Formação Continuada em Matemática

Fundação CECIERJ / Consórcio CEDERJ

Matemática 3º Ano - 4º Bimestre / 2014

Plano de Trabalho

Polinômios e Equações Algébricas

Tarefa 1

Cursista: Thiago Thompson Pereira

Tutora: Danúbia de Araújo Machado

Introdução

Este plano de trabalho tem por objetivo apresentar os polinômios ou funções polinomiais. Nas atividades propostas são trabalhadas as operações com polinômios (adição, subtração, multiplicação e divisão), o cálculo do valor numérico de um polinômio e o teorema do resto da divisão.

Devemos estudar estas funções em razão de sua importância dentro da Matemática e demais áreas. Esse estudo aborda as operações aritméticas desse conceito, assim como as propriedades desse elemento matemático. As funções polinomiais formam um plano conceitual importante na álgebra, entretanto possuem também uma importância na geometria, quando se deseja calcular expressões que envolvem valores desconhecidos.

O plano de trabalho está dividido em três etapas. A primeira trata das operações com polinômios e utiliza um Tangram em que as medidas dos lados das peças são polinômios. A segunda apresenta um problema contextualizado que relaciona a análise de gráficos e polinômios. Esse problema fornece as funções polinomiais que determinam o comportamento das curvas representadas nos gráficos e o objetivo é calcular o valor numérico dessas funções em determinados intervalos e fazer com que o aluno perceba o significado dos resultados encontrados. E a terceira, apresenta o teorema do resto. Cada etapa será realizada em dois tempos de aula. E, por fim, a avaliação que também será realizada em dois tempos de aula.

Atividade 1

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Polinômios e Equações Algébricas

Objetivo: Efetuar operações com polinômios

Pré-requisitos: Redução de termos semelhantes, propriedade distributiva da multiplicação e algoritmo da divisão.

Material necessário: Folha de atividades.

