# FORMAÇÃO CONTINUADA NOVA EJA

## PLANO DE AÇÃO 16

**NOME: Wanderson Ortogalho do Nascimento**

**REGIONAL: Médio Paraíba TUTOR: Eli de Abreu**

## INTRODUÇÃO:

Estaremos dando continuidade a função polinomial do 2º grau, também conhecida como Função Quadrática, trabalhando os conceitos de zeros ou raízes, máximo e mínimo, construiremos seus gráficos e analisaremos suas aplicações.

E também ao estudo de juros simples e compostos, juntamente com função exponencial e gráficos. A idéia é trabalharmos com diversas situações problemas do nosso cotidiano.

## DESENVOLVIMENTO

## Função Quadrática

### Definição

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei da forma **$f(x) = ax^2 + bx + c$**, onde a, b e c são números reais e a ≠ 0.

Vejamos alguns exemplos de função quadráticas:

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, onde a = 3, b = - 4 e c = 1
2. $f(x) = x^2 - 1$, onde a = 1, b = 0 e c = -1
3. $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, onde a = 2, b = 3 e c = 5
4. $f(x) = - x^2 + 8x$, onde a = -1, b = 8 e c = 0
5. $f(x) = -4x^2$, onde a = - 4, b = 0 e c = 0

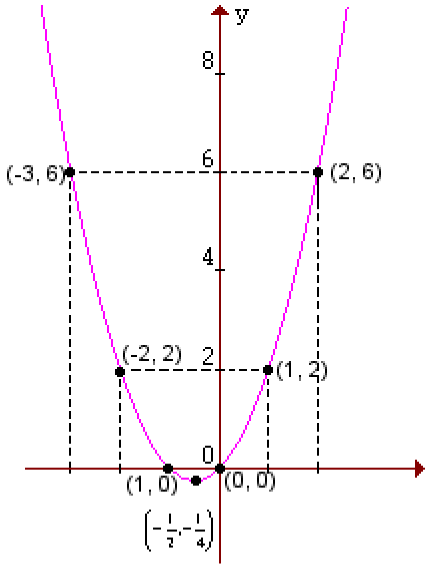
## Gráfico

O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, $y = ax^2 + bx + c$, com a ≠ 0, é uma curva chamada **parábola**.

Exemplo: Vamos construir o gráfico da função $y = x^2 + x$:

Primeiro atribuímos a x alguns valores, depois calculamos o valor correspondente de y e, em seguida, ligamos os pontos assim obtidos.

| x | y |
|---|---|
| -3 | 6 |
| -2 | 2 |
| -1 | 0 |
| $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ |
| 0 | 0 |
| 1 | 2 |
| 2 | 6 |




Observação:

Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- se **$a > 0$**, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**;
- se **$a < 0$**, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**;

## Zero e Equação do 2º Grau

Chama-se zeros ou raízes da função polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ , a ≠ 0, os números reais x tais que f(x) = 0.

Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Temos:

$$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Observação

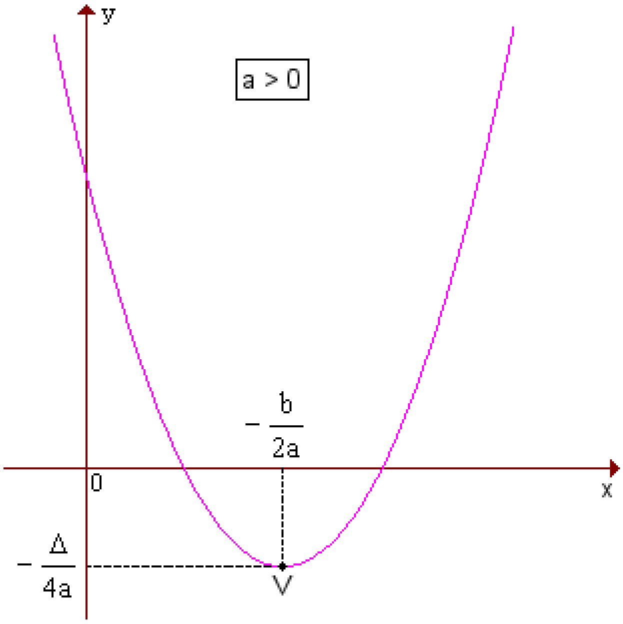
A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, chamado discriminante, a saber:

