Formação Continuada Nova EJA

Plano de Ação 22

Nome: ANDRÉ LUIZ REBELLO SOARES

Regional 3 - IE CARMELA DUTRA

Tutor: CARLOS EDUARDO LIMA DE BARROS

INTRODUÇÃO:

Sistematizando os conhecimentos que outros povos antigos haviam adquirido de forma desordenada através do tempo, Euclides deu-lhes ordem lógica, estudando a fundo as propriedades das figuras geométricas, as áreas e os volumes.

Assim, nosso estudo inicial se divide em duas partes. Na primeira, apresentaremos os conceitos primitivos da geometria espacial, com o reconhecimento posicional dos entes geométricos (ponto, reta e plano) e sua visualização das diferentes formas espaciais. E em seguida, faremos uma introdução ao estudos dos poliedros, dando ênfase à relação de Euler e suas aplicações.

DESENVOLVIMENTO DAS AULAS:

As aulas serão ministradas de forma expositiva utilizando exercícios retirados de vários livros (bibliografia).

Aula 01 – Ponto, Reta e Plano

Nesta aula iremos estudar os conceitos de ponto, reta plano. Em tudo que nos cerca podemos encontrar tais conceitos, como por exemplo: um pingo de caneta numa folha é um ponto, os fios nos postes são exemplos de retas e uma parede é um plano.

Ponto

Reta

Plano

I) Ponto:

Representamos os pontos por letras latinas maiúsculas, como, por exemplo: A, B, C, ...

II) Reta:

As retas são representadas por letras latinas minúsculas, como, por exemplo: a, b, c , ...

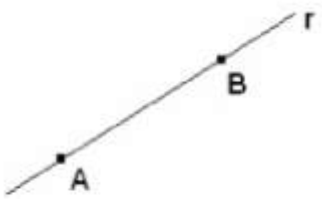
III) Plano:

Os planos são representados por letras gregas minúsculas, como, por exemplo: α, β, π

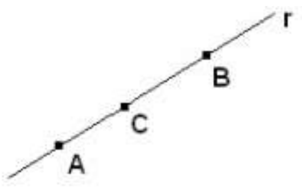
Vejamos algumas observações importantes:

1ª) Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos distintos.

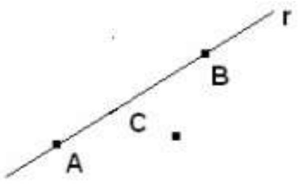
2ª) Dois pontos determinam uma única reta. Se outras retas passam por estes pontos, elas serão iguais.



3ª) Pontos colineares pertencem à mesma reta.

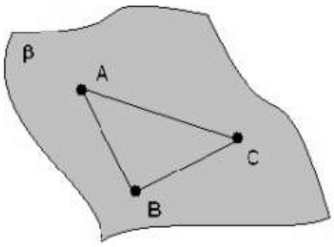


A, B e C são colineares.

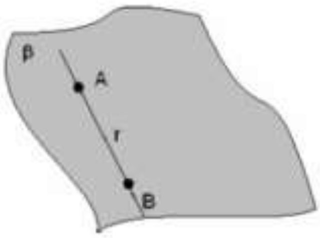


A, B e C não são colineares.

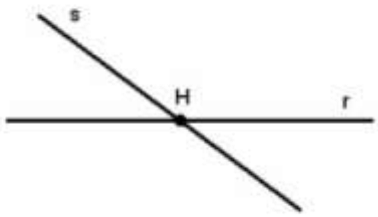
4ª) Três pontos determinam um único plano.



5ª) Se uma reta contém dois pontos de um plano, esta reta está contida neste plano.



6ª) Duas retas são concorrentes se tiverem apenas um ponto em comum.



Observe que $r \cap s = \{H\}$, sendo que H está contido na reta **r** e na reta **s**.

Aula 02 – Poliedros

Agora, iremos estudar os sólidos geométricos muito presentes no nosso dia a dia, como, por exemplo, na arquitetura, na engenharia e nas artes plásticas. Podemos observar que sempre estamos vendo lugares, figuras e paisagens que têm como inspiração os sólidos geométricos, veja como as figuras abaixo, servem de cartão postal em diferentes países.

