



Os Enigmas dos Tri Ângulos

Os Enigmas dos Tri Ângulos

TAREFA 4

CURSISTA: ADONIL GONÇALVES DE CARVALHO

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

GRUPO 1

TUTOR: BRUNO MORAIS LEMOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
DESENVOLVIMENTO	4
Atividade 1 – As semelhanças com Tales de Mileto	5
Atividade 2 – Recordando o Teorema de Pitágoras	6
Atividade 3 – O que é Trigonometria?	7
Atividade 4 – As aplicações da Lei dos Senos	8
Atividade 5 – Ampliando a Lei dos Cossenos	9
Atividade Final – Avaliação e Crítica Geral	10
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	11

INTRODUÇÃO

Este Plano de Trabalho tem como finalidade aprofundar os conhecimentos das propriedades geométricas dos triângulos de modo que possamos atingir um conceito matemático desenvolvido ao longo da história da civilização: a Trigonometria. A ideia será partir da construção de triângulos com papel reconhecer as vantagens e particularidades do uso de material concreto no processo de ensino e aprendizagem. Já com o apoio do programa GeoGebra será possível explorar a importância da precisão das construções geométricas na definição de valores das medidas de lados e ângulos de diferentes triângulos.

Pretende-se detalhar gradativamente os conceitos algébricos a partir do desenvolvimento de habilidades geométricas. Assim, será possível relacionar as definições, propriedades e aplicações dos teoremas de Tales e Pitágoras além das leis dos Senos e dos Cossenos com exemplos e exercícios mais próximos do cotidiano dos alunos. Essa interação das abordagens algébrica e geométrica deverá proporcionar aos alunos uma visão mais profunda do estudo da Trigonometria.

O Plano será aplicado ainda no 2º bimestre do ano em curso, como pré-requisito para a introdução dos cálculos de área e volume de sólidos geométricos regulares no próximo ano. As atividades estão planejadas para serem desenvolvidas em duplas de alunos como forma de estimular a participação individual e possibilitar avaliação qualitativa do grupo durante todas as fases de execução. Este formato também tem por objetivo aumentar a integração entre os alunos, respeitar as diferentes opiniões e a troca de conhecimentos coletivamente. Esta metodologia tem sido realizada com bons resultados em diferentes turmas de 1º ano do Ensino Médio.

Para finalizar este Plano de Trabalho serão realizadas avaliações do desempenho dos alunos ao longo de todo o processo. Os trabalhos em duplas serão compostos por pesquisas qualitativas, no valor de 2,0 pontos cada (detalhadas nas Atividades 3, 4 e 5), valorizando a reflexão em torno da discussão de problemas contextualizados. Outra atividade avaliada será realizada individualmente, com valor de 4,0 pontos, com foco nos aspectos quantitativos (na Atividade Final). Ao término do plano, com a análise do acompanhamento das Atividades e da Avaliação Final, será possível investigar a eficácia dos métodos utilizados e verificar a necessidade de aperfeiçoar este plano.

DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento deste plano será realizado por intermédio de cinco Atividades distintas distribuídas ao longo de um período de três semanas de aulas, adequadas ao ritmo das turmas. Cada uma das atividades irá acontecer ao longo de duas aulas previstas para o mesmo dia, sendo o primeiro tempo destinado para discussão do conteúdo e o segundo tempo para sua execução. Os alunos serão orientados para que as faltas sejam evitadas ao máximo, tendo em vista que as aulas com vídeos não deverão ser repostas. As atividades que não atingirem os objetivos propostos poderão ser repetidas.

A importância deste Plano de Trabalho é ressaltada pela possibilidade de combinar recursos pedagógicos concretos e pela utilização de diferentes programas informatizados, já que as escolas estão estimulando o uso de Novas Tecnologias na Educação, entretanto, sua implantação ainda se dá de forma descontinuada não possibilitando o acesso e orientação adequados aos alunos para uma aprendizagem de maneira mais significativa.

Dessa forma as Atividades priorizam trabalhos em duplas com o objetivo de incentivar a interação entre os alunos e possibilitar o acompanhamento individualizado da participação de cada aluno em todo o plano. Os exercícios propostos exploram além da interpretação de situações-problemas, a transformação da descrição verbal em linguagem matemática com a utilização adequada das propriedades geométricas e trigonométricas. As soluções poderão ser apresentadas pelos métodos algébricos tradicionais e complementadas com a construção geométrica (manualmente ou com apoio de programas. Exemplo: GeoGebra, Excel e PowerPoint).

