Formação continuada – Projeto SEEDUC

LOGARITMO E FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Cursista: Darling Domingos Arquieres

guidarling@oi.com.br

2º ano do Ensino Médio - Grupo 1

Tutor: Susi Cristine Britto Ferreira

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Neste planejamento faz um estudo de logaritmo fazendo o uso de vídeos aulas, de textos e de software para o conhecimento histórico, de conceito, de propriedades e de aplicabilidade.

Já que no 2º ano do Ensino Médio é hora de aprofundar esse tema tendo trabalharemos com atividades contextualizadas dando maior significado a aprendizagem e aplicabilidade do mesmo na resolução de problemas da vivência do aluno. A abordagem gráfica também será apresentada nesse trabalho, dada a importância na interpretação e diferenciação das funções exponenciais das logarítmicas.

Enfim, após alunos trabalharem com variedades de atividades contextualizadas na resolução de logaritmo terá condições de pensar sobre essas estratégias e usar na resolução de outros problemas. Assim, todos podem refletir e ampliar suas estratégias para o enfretamento de situações-problema em matemática e em outras áreas do conhecimento.

DESENVOLVIMENTO

Atividade 1 – História do Logaritmo

- DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos
- ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática
- ASSUNTO: Logaritmo
- OBJETIVOS: Apresentação do fato histórico do logaritmo.
- PRÉ-REQUISITOS: Potenciação
- MATERIAL NECESSÁRIO: Computador com data-show e folha com o texto.
- ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: dupla.
- DESCRITORES ASSOCIADOS: **H34** – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

✓ **Apresentação do vídeo** – Logaritmos e Música: **https://www.youtube.com/watch?v=8fR5iOFtY2c**

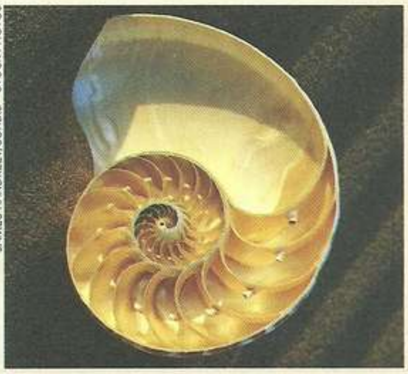
✓ **TEXTO:**

Espiral logarítmica

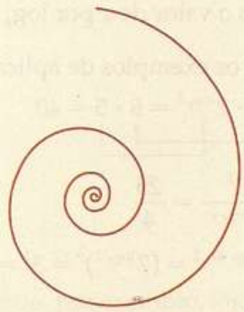
A forma espiral pode ser encontrada na natureza, por exemplo, no miolo das margaridas, nas teias de aranha e até nas galáxias e nebulosas do Universo.

A **espiral logarítmica**, um tipo especial de espiral, está presente na carapaça do náutilo (molusco encontrado nos oceanos Pacífico e Índico), como também nos chifres de alguns animais.

JAMES RANDKLEV/CORBIS – STOCK PHOTOS



Náutilo



Espiral logarítmica

Sob o aspecto matemático, a espiral logarítmica foi descoberta por René Descartes (1596-1650), matemático francês, e estudada de maneira independente pelo físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647). James Bernoulli (1654-1705), matemático suíço, deu-lhe a denominação de **espiral maravilhosa**.

O nome espiral logarítmica foi criado pelo matemático francês Pierre de Varignon (1654-1722), em decorrência da proporcionalidade existente entre ângulos formados por elementos dessa espiral e seus logaritmos.

Reflita sobre o texto

a) Onde é possível identificar a espiral logarítmica na natureza?
b) Por que a espiral descoberta por René Descartes recebeu o nome de espiral logarítmica?

Fonte: Projeto Seeduc – Formação continuada matemática 2º ano **Re: Fórum temático 1** - por FLAVIO LAVOURAS HAICKI RIO DE JANEIRO - sábado, 15 fevereiro 2014, 19:34

Atividade 2 – Logaritmo

- DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos
- ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática
- ASSUNTO: Logaritmo
- OBJETIVOS: Conceito do logaritmo e Dedução das principais propriedades do logaritmo.
- PRÉ-REQUISITOS: Potenciação
- MATERIAL NECESSÁRIO: Computador com data-show e folha com as atividades.
- ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: dupla.
- DESCRITORES ASSOCIADOS: **H34** – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

✓ **Apresentação do vídeo** – Logaritmo: **https://www.youtube.com/watch?v=tQe4Jz3pBlk**

✓ **TEXTO:**

Definição de logaritmo

$$\boxed{a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b}$$ sendo b>0 ,a>0 e a≠1

