo:



e comece por completar:

PONTO	ABSCISSA	ORDENADA
P	x_1	y_1
Q	x_2	y_2
R	x_2	y_1
P1	x_1	0
P2	0	
Q1	x_2	0
Q2	0	

Agora, calcule você também uma fórmula geral para a distância entre P e Q, dependendo somente das coordenadas de P e de Q, isto é, uma fórmula que comece com d = e só tenha x_1, x_2, y_1, y_2 no 2º membro.

Tendo achado esta fórmula, o professor de Matemática deixou que os alunos fossem ao ponto (0, – 5) para cavar em busca do tesouro. Mal retiraram

Aluno

um pouco de terra e encontraram uma caixa de madeira. Abriram a caixa e encontraram um papel dobrado. Ao abri-lo, leram a seguinte expressão:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

O professor justificou:

Vocês encontraram o tesouro mesmo antes de cavar. A curiosidade, a busca lógica e a sabedoria são o tesouro que vocês encontraram hoje.

Quarta Etapa

Quiz

Questão: (Saerjinho, 3ª série, 3º bimestre de 2012; adaptada.)

O mapa a seguir foi desenhado sobre um plano cartesiano graduado em centímetros. Nesse plano, a cidade de São Paulo encontra-se na origem dos eixos coordenados e Vitória no ponto de coordenadas (6,3).

Neste mapa, qual é a melhor aproximação da menor distância, entre São Paulo e Vitória?

a. 5,2 cm

b. 6,6 cm

c. 9,0 cm

d. 22,5 cm

e. 45,0 cm

Considere:

$\sqrt{5} \cong 2,2$

Quinta Etapa

Análise das Respostas ao Quiz

Etapa Flex

Para saber +

- O Teorema de Pitágoras é, provavelmente, o teorema da Matemática mais conhecido popularmente. São muitas as suas demonstrações. O livro de Elisha Scott Loomis (*The Pythagorean Proposition*, uma publicação do Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos)

Aluno

apresenta 370 provas distintas desse teorema. Pitágoras viveu no século VI a.C. e é atribuída a ele a prova desse teorema. Acredita-se, porém, que essas relações no triângulo retângulo já eram conhecidas anteriormente e ternas pitagóricas (ternas de medidas inteiras de lados de triângulos retângulos) aparecem em documentos bem mais antigos. Acredita-se também que a prova dada por Pitágoras tivesse sido baseada em raciocínios geométricos, análoga a essa que foi esboçada aqui nas duas primeiras etapas.

- Você encontra uma apresentação sobre este Teorema em *Power-Point* em:

  http://www.obm.org.br/export/sites/default/semana_olimpica/docs/2012/Pitagoras.ppt

- Em

  http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades_diversas/ativ23/pitagoras.html

  você pode montar outros quebra-cabeças ligados a este teorema. Estes são virtuais.

- Em

  http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm14/aplicacoes.htm

  você encontra algumas aplicações do Teorema de Pitágoras e a resolução está a um clique.

Agora, é com você!

1. A pirâmide de Keops é uma pirâmide reta de base quadrada. Suas medidas são aproximadamente 140 m de altura e 230 m de aresta da base.

Pergunta-se:

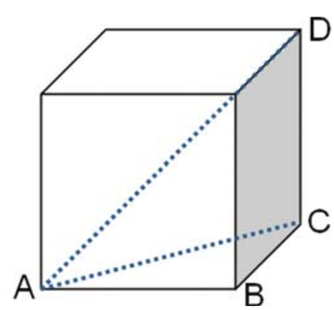
a. Qual a altura de uma de suas faces?

b. Qual a distância entre um vértice da base e o centro da base?

(Imagem: http://www.google.com/url?sa=i&source=images&cd=&cad=rja&docid=E3112WO9XTdZLM&tbnid=-GgfO3yiiB4S7M:&ved=0CAgQjRwwAA&url=http%3A%2F%2Fpt.wikipedia.

org%2Fwiki%2FPir%25C3%25A2mide_de_Qu%25C3%25A9ops&ei=VCZoUdX8BozY9ASt0IDIBQ&psig=AFQjCNEfO33BIzUOGwT-U65gmv6Wb5kB4g&ust=1365866452211509)

2. Calcule a medida da diagonal de um cubo de aresta igual a 7.



Observe que esses cálculos, quando feitos para um cubo de aresta a, mostram que sua diagonal d medirá: $d = a\sqrt{3}$.