Organização da classe: Turma disposta em trios

Descritor associado: Efetuar operações com polinômios

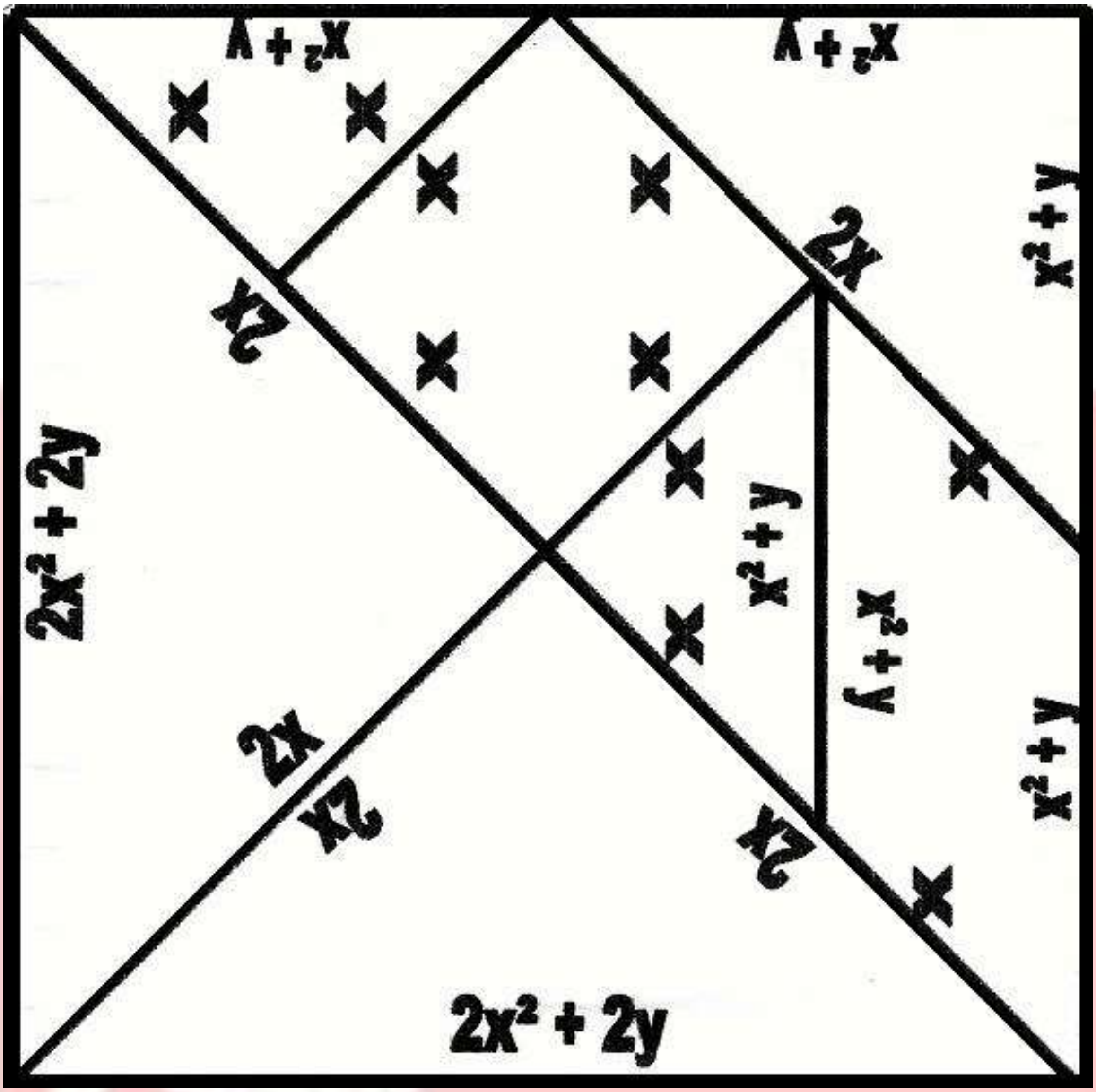
Metodologia Adotada:

Será apresentado um Tangram em que as medidas dos lados das peças são polinômios. O objetivo da atividade é efetuar o cálculo do perímetro e área utilizando as peças do Tangram. Na realização dessa atividade serão trabalhadas as operações com polinômios.

O Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças **(5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo).**Com essas peças podemos formar várias figuras, utilizando todas elas sem sobrepô-las.

Não se sabe ao certo como surgiu o Tangram, apesar de haver várias lendas sobre sua origem e o seu nascimento no mundo dos mortos .Uma diz que uma pedra preciosa de toque se desfez em sete pedaços, e com elas era possível formar várias formas, tais como animais , plantas e pessoas. Outra diz que um imperador deixou um espelho quadrado cair, e este se desfez em 7 pedaços que poderiam ser usados para formar várias figuras, de diversas formas, jeitos e cores.

Segundo alguns, o nome Tangram vem da palavra inglesa "tangam", de significado "misturas" ou "desconhecidos". Outros dizem que a palavra vem da dinastia chinesa Tang, ou até do barco cantonês "bundumocu", onde mulheres entretinham os marinheiros americanos. Na Ásia o jogo é chamado de "300 placas".



De acordo com o Tangram apresentado, determine:

1) O perímetro do Tangram .

2) A área do Tangram.