Em particular, este plano inicia a discussão de conhecimentos sobre Trigonometria para possibilitar que o bom acompanhamento da geometria não sofra dissolução de continuidade, quando novos conteúdos envolvendo cálculos de áreas e volumes de polígonos/poliedros regulares. Dentro dos conteúdos previstos para o Currículo Mínimo foram definidos os seguintes objetivos específicos para o plano:

- Associar pontos no plano cartesiano às suas coordenadas e vice-versa.
- Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30° , 45° e 60°).
- Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos.

ATIVIDADE 1

A semelhança com Tales de Mileto

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Propriedades fundamentais dos triângulos.
- **Objetivos:** Reconhecer relações entre figuras semelhantes. Desenvolver o conceito proporcionalidade.
- **Pré-requisitos:** Propriedades básicas dos triângulos. Classificação dos triângulos quanto à medida dos lados e ângulos. Teorema de Tales.
- **Material necessário:** Cartolina. Tesoura. Régua. Transferidor. Folhas de papel tamanho A4. Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa GeoGebra. Quadro branco.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula em grupos de dois alunos. Utilização do quadro branco para anotações de tópicos relevantes.
- **Descritores associados:**
 - H05** – Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade. (9º ano)
 - H10** – Resolver problemas utilizando o Teorema de Tales. (9º ano).
- **Metodologia adotada:**

Utilização do GeoGebra para apresentação dos diferentes tipos de triângulos. A cada figura haverá orientação para recorte em papel A4 de triângulos: equiláteros, isósceles, escalenos retângulos (3,4,5) e escalenos obtusângulos.

Serão recortados três triângulos retângulos 3,4,5 pois dois deles serão divididos de modo que possam ser comparados. Um dos objetivos será nivelar os conhecimentos geométricos trabalhados no Ensino Fundamental.

A partir das figuras em papel serão apresentadas questões que envolvam conceitos de critérios de semelhança entre figuras e proporcionalidade de segmentos. Para finalizar a Atividade a ideia será provocar a turma sobre a importância do assunto e como reconhecer sua utilização em nosso cotidiano.

ATIVIDADE 2

Recordando o Teorema de Pitágoras

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Propriedades fundamentais dos triângulos.
- **Objetivos:** Reconhecer a relação existente entre a hipotenusa e os catetos em diferentes triângulos. Aplicar o conceito algébrico para resolver problemas contextualizados.
- **Pré-requisitos:** Propriedades básicas dos triângulos. Teorema de Pitágoras. Exponenciação e radiciação. Áreas de figuras planas.
- **Material necessário:** Cartolina. Tesoura. Régua. Transferidor. Folhas de papel tamanho A4. Notebook do professor e projetor de multimídia. Calculadora. Programa GeoGebra. Quadro branco.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula em grupos de dois alunos. Utilização do quadro branco para anotações de tópicos relevantes.
- **Descritores associados:**
 - H11** – Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
 - H70** – Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.

- **Metodologia adotada:**

A ideia será demonstrar que os quadrados construídos a partir dos catetos do triângulo 3,4,5 ocupam a mesma área do quadrado construído a partir da hipotenusa. A visualização geométrica deverá contribuir para a demonstração algébrica do Teorema de Pitágoras.

Com o programa GeoGebra será apresentado um exercício completo com a dinâmica que os alunos deverão realizar em sala de aula. Ainda com apoio do programa serão apresentados outros exercícios diferenciados para cálculos da hipotenusa, catetos e a altura relativa à hipotenusa.

Algumas duplas deverão apresentar quais os conceitos utilizados na resolução dos seus problemas. Um objetivo secundário será apresentar as relações métricas no triângulo retângulo. No quadro branco serão selecionadas as propriedades e relações métricas mais marcantes de cada situação-problema.

Este trabalho será avaliado em duplas a partir das observações durante as aulas.

ATIVIDADE 3

O que é Trigonometria ?