Pirâmide de vidro no Museu do Louvre em Paris, França, construída em 1988.

Museu do Louvre

Senado Federal, em Brasília, construído em 1960.

Congresso Nacional

Como podemos perceber, na primeira figura, temos uma estrutura feita de faces triangulares. Já na segunda, temos faces retangulares, representadas pelos dois prédios mais altos e, também, duas cúpulas, uma côncava (virada para baixo) e outra convexa (virada para cima).

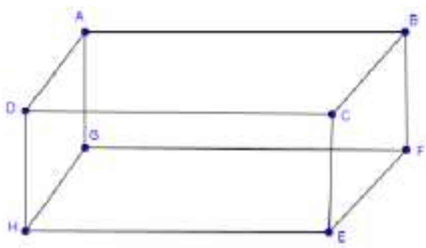
Poliedros:

A palavra poliedro é de origem grega, é formada por ***poli***, que significa muitos, e ***edro***, que significa "faces". Os poliedros são sólidos geométricos cujas superfícies são formadas apenas por polígonos planos (triângulos, quadriláteros, pentágonos etc).
Costuma-se nomear um poliedro conforme a quantidade de faces que esses poliedros possuem. Veja a tabela abaixo:

Número de Faces	Nome do Poliedro
4	Tetraedro
5	Pentaedro
6	Hexaedro
7	Heptaedro
8	Octaedro
12	Dodecaedro
20	Icosaedro

Elementos de um Poliedro:

Em um poliedro, podemos destacar três itens importantes: arestas, vértices e faces.



As arestas desse paralelepípedo são representadas pelos segmentos de retas que compõem a borda da figura. São eles:

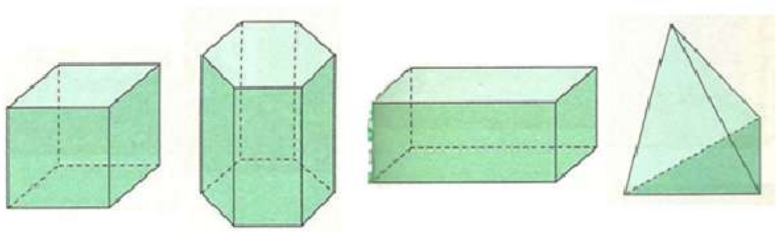
$\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{GF}$, $\overline{GH}$, $\overline{FE}$, $\overline{EH}$, $\overline{GA}$, $\overline{HD}$, $\overline{FB}$, $\overline{EC}$

Os vértices são as junções das arestas: A, B, C, D, E, F, G, H.

As faces desse poliedro são as figuras planas que estão representadas em cada lado do poliedro. Neste caso, temos faces quadrangulares e retangulares.
São elas:

DCHE, CBEF, ABCD, AGHD, AGBC, FGHE.

Observe, também, outros exemplos de poliedros:



Aula 3 - Relação de Euler

A relação de Euler é utilizada somente em poliedros convexos (que são aqueles onde há um segmento que liga dois pontos quaisquer em seu interior).
Esta relação diz que a quantidade de vértices de um poliedro somado ao número de faces é igual ao número de arestas desse poliedro mais duas unidades, ou seja:

$$V + F = A + 2$$

Exemplo:

Vamos calcular quantas arestas tem um paralelepípedo que possui 8 vértices e 6 faces.

Resolução:

Basta usar a relação de Euler, assim temos que V+F = A + 2.

Então, vem: $8 + 6 = A + 2 \Rightarrow 14 = A + 2 \Rightarrow A=12$

MATERIAL DE APOIO:

A seguir alguns links de sites para servir de apoio às aulas:

1 - Hipertexto

Descrição:

Este recurso permite que o aluno através de um navegador de internet visualize inúmeros conceitos de Geometria Espacial desde os primitivos até os mais complexos.