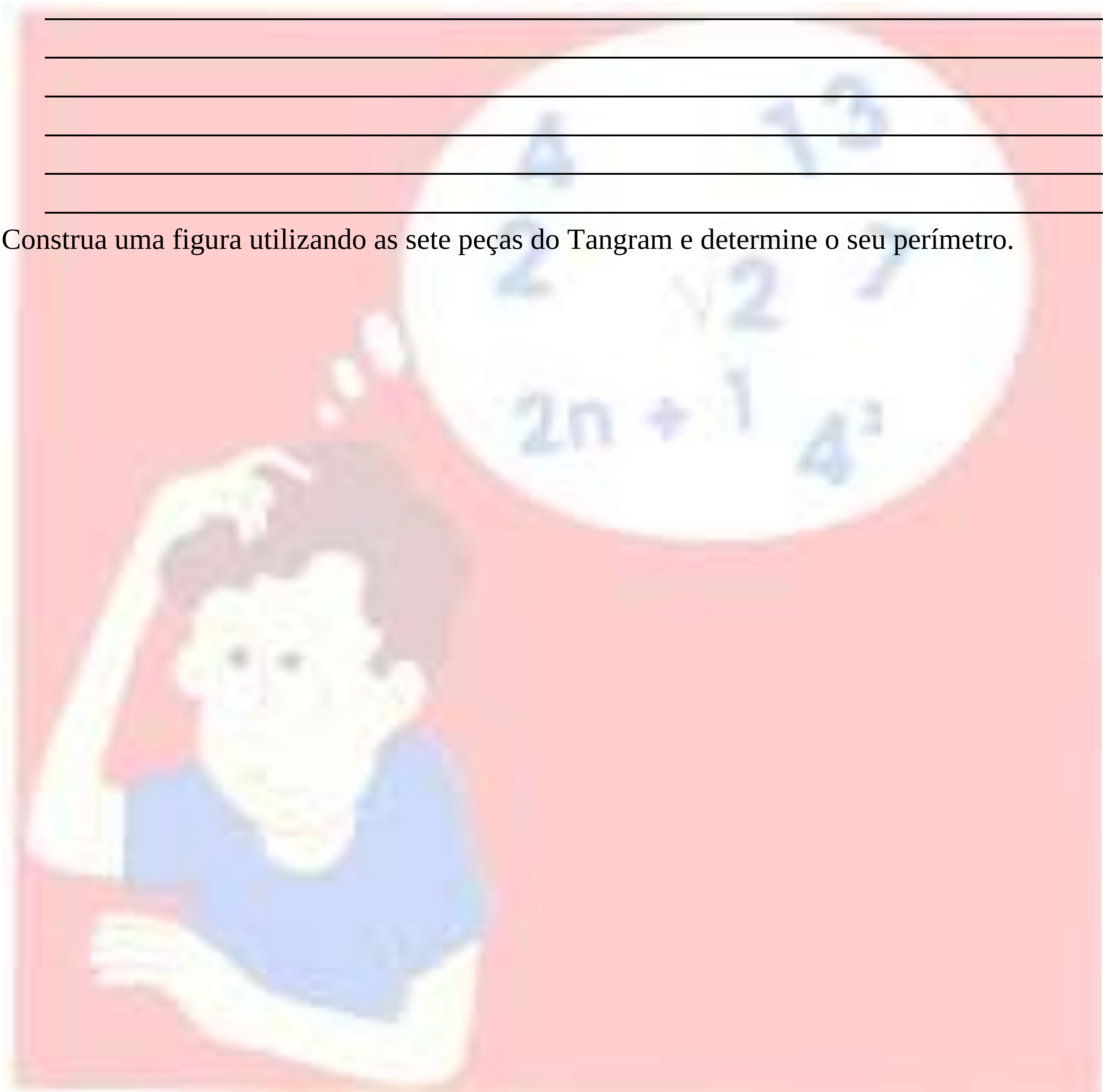
3) Encontre o perímetro de cada uma das peças do Trangram.

4) O Tangram é formado por 7 peças, sendo uma delas um quadrado.

a) De acordo com a figura, qual é a área desse quadrado?

b) Quantos desses quadrados cabem na mesma área ocupada pelo Tangram?

5) Construa uma figura utilizando as sete peças do Tangram e determine o seu perímetro.



Atividade 2

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Polinômios e Equações Algébricas

Objetivo: Calcular o valor numérico de um polinômio e efetuar operações com polinômios

Pré-requisitos: Efetuar operações com números reais.

Material necessário: Folha de atividades.

