FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA FUNDAÇÃO CECIERJ / SEEDUC-RJ
COLÉGIO: ESTADUAL JOSÉ MATOSO MAIA FORTE
PROFESSOR: FILOMENA MARTINS CASTRO NOVAIS
MATRÍCULA: 00/3031632-7
SÉRIE: 3º ANO – ENSINO MÉDIO 4º BIMESTRE
TUTOR : RODOLFO GREGÓRIO DE MORAES

PLANO DE TRABALHO SOBRE RETAS PARALELAS E PERPENDICULARES

Filomena Martins Castro Novais
filo.castro@gmail.com

Avaliação da implementação do Plano de Trabalho

Pontos Positivos:

Iniciei a aula com uma revisão dos conteúdos do 3º bimestre: equação da reta e coeficiente angular. Assim, os alunos tiveram uma ideia do que precisariam saber para resolver as questões. Entenderam o conteúdo bem rápido, e conseguiram realizar as atividades propostas de acordo com o tempo previsto.

Pontos Negativos:

A principal dificuldade apresentada pela turma foi a utilização dos sinais quando precisavam isolar o y e encontrar o coeficiente angular da equação da reta. Essa dificuldade acompanhou muitos alunos até a avaliação bimestral. O principal eles conseguiram entender.

Alterações:

Mantive todas as etapas previstas. Apenas acrescentei mais exercícios de revisão após o término das atividades previstas.

Impressões dos alunos:

Os alunos não demonstraram muita dificuldade durante a aplicação do PT. Gostaram bastante quando viram os exemplos das retas paralelas e perpendiculares no datashow, pois tiveram uma ideia precisa de como são e suas posições de acordo com os coeficientes angulares que possuem.

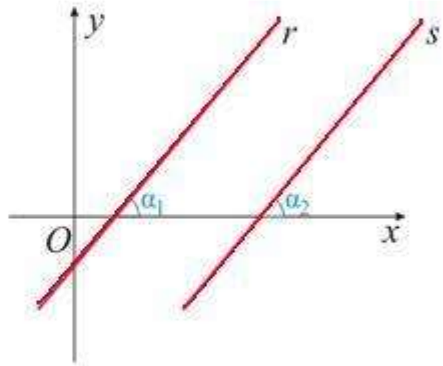
Ao final do plano de trabalho, pediram que este fosse o único conteúdo da avaliação bimestral. Sinal que ficaram bem à vontade com os conteúdos .

Posições relativas entre duas retas

Retas Paralelas

No estudo analítico da reta não podemos deixar de falar das posições relativas entre retas. Dadas duas ou mais retas do plano, elas podem ser paralelas, concorrentes, coincidentes ou concorrentes perpendiculares. Abordaremos aqui o paralelismo de retas, assunto que sempre intrigou matemáticos de todas as épocas. Sabemos que duas retas são paralelas quando são equidistantes durante toda sua extensão, não possuindo nenhum ponto em comum.

Dessa forma, considere duas retas, r e s, no plano cartesiano.



As retas r e s são paralelas se, e somente se, possuírem a mesma inclinação ou seus coeficientes angulares forem iguais.

Utilizando a linguagem matemática:

$$r \,//\, s \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

Uma maneira mais simples de verificar se duas retas são paralelas é comparar seus coeficientes angulares: se forem iguais as retas são paralelas.

Exemplo 1. Verifique se as retas r: $2x + 3y - 7 = 0$ e s: $-10x - 15y + 45 = 0$ são paralelas.

Solução: Vamos determinar o coeficiente angular de cada uma das retas.

Reta r: $2x + 3y - 7 = 0$

Para encontrar o coeficiente angular precisamos isolar y na equação geral da reta.

$3y = -2x + 7$

$y = \frac{-2x}{3} + \frac{7}{3}$

$m_r = \frac{-2}{3}$

Faremos o mesmo processo para a reta s.

Reta s: – 10x – 15y + 45 = 0

$-15y = 10x - 45$

$15y = -10x + 45$

$y = \frac{-10x}{15} + \frac{45}{15} = \frac{-2x}{3} + 3$

$m_s = \frac{-2}{3}$

Como $m_r = m_s = \frac{-2}{3}$, podemos afirmar que r // s.

Exemplo 2. Determine a equação geral da reta t que passa pelo ponto P(1, 2) e é paralela à reta r de equação 8x – 2y + 9 = 0.

Solução: para determinar a equação de uma reta basta conhecermos um ponto dessa reta e seu coeficiente angular. Já conhecemos o ponto P(1, 2) da reta procurada, agora resta encontrar o seu coeficiente angular. Como a reta t é paralela à reta s, elas possuem o mesmo coeficiente angular. Assim, utilizando a equação da reta r iremos determinar o coeficiente angular. Segue que:

$8x - 2y + 9 = 0$

$-2y = -8x - 9$

$2y = 8x + 9$

$y = \frac{8x}{2} + \frac{9}{2}$

$y = 4x + \frac{9}{2}$

$m_r = 4$

Podemos afirmar que m_t=4. Conhecendo um ponto da reta e seu coeficiente angular, utilizamos a fórmula abaixo para determinar sua equação.