Endereço Eletrônico:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10483/GeometriaDaPosicao.zip?sequence=1.

2 - Jogo:

Geometria Espacial

Descrição:

Nesse jogo o aluno terá que responder a quatro questões sobre propriedades e conceitos de geometria espacial. Cada questão vale uma pontuação que vai diminuindo de acordo com o tempo. Para avançar para o próximo nível o aluno terá que acertar todas as questões.

Endereço Eletrônico:

http://www.gilmaths.mat.br/Jogos%20flash/Geometria%20Espacial.swf

3 - Objeto de aprendizagem

Descrição:

Este objeto de aprendizagem, produzido pela Universidade Federal Fluminense, oferece uma pequena enciclopédia virtual interativa sobre os sólidos platônicos, apresentando suas propriedades matemáticas, os aspectos históricos, suas aplicações e modelos virtuais interativos.

Endereço Eletrônico:

http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html.

4 - Experimento:

Esqueleto no espaço – Matemática Multimídia:

Descrição:

Trata-se de uma proposta de construção de poliedros com palitos de churrasco e garrote e exploração de seus elementos (vértices e arestas) onde poderão ser trabalhados outros temas relacionados aos poliedros: (Relação de Euler, Nomenclatura, volume...)

Endereço Eletrônico:

http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Experimentos/ExperimentosM3Matematica/esqueletos_no_espaco/

5 – Cortar Cubos.

Descrição:

Neste experimento, cada aluno terá, inicialmente, um cubo de espuma floral, que obedece a Relação de Euler:

$V - A + F = 2$, onde V é o número de vértices, A o número de arestas e F é o número de faces do sólido. O objetivo será fazer cortes planos nesse poliedro na tentativa de violar a relação mencionada no sólido resultante, ou seja, fazer $V - A + F \neq 2$. Deste modo, os alunos estarão verificando a relação a cada corte feito, de modo que ela se fixe cada vez mais.

Endereço Eletrônico:

http://www.mais.mat.br/wiki/Cortar_cubos

6 - Vídeo:

Poliedros de Platão – Duração: 9’53’’

Descrição:

Nesse vídeo é possível acompanha um pouco sobre os poliedros regulares seus elementos e transformações.

Endereço eletrônico:

http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.do

7- Uma Pletora de Poliedros

Descrição:

Nesta atividade apresentamos um software interativo que permite visualizar e manipular vários tipos de poliedros (os platônicos, os arquimedianos, os prismas, as pirâmides, etc). Várias operações geométricas estão disponíveis: cálculo de um sólido dual, cortes por seções, planificação, truncamento e estrelamento. O software também informa o número de vértices, arestas e faces de cada poliedro e sua característica de Euler.

Endereço eletrônico:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/16513

VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO:

1- Considere as afirmações a seguir:

I. Duas retas distintas determinam um plano.
II. Se duas retas distintas são paralelas a um plano, então elas são paralelas entre si.
III. Se dois planos são paralelos, então toda reta de um deles é paralela a alguma reta do outro.
Qual(is) afirmação (ões) acima é (são) verdadeira(s) ?

RESOLUÇÃO:

I – Falso, pois, se tomarmos duas retas reversas, temos dois planos distintos.
II – Falso, pois as retas podem ser reversas.
III – Verdadeira.
Logo, somente a opção III é verdadeira.

2 – Classifique em Verdadeira (V) ou Falsa (F) cada uma das afirmações abaixo:

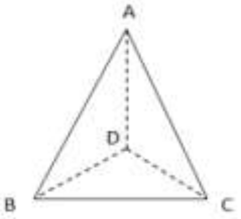
(V) Se uma reta é perpendicular a um plano, então ela é perpendicular ou ortogonal às retas desse plano.
(V) Se duas retas r e s têm um único ponto em comum e r está contida em um plano α, então s e α têm um único ponto em comum.
(F) Duas retas paralelas distintas determinam um plano.
(F) Duas retas paralelas a um mesmo plano são paralelas entre si.