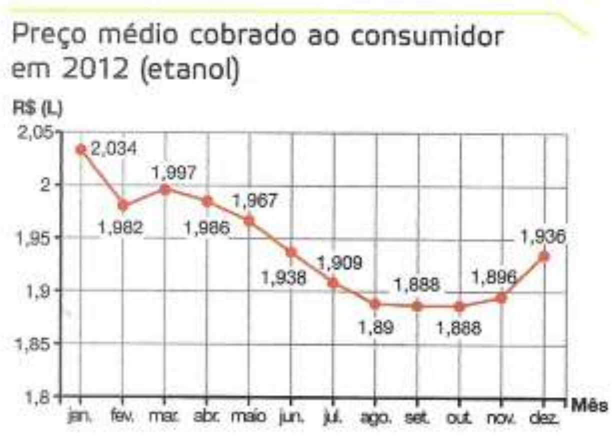
Organização da classe: Turma disposta em trios.

Descritor associado: Calcular o valor numérico de um polinômio.

Metodologia Adotada:

Nesta atividade será apresentado um problema contextualizado que relaciona a análise de gráficos e polinômios. Esse problema fornece as funções polinomiais que determinam o comportamento das curvas representadas nos gráficos e o objetivo é calcular o valor numérico dessas funções em determinados intervalos e fazer com que o aluno perceba o significado dos resultados encontrados.

A Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) é o órgão regulador das atividades que integram a indústria do petróleo, gás natural e biocombustível no Brasil. Dentre suas funções, a ANP acompanha os preços dos combustíveis por meio de uma pesquisa semanal e comunica aos órgãos do Ministério da Justiça possíveis indícios de infrações contra a ordem econômica. Essa pesquisa é publicada periodicamente, ilustrando o comportamento do mercado de combustíveis. Observe o preço médio mensal cobrado nos postos de combustíveis por litro de etanol no Brasil, no ano de 2012.



Fonte: <www.anp.gov.br/preco>. Acesso em: 24 jan. 2013.

Ao considerar a tendência descrita pelo gráfico de linhas em 2012, podemos ajustar os dados apresentados a uma função polinomial. No gráfico A, ajustamos os dados a uma função polinomial de grau 2; no gráfico B, a uma função polinomial de grau 4; e no gráfico C, a uma função polinomial de grau 6.

Note que, quanto maior for o grau do polinômio, mais os dados apresentados se aproximam dos valores da função polinomial, aumentando sua precisão. Contudo, quanto maior for a precisão, maiores serão os cálculos matemáticos envolvidos no problema.

a) Em que períodos de 2012 houve crescimento e decrescimento dos preços de revenda do etanol?

____

____

____

b) Observe o comportamento da função polinomial nos gráficos A, B e C. Qual dentre essas três funções melhor se ajusta aos dados apresentados. Justifique.

____

____

____

c) No gráfico C, a função polinomial de grau 6 que foi ajustada aos dados apresentados é dada por $p(x) = 0{,}00001038x^6 – 0{,}0004318x^5 + 0{,}007044x^4 – 0{,}056266x^3 + 0{,}2244x^2 – 0{,}4204x + 2{,}28$. Com o auxílio de uma calculadora, determine a diferença, em módulo, entre o valor desse polinômio e os dados apresentados referentes aos meses de janeiro ($x = 1$) e março ($x = 3$)

____

____

____

____

____

____

d) A função polinomial de grau 2 é dada por $q(x) = 0{,}0017x^3 – 0{,}0339x + 2{,}07$, e a função polinomial de grau 4 é dada por $m(x) = 0{,}0000633x^4 – 0{,}0012x^3 + 0{,}0072x^2 – 0{,}032 + 2{,}05$. Calcule $m(x) – q(x)$. O que significa essa diferença?

____

____

____

____

____

____

Atividade 3

Duração prevista: 100 minutos

Área de conhecimento: Matemática

Assunto: Polinômios e Equações Algébricas.