Na igualdade $x = \log_a b$ obtemos:

a= base do logaritmo
b= logaritmando ou antilogaritmo
x= logaritmo

Exemplos:

1) $\log_2 32 = 5$ pois $2^5 = 32$

2) $\log_4 16 = 2$ pois $4^2 = 16$

3) $\log_5 1 = 0$ pois $5^0 = 1$

Consequências da definição

Sendo b>0 ,a>0 e a≠1 e **m** um número real qualquer, temos a seguir algumas consequências da definição de logaritmo:

$\boxed{\log_a 1 = 0}$ $\boxed{\log_a a = 1}$ $\boxed{\log_a a^m = m}$ $\boxed{a^{\log_a b} = b}$

$\boxed{\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c}$

Propriedades operatórias dos logaritmos

1) Logaritmo do produto: $\boxed{\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y}$ (a>0, a≠1, x>0 e y>0)

2) Logaritmo do quociente: $\boxed{\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y}$ (a>0, a≠1, x>0 e y>0)

3) Logaritmo da potência: (a>0, $\boxed{\log_a x^m = m.\log_a x}$ a≠1, x>0 e m $\in \Re$)

(Fonte: Só Matemática – Ensino Médio – Logaritmo. http://www.somatematica.com.br/emedio2.php. Acessado em 23 fevereiro 2014.)

- ✓ **Lista de Exercícios:**

01. Aplicando a definição, calcule o valor dos logaritmos:

(A) $\log_{\sqrt{8}} 4$

(B) $\log_{25} 0{,}2$

(C) $\log_2 \sqrt[5]{64}$

(D) $\log_{16} 32$

(E) $\log_5 0{,}000064$

(F) $\log_{49} \sqrt[5]{7}$

(G) $\log_3 81$

(H) $\log_2 \sqrt[8]{64}$

(I) $\log_4 2\sqrt{2}$

(J) $\log_2 0{,}25$

(K) $\log_{\sqrt[5]{2}} 128$

(L) $\log_{625} \sqrt{5}$

2 . Dê o valor de:

(A) $\log_4 4$

(B) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{7}$

(C) $\log_6 1$

(D) $\log_{0,2} 1$

(E) $\log_6 6^2$

(F) $\log_{\frac{1}{10}} \left(\frac{1}{10}\right)^3$

(G) $5^{\log_5 7}$

(H) $3^{\log_3 27}$

(I) $4^{\log_4 \frac{1}{2}}$

(J) $\log_4 4^3$

(K) $\log_5 5^{-7}$

(L) $\log_{33} 1$

Atividade 3 – Aplicação de Logaritmo

- DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos
- ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática
- ASSUNTO: Logaritmo
- OBJETIVOS: Aplicar os conceitos e propriedades dos logaritmo em questões contextualizadas.
- PRÉ-REQUISITOS: Conceito e propriedades do logaritmo.
- MATERIAL NECESSÁRIO: Computador com data-show e folha com as atividades.
- ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: dupla.
- DESCRITORES ASSOCIADOS: **H34** – Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.

✓ **Apresentação do vídeo** – Aplicação de Logaritmo – Novo Telecurso: **https://www.youtube.com/watch?v=daBu-r9QExQ**

✓ **Exercício Resolvido:**

Você conhece algum outro problema em que a função logarítmica esteja associada? Proponha uma atividade para a sala de aula que leve o aluno a resolver esse problema com o auxílio do conceito de função logarítmica.

Uma pessoa aplicou a importância de R$ 500,00 numa instituição bancária que paga juros mensais de 3,5%, no regime de juros compostos. Quanto tempo após a aplicação o montante será de R$ 3 500,00? Dados: log 1,035 = 0,0149.

Resolução:
Nos casos envolvendo a determinação do tempo e juros compostos, a utilização das técnicas de logaritmos é imprescindível.

Fórmula para o cálculo dos juros compostos: $M = C * (1 + i)^t$. De acordo com a situação problema, temos:

M (montante) = 3500
C (capital) = 500
i (taxa) = 3,5% = 0,035
t = ?

$M = C * (1 + i)^t$
$3500 = 500 * (1 + 0,035)^t$
$3500/500 = 1,035^t$
$1,035^t = 7$

Aplicando logaritmo

$\log 1,035^t = \log 7$
$t * \log 1,035 = \log 7$
$t * 0,0149 = 0,8451$
$t = 0,8451 / 0,0149$
$t = 56,7$

O montante de R$ 3 500,00 será originado após 56 meses de aplicação.