3 - Assinale a afirmação verdadeira:

(A) Dois planos paralelos a uma reta são paralelos entre si.
(B) Dois planos perpendiculares a uma reta são perpendiculares entre si.
(C) Duas retas perpendiculares a um plano são paralelas entre si.
(D) Duas retas paralelas a um plano são paralelas entre si.
(E) Dois planos perpendiculares a um terceiro são perpendiculares entre si.

GABARITO: A

4 - Na figura abaixo temos um poliedro.



Identifique:

a) Quais são as arestas ? Resp.: *AC*, *BC*, *DC*, *AC*, *DA*, *DB*, *AB*,
b) Quais são as faces ? Resp.: *ADC* , *ADB* , *B DC* , *ABC*
c) Quais são os vértices ? Resp.: A, B, C, D

5 - Um poliedro convexo de 7 faces possui 10 vértices. Quantas arestas possui esse poliedro ?

RESOLUÇÃO:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow V + 7 = 10 + 2 \Rightarrow V + 7 = 12 \Rightarrow V = 12 - 7 \Rightarrow V = 5$$

6- Um poliedro convexo tem 8 faces, sendo 4 quadrangulares e 8 triangulares. Quantos são os seus vértices ?

RESOLUÇÃO:

Nesse caso, temos F = 8, cada face quadrangular tem 4 arestas e cada face triangular tem 3 arestas.
O número de arestas das 4 faces quadrangulares é 4 x 4 = 16 e o número de arestas das 5 faces triangulares é 4 x 3 = 12. Cada aresta pertence a duas faces. Por isso, na soma, 16 + 12 = 28, cada aresta foi contada duas vezes. Sendo assim, devemos dividir a quantidade por 2, resultando em 14 arestas. Utilizando a relação de Euler, temos:

RESOLUÇÃO:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow V + 8 = 14 + 2 \Rightarrow V + 8 = 16 \Rightarrow V = 16 - 8 \Rightarrow V = 8$$

7 - Um poliedro convexo tem 9 faces, sendo 7 quadrangulares e 2 triangulares. Quanto são os seus vértices ?

Nesse caso, temos F = 9. Cada face quadrangular tem 4 arestas e cada face triangular tem 3 arestas.
O número de arestas das 7 faces quadrangulares é 7 x 4 = 28 e o número de arestas das 2 faces triangulares é 2 x 3 = 6. Cada aresta pertence a duas faces. Por isso, na soma 28 + 6= 34, cada aresta foi contada duas vezes. Sendo assim, devemos dividir a quantidade por 2, resultando em 17 arestas. Utilizando a relação de Euler, temos:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow V + 9 = 17 + 2 \Rightarrow V + 9 = 19 \Rightarrow V = 19 - 9 \Rightarrow V = 10$$

8 - Utilizando a relação de Euler, complete a tabela abaixo:

	Nº LADOS	VÉRTICES	FACES	ARESTAS
TETRAHEDRO	4	4		6
HEXAEDRO	6		6	12
OCTAEDRO	8	6	8	
DODECAEDRO	12	20	12	
ICOSAEDRO	20	12		30

RESOLUÇÃO:

Tetraedro: $V + F = A + 2 \Rightarrow 4 + F = 6 + 2 \Rightarrow 4 + F = 8 \Rightarrow F = 8 - 4 \Rightarrow F = 4$
Hexaedro: $V + F = A + 2 \Rightarrow V + 6 = 12 + 2 \Rightarrow V + 6 = 14 \Rightarrow V = 14 - 6 \Rightarrow V = 8$
Octaedro: $V + F = A + 2 \Rightarrow 6 + 8 = A + 2 \Rightarrow 14 = A + 2 \Rightarrow A = 14 - 2 \Rightarrow A = 12$
Dodecaedro: $V + F = A + 2 \Rightarrow 20 + 12 = A + 2 \Rightarrow 32 = A + 2 \Rightarrow A = 32 - 2 \Rightarrow A = 30$
Icosaedro: $V + F = A + 2 \Rightarrow 12 + F = 30 + 2 \Rightarrow 12 + F = 32 \Rightarrow F = 32 - 12 \Rightarrow F = 20$

AVALIAÇÃO:

1 - Quais das afirmativas abaixo são verdadeiras ?