$y - y_0 = m(x - x_0)$

Onde x_0 e y_0 são as coordenadas do ponto pertencente à reta. Teremos:

$y - 2 = 4(x - 1)$

$y - 2 = 4x - 4$

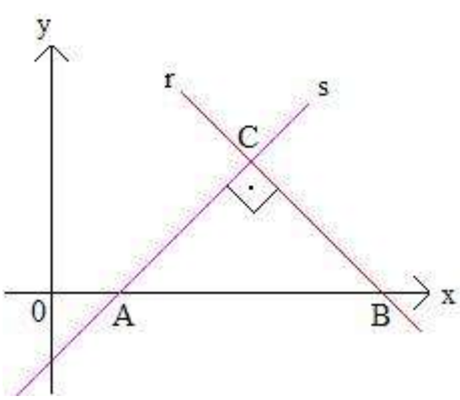
$4x - y - 4 + 2 = 0$

$4x - y - 2 = 0$ → Equação geral da reta t.

Retas Perpendiculares:

A característica mais conhecida de duas retas perpendiculares é que no ponto de intersecção delas é formado um ângulo reto (de medida igual a 90°), mas com o estudo da geometria analítica em cima da análise da reta é possível dizer que duas retas perpendiculares terão os seus coeficientes angulares opostos e inversos.

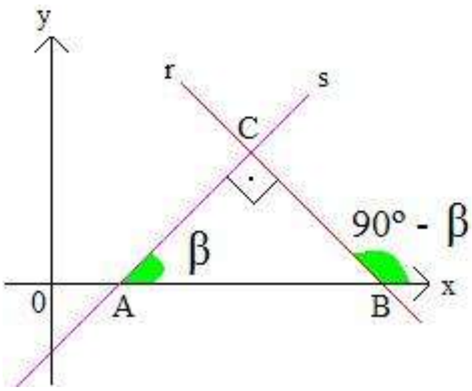
Considere duas retas r e s, perpendiculares no ponto C, representadas em um plano cartesiano.



Considerando o ângulo de inclinação da reta s como sendo β, então o ângulo de inclinação da reta r será 90° - β. Dessa forma teremos:

Coeficiente angular da reta s: ms = tg β

Coeficiente angular da reta r: mr = tg (90° - β)



Aplicando as fórmulas de adição de arcos é possível comparar o coeficiente angular das duas retas, veja:

$$tg(90^o+\beta)=\frac{sen(90^o+\beta)}{\cos(90^o+\beta)}=\frac{sen90^o.\cos\beta+sen90^o.\cos\beta}{\cos 90^o.\cos\beta-sen90^o.sen\beta}$$

$$tg(90^o+\beta)=\frac{\cos\beta}{-sen\beta}$$

$$tg(90^o+\beta)=\frac{-1}{tg\beta}$$

Como ms = tg β e mr = - 1 / tg β, podemos dizer que: **ms = -1 / mr** ou **ms . mr = -1**

Dessa forma, chegamos à conclusão de que em duas retas perpendiculares o coeficiente angular de uma das retas será igual ao oposto do inverso do coeficiente angular da outra

Desenvolvimento:

DURAÇÃO PREVISTA: 200 minutos ou 4 aulas, divididos em dois dias distintos.

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática

ASSUNTO: Geometria Analítica

OBJETIVOS:

- Identificar padrões entre as equações de retas paralelas
- Deduzir a relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares.

PRÉ-REQUISITOS: Marcação de pontos no plano cartesiano, identificação da equação de uma reta.

MATERIAL NECESSÁRIO: Folha de atividades, lápis ou caneta.

ORGANIZAÇÃO DA CLASSE:

- Turma disposta em duplas em laboratório de informática de forma a propiciar um trabalho colaborativo.
- Turma disposta em grupos dois a três alunos de forma a propiciar um trabalho colaborativo.

DESCRITORES ASSOCIADOS:

- H15 - Identificar a equação de uma reta apresentada, a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Atividades:

1º dia:
Inclinação e coeficiente angular da reta e a descoberta de retas paralelas e perpendiculares.

1) Dadas as retas abaixo, identifique os coeficientes angulares de cada uma delas.

a) r: $4x - 3y + 7 = 0$ Resposta: $m_r = \frac{4}{3}$

b) s: $8x - 6y + 14 = 0$ Resposta: $m_s = \frac{4}{3}$

c) p: $6x + 3y + 7 = 0$ Resposta: $m_p = -2$

d) q: $2x + y - 5 = 0$ Resposta: $m_q = -2$

e) t: $2x - 4y - 1 = 0$ Resposta: $m_t = \frac{1}{2}$

f) u: $3x - y + 6 = 0$ Resposta: $m_u = 3$

2) De acordo com os coeficientes angulares encontrados no exercício anterior, analise e responda as seguintes questões com V para verdadeiro e F para falso:

a) Os coeficientes das retas r e s são iguais. (V)
b) Os coeficientes das retas p e q são iguais. (V)
c) Os coeficientes das retas t e u são iguais. (F)

3) Quando os coeficientes angulares de duas retas são iguais, estas retas são chamadas paralelas. E quando são diferentes são chamadas de concorrentes.
Por isso, identifique no exercício 1, um par de retas paralelas: r e s e um par de retas concorrentes: t e u / s e q .