(Fonte: Projeto Seeduc – Formação continuada matemática 2º ano - Fórum temático 1 por MOEMA RIBEIRO DA SILVA MARICÁ - quarta, 12 fevereiro 2014, 22:03)

- ✓ **Lista de Exercícios:**

QUESTÃO 1

(UFG) As indicações R_1 e R_2, na escala Richter, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula: $R_2 - R_1 = \log_{10}\left(\frac{M_2}{M_1}\right)$, onde M_1 e M_2 medem as energias liberadas pelos respectivos terremotos, sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Considerando que ocorreram dois terremostos, um correspondente a $R_1 = 6$ e outro corresponde a $R_2 = 4$, determine a razão entre as energias liberadas pelos mesmos.

QUESTÃO 2

Uma população de bactérias, em condições favoráveis, reprodiz-se aumentando seu número em 25% a cada dia. Após quantos dias o número de bactérias será 200 vezes maior que o número inicial? (Use: log 2 = 0,301 elog 5 = 0,699).

QUESTÃO 3

Suponha que o preço de um carro sofra desvalorização de 20% ao ano. Depois de quanto tempo, aproximadamente, seu preço cairá cerca da metade do preço de um carro novo? (Use: log 2 = 0,30).

QUESTÃO 4

As substâncias radioativas emitem partículas e, com o passar do tempo, sua massa vai diminuindo. O iodo 125, variedade radiotiiva do iodo com aplicações medicinais, tem meia-vida de 60 dias (perde metade de sua massa a cada 60 dias).

(A) Quantos gramas de iodo 125 irão restar a partir de uma mostra de 10 g, após 60 dias? E após 120 dias? E após 6 meses?

(B) Daqui a quanto tempo essa amostra terá apenas 0,04 grama?

Sugestão: use a fórmula $m = \frac{m_0}{2^x}$, em que m_o: massa da amostra, m: massa que permanece radioativa e x: nº de períodos de meia-vida.

QUESTÃO 5

Uma cidade tem 10 000 habitantes. Sua população apresenta, em média, 5% de crescimento populacional. Após quantos anos essa cidade terá 100 000 habitantes? Use log 1,05 = 0,02119.

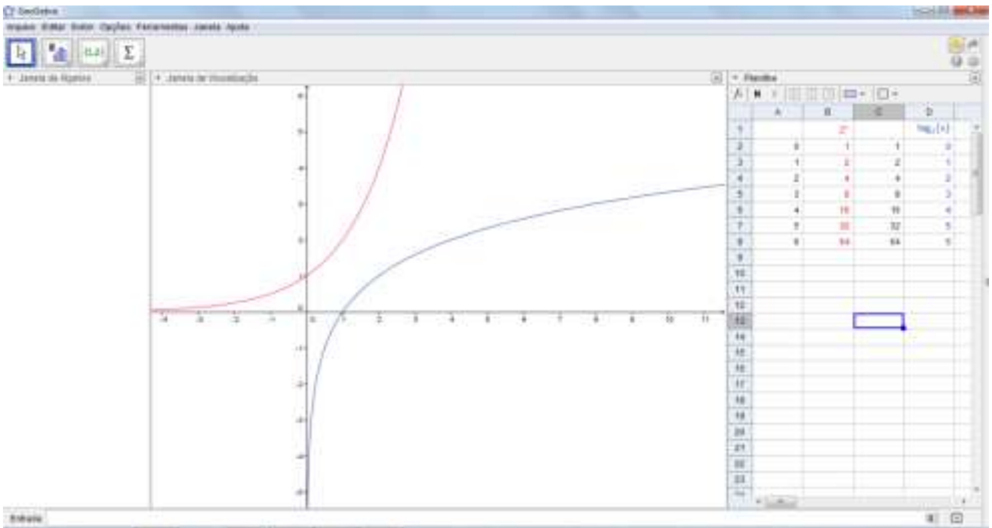
Atividade 4 – Função Logarítmica inversa da Exponencial

- DURAÇÃO PREVISTA: 100 minutos
- ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática
- ASSUNTO: Logaritmo
- OBJETIVOS: Aplicar o conhecimento de exponencial e logaritmo.
- PRÉ-REQUISITOS: Conceito e propriedades de exponencial e do logaritmo.
- MATERIAL NECESSÁRIO: Computador com Geogebra, data-show e folha com as atividades.
- ORGANIZAÇÃO DA CLASSE: dupla.
- DESCRITORES ASSOCIADOS: **H65 -** Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.

1- Use a planilha do Geogebra para realizar os cálculos para preencher as tabelas com as coordenadas das funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$.

x	$y = f(x) = 2^x$
0	1
1	
2	
3	
4	
5	
6	

x	$y = g(x) = \log_2 x$
1	0
2	
4	
8	
16	
32	
64	



Observação:

No Geogebra:

Na função $f(x) = 2^x$ digita 2^x e na função $g(x) = \log_2 x$ digita log 2(x) ao dá enter, ele próprio se tornará na função g(x). Para a troca de cor das funções basta clicar com o mouse direito em cima do gráfico, clica em propriedades e em seguida cor.