(A) Três pontos podem pertencer a uma mesma reta.
Resposta:
Verdadeiro. Podem ou não pertencer a uma mesma reta.

(B) Três pontos distintos são sempre colineares.
Resposta:
Falso. Como contra exemplo, lembremos que três pontos podem formar um triângulo.

(C) A reta é um conjunto de dois pontos.
Resposta:
Falso. A reta é um conjunto de pontos.

(D) Ligando dois pontos distintos, há uma só reta.
Resposta:
Verdadeiro. Ligando dois pontos somente pode haver uma única reta.

(E) Por um ponto passa uma única reta.
Resposta:

Falso. Por um ponto, podem passar infinitas retas.

2 - Um poliedro convexo tem 3 faces pentagonais e algumas faces triangulares. Qual o número de faces desse poliedro, sabendo que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares ?

Resolução:

Consideremos as faces pentagonais(P), cada uma tem 5 arestas, já as faces triangulares(T), 3 aresta. Concluímos, então que

Faces = 3 . P + x . T

Arestas = 4 . x

Arestas = (3 . 5 + x . 3) /2

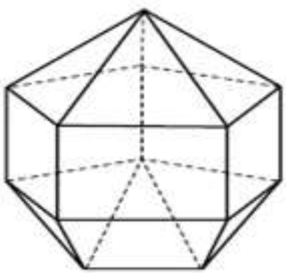
Igualando, temos:

4x . 2 = 15 + 3x

x = 3

O poliedro possui 3 faces pentagonais e 3 faces triangulares, logo um hexágono.

3 - Observando a figura e simplesmente contando, determine o nº de faces, o nº de arestas e o nº de vértices do poliedro convexo abaixo:



Resposta: Faces : 16, Arestas: 27 e Vértices 13

BIBLIOGRAFIA:

[1] BARBOSA, João Lucas Marques. Geometria Euclidiana Plana. 10ª edição. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[2] DOLCE, Oswaldo; POMPEU, José Nicolau. Fundamentos da Matemática Elementar, Vol. 10- Geometria Espacial . 8ª edição. São Paulo: Atual, 2005.

[3] FACCHINI, Walter. Matemática para a Escola de Hoje. São Paulo: FTD,2006.

[4] IEZZI, G; [et al]: Matemática: Ciência e aplicação, 2:ensino médio; 6ª. Ed-São Paulo: Saraiva, 2010

[5] MELLO, J. L.P:Matemática, Volume único: Construções e seu significado; 1ª ed- São Paulo: Moderna, 2005

[6] PANADES, R. A. Matemática e suas tecnologias : ensino médio: São Paulo: IBEP, 2005.

[7] BEZERRA, R. Z. Matemática no Ensino Médio. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, v. 2, 1998.

[8] KALEFF, A. M. M. R. VENDO E ENTENDENDO POLIEDROS

[9] BARROSO, Juliane Matsubara. Conexões com a Matemática, volume 2. São Paulo: Moderna, 2010.

[10] DANTE, Luiz Roberto, Matemática: Contexto e Aplicações, volume 2. Ed. Ática, SP, 2010

[11] PAIVA, Manoel. Matemática – Paiva, volume 2. São Paulo: Moderna, 2009

[12] IEZZI, et ali, Matemática: Ciência e Aplicações, 6ed, volume 2. São Paulo: Saraiva, 2010

[13] RIBEIRO, Jackson, Matemática: Ciência, Linguagem e Tecnologia, volume 3. São Paulo: Scipione, 2010

[14] SMOLE, Kátia Stocco, Maria Ignez Diniz, Matemática Ensino Médio, volume 2, 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010

[15] SOUZA, Joamir, Matemática – Coleção Novo Olhar, Volume 3. São Paulo: FTD, 2010.