(Questão 15, Saerjinho, 3ª série, 3º bimestre de 2011.)

3. Qual é a distância entre os pontos P (10, 40) e Q (40, 10)?

a. 30

b. $30\sqrt{2}$

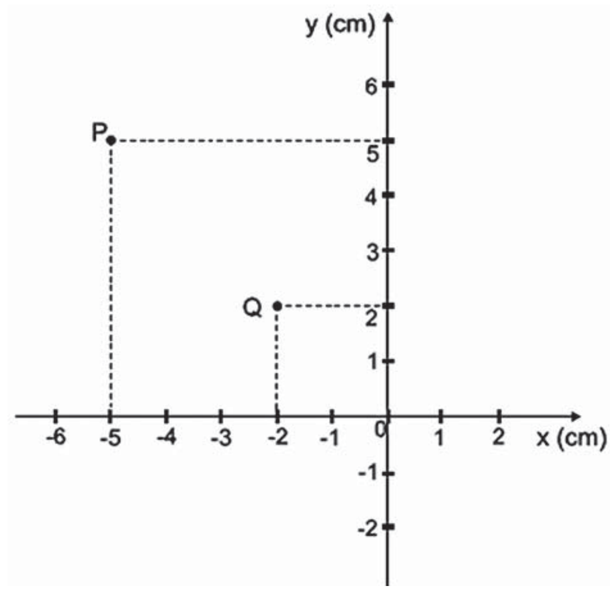
c. 40

d. $40\sqrt{2}$

e. 60

(Questão 19, Saerjinho, 3ª série, 3º bimestre de 2011.)

4. Observe os pontos P e Q no plano cartesiano .



A distância entre esses dois pontos é

a. 3 cm

b. $\sqrt{12}$ cm

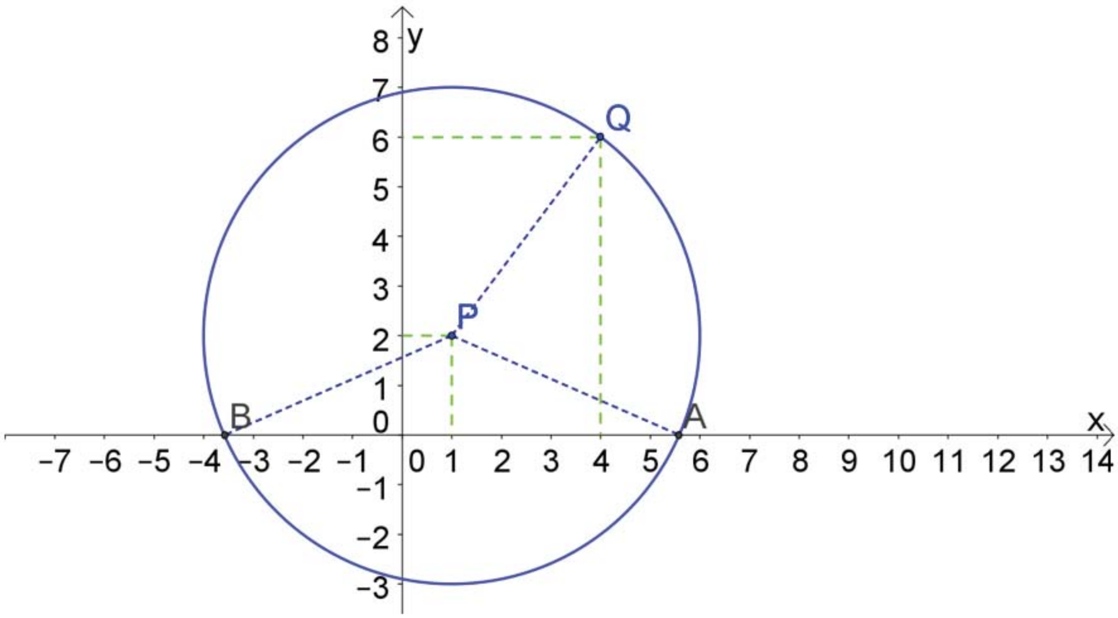
c. $\sqrt{18}$ cm

d. 9 m

e. 18 cm.

5. Qual o ponto do eixo x, que dista do ponto P = (1, 2) a mesma distância entre P e Q = (4, 6).

Aluno


y
x
P
Q
A
B
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14