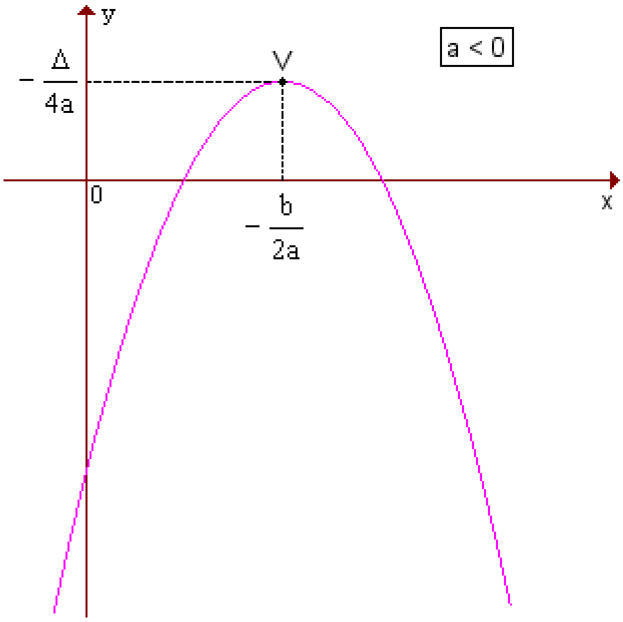
- quando $\Delta$ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando $\Delta$ é zero, há só uma raiz real (para ser mais preciso, há duas raízes iguais);
- quando $\Delta$ é negativo, não há raiz real.

### Coordenadas do vértice da parábola

Quando $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima e um ponto de mínimo **V**; quando $a < 0$, a parábola tem concavidade voltada para baixo e um ponto de máximo **V**.

Em qualquer caso, as coordenadas de V são $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Veja os gráficos:



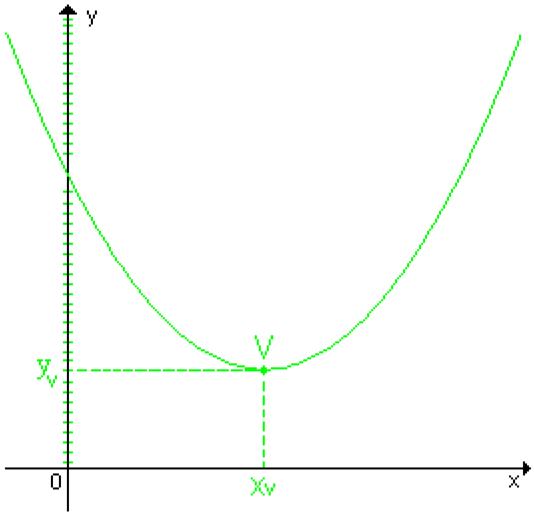
**Imagem**

O conjunto-imagem Im da função $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, é o conjunto dos valores que y pode assumir. Há duas possibilidades:

1ª - quando $a > 0$,

$$Im = \left\{ y \in \mathbb{R} \;\middle|\; y \geq y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right\}$$

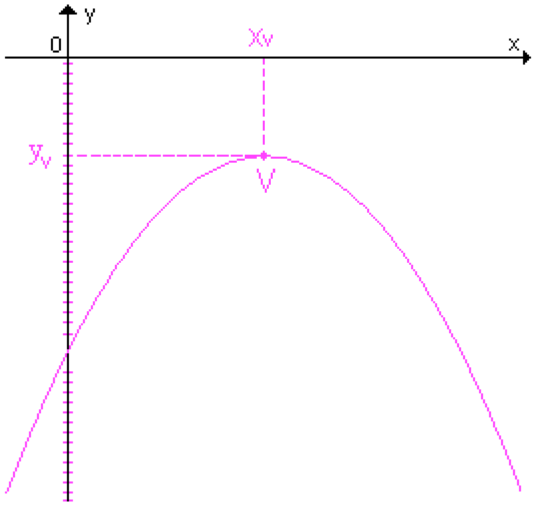
**a > 0**




2ª quando $a < 0$,

$$Im = \left\{ y \in \mathbb{R} \;\middle|\; y \leq y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right\}$$

**a < 0**



### Construção da Parábola

É possível construir o gráfico de uma função do 2º grau sem montar a tabela de pares (x, y), mas seguindo apenas o roteiro de observação seguinte:

1. O valor do coeficiente **a** define a concavidade da parábola;
2. Os zeros definem os pontos em que a parábola intercepta o eixo dos x;
3. O vértice V $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ indica o ponto de mínimo (se a > 0), ou máximo (se a< 0);
4. A reta que passa por V e é paralela ao eixo dos y é o eixo de simetria da parábola;
5. Para x = 0 , temos $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$; então (0, c) é o ponto em que a parábola corta o eixo dos y.