2º dia:

Análise do coeficiente angular e a descoberta de retas perpendiculares

1) Para identificar se duas retas são perpendiculares, encontramos os coeficientes angulares das duas retas e em seguida provamos o seguinte:
ms . mr = -1

Agora, dadas as retas s: x + 2y – 1 = 0 e r: 4x – 2y +12 = 0, prove que elas são perpendiculares.

Resolução esperada:

Temos que

s: $x + 2y - 1 = 0 \rightarrow y = \frac{-x}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow m_s = -\frac{1}{2}$

r: $4x - 2y + 12 = 0 \rightarrow y = \frac{4x}{2} + \frac{12}{2} \rightarrow m_r = \frac{4}{2} = 2$

Para que as retas sejam perpendiculares $m_s * m_r = -1$

Segue que,

$$m_s * m_r = -\frac{1}{2} * 2 = -1$$

Portanto, as retas *r* e *s* são perpendiculares.

2) Encontre a equação da reta s, perpendicular à reta t: 2x + 3y – 4 =0, sabendo que ela passa pelo ponto P(3,4).

Resolução esperada:

Para a reta t: 3y = -2x + 4 → $y = \frac{-2x}{3} + \frac{4}{3}$ → $m_t = \frac{-2}{3}$

Como s é perpendicular a t, então $m_s * m_t = -1$ → $m_s = \frac{-1}{\frac{-2}{3}} = \frac{3}{2}$

Temos um ponto da reta s e seu coeficiente angular. Assim, a equação da reta s será dada por:

$y - y_0 = m_s * (x - x_0)$, onde x_0 e y_0 são as coordenadas do ponto P. Logo,

$y - 4 = \frac{3}{2} * (x - 3)$

$y - 4 = \frac{3x-9}{2}$

$2y - 8 = 3x - 9$

Organizando os termos, teremos:

$3x - 9 - 2y + 8 = 0$

$3x - 2y - 1 = 0$, que é a equação da reta s.

3) Considere no plano cartesiano uma reta r de equação 3x + 5y +1 =0 e um ponto Q de coordenadas (5,5). Determine a equação da resta s perpendicular a r passando por Q.

Resposta esperada para avaliação:

Equação de r: 3x + 5y + 1 = 0 → y = $\frac{-3x}{5} - \frac{1}{5}$ → $m_r = \frac{-3}{5}$

Sabemos que $m_s * m_r = -1 \rightarrow m_s = \frac{-1}{\frac{-3}{5}} \rightarrow m_s = \frac{5}{3}$

Conhecendo o coeficiente angular e um ponto da reta s, podemos aplicar a fórmula:

$$y - y_0 = m * (x - x_0)$$

$$y - 5 = \frac{5}{3} * (x - 5)$$

$$y - 5 = \frac{5x - 25}{3}$$

$$3y - 15 = 5x - 25$$

$$5x - 3y - 25 + 15 = 0$$

$5x - 3y - 10 = 0$ que é a equação da reta s.

Avaliação:

1º dia

Como o assunto Coeficiente angular da reta é algo do 3º bimestre, muitos alunos podem apresentar dificuldade, na hora de encontrá-lo. Para isso, é importante dar um exemplo à turma. E a partir daí, não haverá nenhuma dificuldade em resolver os exercícios propostos.

A avaliação pode ser feita ao analisar o que cada aluno faz: se consegue identificar os coeficientes corretamente, e se tem habilidade de analisar as questões propostas.

2º dia

Neste dia, a atividade proposta engloba novamente coeficiente angular e equação da reta. Os mesmo devem ser exemplificados pelo professor. A segunda questão deve ser acompanhada passo a passo, e ser usada como exemplo, e o aluno deverá fazer sozinho a questão 3, onde seu aprendizado será avaliado.

Referências Bibliográficas

- <http://www.brasilescola.com/matematica/retas-perpendiculares.htm> Acesso em 27/11/2012
- <http://www.brasilescola.com/matematica/retas-paralelas.htm> Acesso em 27/11/2012
- <http://exercicios.brasilescola.com/matematica/exercicios-sobre-retas-perpendiculares.htm#questao-2407> Acesso em 27/11/2012

- RIBEIRO, Jackson. Matemática: ciência, linguagem e tecnologia. Volume 3. 1ª edição. São Paulo, Scipione, 2011.