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Análise de figuras geométricas planas. Medida de ângulos. Razões entre segmentos.
- **Objetivos:** Apresentar o cálculo da medida dos valores dos ângulos internos do triângulo retângulo a partir da relação entre os seus lados. Reconhecer o conceito da Trigonometria.
- **Pré-requisitos:** Teorema de Pitágoras. Reconhecer catetos e hipotenusa no triângulo retângulo. Reconhecer e diferenciar o cateto oposto e o cateto adjacente à um ângulo. Radiciação.
- **Material necessário:** Cartolina. Régua. Transferidor. Folhas de papel tamanho A4. Calculadora. Notebook do professor e projetor de multimídia. Programa GeoGebra. Quadro branco. Tabela trigonométrica.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula em grupos de dois alunos. Utilização do quadro branco para anotações relevantes.
- **Descritor associado:**
 - H11** – Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
 - H12** – Resolver problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente de 30° , 45° e 60°).
- **Metodologia adotada:**

Para esta Atividade a turma deverá utilizar os triângulos já preparados nas Atividades anteriores. Com o programa GeoGebra será apresentado um exercício completo com a dinâmica que os alunos deverão realizar em sala de aula para calcular as medidas dos ângulos do triângulo 3,4,5 a partir dos conceitos de Seno, Cosseno e Tangente.

A calculadora simples (não científica) deverá ser utilizada para dar precisão aos cálculos envolvendo números decimais, pois a precisão dos resultados será fundamental para a análise dos alunos.

Serão apresentados outros exercícios distintos para serem resolvidos pelas duplas. Todos os dados serão inseridos no GeoGebra e as soluções apresentadas na própria aula. Serão formulados questionamentos diferentes para cada dupla de alunos com o objetivo de confrontar os resultados obtidos algebricamente com os valores obtidos no GeoGebra.

Este trabalho será avaliado em duplas a partir das observações durante as aulas.

ATIVIDADE 4

As aplicações da Lei dos Senos

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Análise de figuras geométricas planas. Medida de ângulos. Razões entre segmentos.
- **Objetivos:** Apresentar formas alternativas para calcular medidas dos lados em triângulos quaisquer. Demonstrar a capacidade de identificar soluções para problemas cotidianos com o programa GeoGebra.
- **Pré-requisitos:** Trigonometria. Lei dos Senos. Ângulos inscritos na circunferência (ângulos centrais e inscritos).
- **Material necessário:** Cartolina. Régua. Transferidor. Folhas de papel tamanho A4. Calculadora. Notebook do professor e projetor de multimídia. Programa GeoGebra. Quadro branco. Tabela trigonométrica.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula em grupos de dois alunos. Utilização do quadro branco para anotações relevantes.
- **Descritores associados:**
 - H12** – Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos.
- **Metodologia adotada:**

Para esta Atividade a turma deverá utilizar os triângulos já preparados nas Atividades anteriores. Com o programa GeoGebra será apresentado um exercício completo com a dinâmica que os alunos deverão realizar em sala de aula para calcular as medidas dos lados de triângulos acutângulo e obtusângulo a partir da aplicação da Lei dos Senos.

A calculadora simples (não científica) deverá ser utilizada para dar precisão aos cálculos envolvendo números decimais, pois a precisão dos resultados será fundamental para a análise dos alunos.

Utilizar a demonstração do material disponível da CECIERJ sobre a Lei dos Senos a partir de um triângulo inscrito numa circunferência. Explorar os conceitos de ângulos centrais e inscritos poderá auxiliar no desenvolvimento de competências e habilidades para a solução de problemas contextualizados.

Este trabalho será avaliado em duplas a partir das observações durante as aulas.

ATIVIDADE 5

Ampliando a Lei dos Cossenos

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Análise de figuras geométricas planas. Medida de ângulos. Razões entre segmentos.
- **Objetivos:** Apresentar formas alternativas para calcular medidas dos lados em quaisquer triângulos. Demonstrar a capacidade de identificar soluções para problemas cotidianos com o programa GeoGebra.
- **Pré-requisitos:** Trigonometria. Lei dos Cossenos.
- **Material necessário:** Cartolina. Régua. Transferidor. Folhas de papel tamanho A4. Calculadora. Notebook do professor e projetor de multimídia. Programa GeoGebra. Quadro branco. Tabela trigonométrica.
- **Organização da classe:** Turma disposta em sala de aula em grupos de dois alunos. Utilização do quadro branco para anotações relevantes.
- **Descritores associados:**
 - H12** – Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos ou a lei dos senos.
- **Metodologia adotada:**

O objetivo desta Atividade é incentivar a utilização do raciocínio algébrico para solução de valores de medidas de lados e ângulos de triângulos quaisquer. Provocar a turma com o questionamento sobre a comparação da Lei dos Cossenos com o Teorema de Pitágoras.