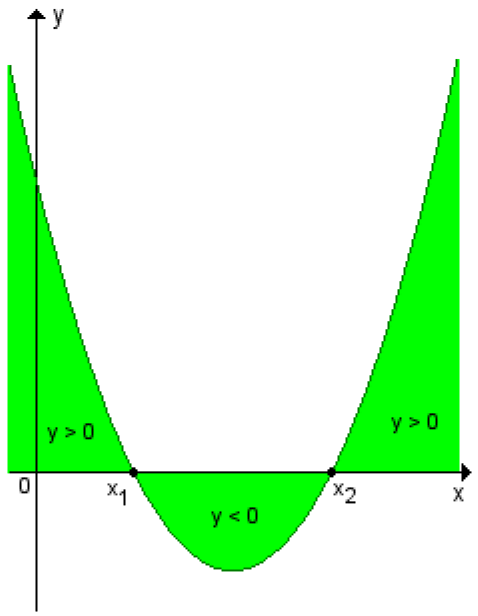
### Sinal

Consideramos uma função quadrática $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ e determinemos os valores de x para os quais y é negativo e os valores de x para os quais y é positivos.

Conforme o sinal do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, podemos ocorrer os seguintes casos:

**1º -** $\Delta > 0$

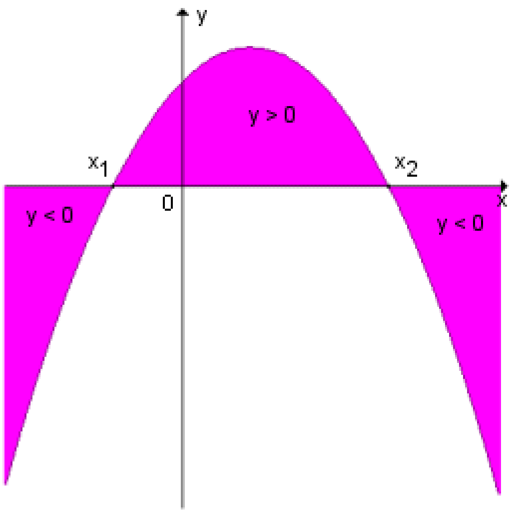
Nesse caso a função quadrática admite dois zeros reais distintos ($x1 \neq x2$). a parábola intercepta o eixo Ox em dois pontos e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:




**quando a > 0**

$y > 0 \Leftrightarrow (x < x_1 \text{ ou } x > x_2)$

$y < 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2$

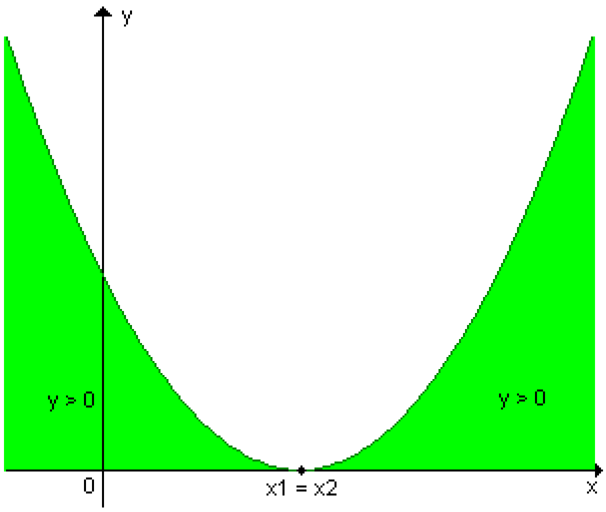



**quando a < 0**

$y > 0 \Leftrightarrow x_1 < x < x_2$

$y < 0 \Leftrightarrow (x < x_1 \text{ ou } x > x_2)$

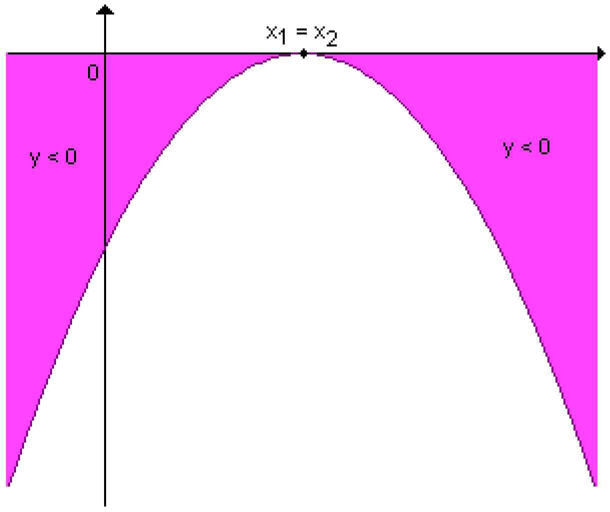
**2º -** $\Delta = 0$




**quando a > 0**

$y > 0, \forall x \neq x_1$

$\nexists x$ tal que $y < 0$

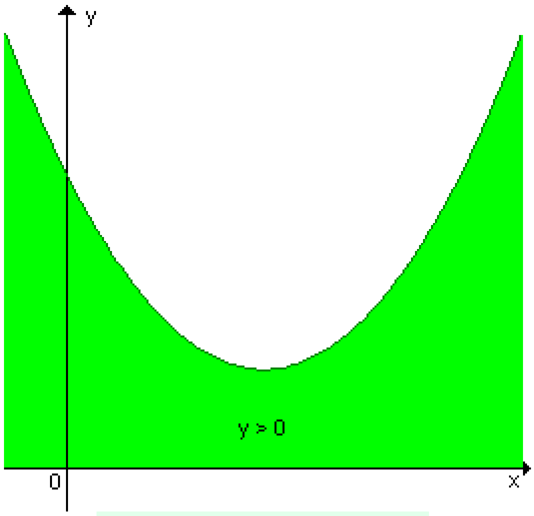



**quando a < 0**

$y < 0, \ \forall x \neq x_1$

$\nexists x$ tal que $y > 0$

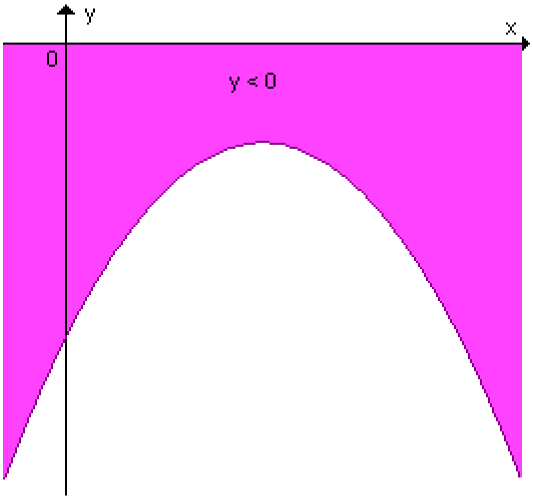
**3º -** $\Delta < 0$




**quando a > 0**

$y > 0, \ \forall x$

$\nexists x$ tal que $y < 0$




**quando a < 0**

$y < 0, \ \forall x$

$\nexists \ x \text{ tal que } y > 0$

## Juros Simples e Compostos ( Gráfico de uma função Exponencial)

### Conceitos básicos

A Matemática Financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo. Consiste em empregar procedimentos matemáticos para simplificar a operação financeira a um Fluxo de Caixa.

Capital

O Capital é o valor aplicado através de alguma operação financeira. Também conhecido como: Principal, Valor Atual, Valor Presente ou Valor Aplicado. Em inglês usa-se Present Value (indicado pela tecla PV nas calculadoras financeiras).

Juros

Juros representam a remuneração do Capital empregado em alguma atividade produtiva. Os juros podem ser capitalizados segundo dois regimes: simples ou compostos.

JUROS SIMPLES: o juro de cada intervalo de tempo sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado.
JUROS COMPOSTOS: o juro de cada intervalo de tempo é calculado a partir do saldo no início de correspondente intervalo. Ou seja: o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

O juro é a remuneração pelo empréstimo do dinheiro. Ele existe porque a maioria das pessoas prefere o consumo imediato, e está disposta a pagar um preço por isto. Por outro lado, quem for capaz de esperar até possuir a quantia suficiente para adquirir seu desejo, e neste ínterim estiver disposta a emprestar esta quantia a alguém, menos paciente, deve ser recompensado por esta abstinência na proporção do tempo e risco, que a operação envolver. O tempo, o risco e a quantidade de dinheiro disponível no mercado para empréstimos definem qual deverá ser a remuneração, mais conhecida como taxa de juros.

Quando usamos juros simples e juros compostos?

A maioria das operações envolvendo dinheiro utiliza juros compostos. Estão incluídas: compras a médio e longo prazo, compras com cartão de crédito, empréstimos bancários, as aplicações financeiras usuais como Caderneta de Poupança e aplicações em fundos de renda fixa, etc. Raramente encontramos uso para o regime de juros simples: é o caso das operações de curtíssimo prazo, e do processo de desconto simples de duplicatas.

Taxa de juros

A taxa de juros indica qual remuneração será paga ao dinheiro emprestado, para um determinado período. Ela vem normalmente expressa da forma percentual, em seguida da especificação do período de tempo a que se refere:

8 % a.a. - (a.a. significa ao ano).