2- Você deve ter observado, por exemplo, que $f(3) = 2^3 = 8$ e $g(8) = \log_2 8 = 3$, $f(4) = 2^4 = 16$ e $g(16) = \log_2 16 = 4$.

Para verificar localize um ponto em cada função digitando na caixa de entrada do Geogebra (2,f(2)) e (4,g(4)). São resultados:

f (2) = ____ => (2,__) ponto A

g (4) = ____ => (4,__) ponto B

Observação: Para renomear o gráfico da função, clique com o mouse direito no gráfico, em seguida em renomear e defina a exponencial como f e a logarítmica como g.

3- Considere a, b e c números reais positivos, com $a \neq 1$. Com base no que você respondeu no item 5, tente escrever uma relação entre f e g.

AVALIAÇÃO

O professor deverá acompanhar o desenvolvimento dos trabalhos em sala de aula através de observações e registros, verificando o interesse pelo assunto e se não capazes de aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas. Observar também seu desempenho nas atividades propostas, bem como sua participação na aula.

Todas as atividades foram propostas em dupla, mas podendo ser aplicadas em grupo depende do quantitativo do público. As atividades em dupla ou em grupo durante o desenvolvimento das questões ocorra a integração e interação entre os integrantes para que haja ajuda mútua na obtenção do conhecimento sobre Logaritmo. Enquanto os alunos realizam as atividades, o professor pode intervir para questioná-los contanto que com exposição oral possa avaliar o que o aluno compreendeu ou não sobre o conteúdo e, assim pode sanar possíveis dúvidas. E outra forma de avaliar é analisar os registros das atividades e em seguida comentar oralmente os possíveis erros para que sejam corrigidas.

Neste planejamento o professor avaliará qualitativamente e quantivamente através da participação, interação e colaboração dos alunos e dos registros nas atividades.

BIBLIOGRAFIA

CURRÍCULO MÍNIMO – versão 2013.

IEZZI, G., DOLCE, O., DEGENSZAJN, D., PÉRIGO, R. & ALMEIDA, N. ***Matemática: Ciência e Aplicações***. São Paulo: Saraiva, 2010. (volume 1, 6ª edição).

MATRIZ REFERÊNCIA SAERJINHO – Versão 2012.

SMOLE, K.S. & DINIZ, M.I. ***Matemática Ensino Médio***. São Paulo: Saraiva, 2010. (volume 1, 6ª edição).

Endereços Eletrônicos:

APLICAÇÃO DE LOGARITMOS, CONTAGEM E POTÊNCIA. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=1wPjuK6OC6s. Acessado em 23 fevereiro 2014.

LOGARITMO. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=tQe4Jz3pBlk. Acessado em 23 fevereiro 2014.

LOGARITMOS E MÚSICA. Disponível em **https://www.youtube.com/watch?v=8fR5iOFtY2c.** Acessado em 23 fevereiro 2014.

NOVO TELECURSO MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO – Aula 61. Disponível em **https://www.youtube.com/watch?v=daBu-r9QExQ**. Acessado em 23fevereiro 2014.

PAIVA, GUSTAVO H. N. R. ***Manual de atividades no Geogebra para a Educação Básica***. Taguatinga, 2012. Disponível em http://facitec.br/revistamat/download/paradidaticos/Manual_Geogebra.pdf. Acessado em 23 fevereiro 2014.

PROJETO SEEDUC – Formação continuada matemática 2º ano Re: Fórum temático 1 - por FLAVIO LAVOURAS HAICKI RIO DE JANEIRO - sábado, 15 fevereiro 2014, 19:34. Disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/forum/discuss.php?d=14985. Acessado em 23 fevereiro 2014.

PROJETO SEEDUC – Formação continuada matemática 2º ano - Fórum temático 1 por MOEMA RIBEIRO DA SILVA MARICÁ - quarta, 12 fevereiro 2014, 22:03. Disponível em http://projetoseeduc.cecierj.edu.br/ava22/mod/forum/discuss.php?d=14985 . Acessado em 23 fevereiro 2014.

ROTEIRO DE AÇÃO 3 DO PROJETO SEEDUC – Formação Continuada Matemática 2º Ano. Disponível em file:///C:/Users/Notebook/Downloads/MAT_1B_2SER_1C_Roteiro_de_acao_3%20(2).pdf. Acessado em 25 fevereiro 2014.

SÓ MATEMÁTICA – Ensino Médio – Logaritmo. http://www.somatematica.com.br/emedio2.php. Acessado em 23 fevereiro 2014