Alguns problemas adicionais, extraídos dos livros texto de DANTE, de LIMA e de RIBEIRO, serão citados e apresentados a fim de esclarecer possíveis soluções pela aplicação dos conhecimentos trabalhados até esta Atividade.

Ainda que as Atividades sejam incentivadoras da utilização de novas tecnologias é importante trabalhar os conhecimentos algébricos em conjunto com a turma. As diferentes formas de apresentar a Leis dos Cossenos evidenciam a necessidade de desenvolver competências e habilidades algébricas a fim de possibilitar que os alunos estejam preparados para futuros desafios educacionais.

Submeter casos especiais à análise dos alunos poderá remetê-los a um ambiente interativo que deverá contribuir para fixar propriedades e conceitos a partir do comportamento de cada um dos exemplos estudados.

Este trabalho será avaliado em duplas a partir das observações durante as aulas.

ATIVIDADE FINAL

Avaliação e Crítica Geral

- **Duração:** 100 minutos – 2 aulas.
- **Área:** Trigonometria.
- **Objetivos:** Formalizar a avaliação formativa que encerra este ciclo de Atividades.
- **Pré-requisitos:** Ter participado das atividades 1 a 5 (no mínimo 3).
- **Organização da classe:** Turma disposta em grupos de 2 alunos, propiciando identificar possíveis falhas do processo de ensino e de aprendizagem. Trabalho cooperativo com duplas selecionadas.
- **Metodologia adotada:**

As tarefas foram planejadas para serem realizadas em duplas de alunos como forma de incentivar trabalho cooperativo e de devido à impossibilidade de verificação em tempo real do desempenho individual dos alunos. Dessa forma a avaliação qualitativa foi idealizada para ocorrer, de forma continuada, durante a realização das Atividades.

A avaliação quantitativa incluirá questões objetivas e subjetivas e cada dupla de alunos deverá cumprir etapas de respostas abertas e outras com ênfase na boa ordenação de ideias e rigor no uso dos conceitos matemáticos de funções. Ela será acompanhada durante sua realização de modo que os alunos possam ser observados em tempo real, para melhor entendimento do conteúdo.

Outra avaliação, com peso ZERO, sem influenciar na nota do aluno, terá como foco a metodologia utilizada com ênfase na visão dos alunos sobre a condução das Atividades 1 a 5. A avaliação será realizada por meio de uma ficha apenas com questões objetivas, com oportunidade para comentários adicionais.

Os questionamentos principais serão: Você aprovou as aulas com alternância da prática com materiais concretos e programas matemáticos? Você saberia trabalhar com o programa GeoGebra na construção de figuras geométricas? Realizar os cálculos algébricos com apoio da calculadora facilitou a compreensão dos conteúdos estudados? Qual(is) foram as Atividades que mais contribuíram para aumentar o interesse pela Matemática, a participação nas aulas e o interesse pelos conteúdos estudados? Em sua opinião quais foram os pontos fracos que necessitarão ser reformulados? Qual o percentual de compreensão dos conteúdos estudados?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações – vol. 1** – 1. ed. – São Paulo: Ática, 2012.

HOHENWARTER, Markus; BORCHERDS, Michael. **GeoGebra – software livre de Matemática dinâmica**. Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR>. Acesso em 18 abr. 2011.

LIMA, Elon Lages, et al. **A Matemática do Ensino Médio – vol. 1** – 9. ed. - Rio de Janeiro: SBM, 2006.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia–vol. 1** – 1.ed. – São Paulo: Scipione, 2011.

ROTEIROS DE AÇÃO – 1 , 2, 3, 4 e 5 – Curso de Aperfeiçoamento – CECIERJ – 1º ano do Ensino Médio – 2º bimestre/2013 – Disponível em: <<http://projetoeduc.cecierj.edu.br/>>. Acesso em 23 abr. 2013.

VÍDEOS: PITÁGORAS, TRIGONOMETRIA E LEI DOS SENOS / COSSENOS

<http://www.youtube.com/watch?v=7bm4Q3pdFio>

<http://vestibularnopara.com.br/dica-musica-para-decorar-a-tabela-de-seno-cosseno-e-tangente/>

<http://www.youtube.com/watch?v=I8T-YfUffL4>

<http://www.youtube.com/watch?v=3r5-9mF4qWg>

<http://www.youtube.com/watch?v=Tzhjd4qic64>