10 % a.t. - (a.t. significa ao trimestre).

Outra forma de apresentação da taxa de juros é a unitária, que é igual a taxa percentual dividida por 100, sem o símbolo %:

0,15 a.m. - (a.m. significa ao mês).

0,10 a.q. - (a.q. significa ao quadrimestre)

## JUROS SIMPLES

O regime de juros será simples quando o percentual de juros incidir apenas sobre o valor principal. Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. Valor Principal ou simplesmente principal é o valor inicial emprestado ou aplicado, antes de somarmos os juros. Transformando em fórmula temos:

$$\boxed{J = P \cdot i \cdot n}$$

Onde:

**J** = juros

**P** = principal (capital)

**i** = taxa de juros

**n** = número de períodos

<u>Exemplo</u>: Temos uma dívida de R$ 1000,00 que deve ser paga com juros de 8% a.m. pelo regime de juros simples e devemos pagá-la em 2 meses. Os juros que pagarei serão:

J = 1000 x 0.08 x 2 = **160**

Ao somarmos os juros ao valor principal temos o **montante**.

Montante = Principal + Juros

Montante = Principal + ( Principal x Taxa de juros x Número de períodos )

## JUROS COMPOSTOS

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e portanto, o mais útil para cálculos de problemas do dia-a-dia. Os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte.

Chamamos de capitalização o momento em que os juros são incorporados ao principal.

Após três meses de capitalização, temos:

1º mês: **M =P.(1 + i)**

2º mês: o principal é igual ao montante do mês anterior: **M = P x (1 + i) x (1 + i)**

3º mês: o principal é igual ao montante do mês anterior: **M = P x (1 + i) x (1 + i) x (1 + i)**

Simplificando, obtemos a fórmula:

$$M = P \cdot (1 + i)^n$$

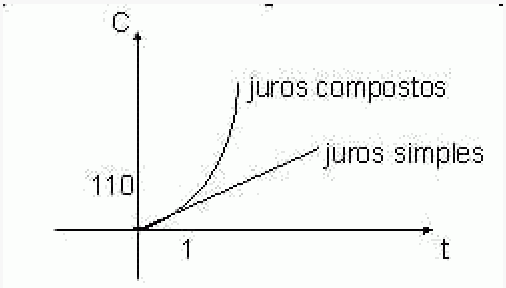
Importante: a taxa **i** tem que ser expressa na mesma medida de tempo de **n**, ou seja, taxa de juros ao mês para n meses.

Para calcularmos apenas os juros basta diminuir o principal do montante ao final do período:

$$J = M - P$$

Observe que o crescimento do principal segundo juros simples é LINEAR enquanto que o crescimento segundo juros compostos é EXPONENCIAL, e, portanto tem um crescimento muito mais "rápido".

Isto poderia ser ilustrado graficamente da seguinte forma:




## MATERIAL DE APOIO

Utilizados para essa atividade os livros didáticos do Nova Eja ( Exercícios), entre outros e data show para exposição mais rápida e objetiva.

## VERIFICAÇÃO DO APRENDIZADO

1. Calcule as raízes, caso existam, das seguintes funções quadráticas abaixo:

a) $x^2 + 3x + 2$ b) $x^2 – 2x – 3$ c) $x^2 + 4x + 3$

2. Construa o gráfico das seguintes funções:

a) $x^2 - 2x - 8$ b) $- x^2 – 2x – 1$ c) $x^2 + 2x + 3$

3. Quais são os valores do x vértice e y vértice da equação $f (x) = 10x^2 + 20x + 40$

4. Uma pessoa aplicou o capital de R$ 1.200,00 a uma taxa de 2% ao mês durante 14 meses. Determine os juros e o montante dessa aplicação.

5. Um capital aplicado a juros simples durante 2 anos, sob taxa de juros de 5% ao mês, gerou um montante de R$ 26.950,00. Determine o valor do capital aplicado.

6. Um capital de $200000,00 é aplicado a juros compostos de 10% ao ano. Calcule o montante após 4 anos.

## BIBLIOGRAFIA


- Matemática e suas tecnologias. Módulo II - matemática / Maria Auxiliadora Vilela Paiva - Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ 2012.

SITES ACESSADOS:

- http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2_5.php
- http://iffmauricio.pbworks.com/w/file/fetch/51523688/Exerc%C3%ADcios%20fun%C3%A7%C3%A3o%20de%202%C2%B0%20grau%202p.pdf
- http://www.algosobre.com.br/matematica-financeira/juros-compostos.html