Objetivo: Utilizar o teorema do resto para resolver problemas.

Pré-requisitos: Efetuar operações com números reais.

Material necessário: Folha de atividades.

Organização da classe: Turma disposta em trios

Descritor associado: Utilizar o teorema do resto para resolver problemas.

<u>**Metodologia Adotada**</u>:

Nessa atividade o aluno será levado a compreender o teorema do resto. Inicialmente o aluno é orientado a determinar o resto da divisão entre dois polinômios, utilizando o método das chaves, em que o divisor é um polinômio do tipo $x - a$. Em seguida é apresentado o teorema do resto e o aluno é orientado a aplicar o teorema para determinar o resto da divisão entre os mesmos polinômios apresentados. Daí, o aluno cria uma conjectura e, em seguida, apresenta-se a demonstração do teorema do resto.

Divisões por x –a

Um caso particular na divisão de polinômios é aquele em que o divisor é um polinômio de 1º grau, coeficiente dominante unitário, isto é um polinômio do tipo x – a ou x + a.
Considerando como dividendo um polinômio f de grau n (n ≥ 1), temos:

$$\begin{array}{l|l} f(x) & x - a \\ \cline{2-2} \downarrow & \quad q(x) \\ r(x) & \end{array}$$

O grau de q(x) é n -1.
Como o grau do resto deve ser menor que o grau do divisor temos:

$$\text{grau } r(x) < 1 \Rightarrow \underbrace{\text{grau } r(x) = 0}_{\substack{r(x) = k \\ (k \in \mathbb{C},\, k \neq 0)}} \text{ ou } \underbrace{r(x) = 0}_{\substack{r \text{ é o} \\ \text{polinômio nulo}}}$$

1) Efetue a divisão de $f(x) = 4x^3 + x^2 - 5x + 8$ por $g(x) = x - 2$, utilizando o método das chaves, e determine o resto.

____

____

____

____

____

Teorema do Resto

O resto da divisão de um polinômio f(x) por x – a é igual a f(a).

2) Utilizando teorema do resto, determine o resto da divisão do polinômio f(x) por g(x) do exercício anterior.

3) O que você observou nos restos obtido nos exercícios 1 e 2.

Com os resultados obtidos, podemos concluir que:

Na divisão de f(x) por x – a, podemos escrever:

$$\mathbf{f(x) = (x - a).\, q(x) + r(x)}$$

em que r(x) = r é um polinômio constante ou r(x) é nulo.

Calculando os valores desses polinômios para x = a, vem:

$$\mathbf{f(a) = (a - a).\, q(a) + r, \text{ isto é }, r = f(a).}$$

4) Aplicando o teorema do resto, determine o resto da divisão de f(x) por g(x) em cada caso:

a) $f(x) = 3x^2 - x + 4$ e $g(x) = x - 2$

b) $f(x) = - x^3 + 4x^2 - 5x$ e $g(x) = x + 2$

c) $f(x) = (4 - x)^{10} + 3x$ e $g(x) = x - 4$

d) $f(x) = 2x^5 + x^3 - x^2 + 1$ e $g(x) = x$

5) Em cada caso, p(x) é divisível por q(x). Obtenha o valor real de m:

a) $p(x) = -3x^2 + 4x + m$ e $q(x) = x - 2$

b) $p(x) = 4x^3 - 5x^2 + mx + 3$ e $q(x) = x + 3$

Avaliação da Aprendizagem

Avaliação se dará através de um conjunto de questões que envolvem as operações com números complexos. Todas as questões foram retiradas do banco de questões do CAED – Saerj/Saerjinho.

Questão 1: Habilidade relacionada – Calcular o valor numérico de um polinômio

01. Seja M = $x^3 - 3x^2 - 4x + 5$. O valor de M para x = -2 é :

(A) -7

(B) 1

(C) 17

(D) 33

Questão 2: Habilidade Relacionada – Utilizar o teorema do resto para resolver problemas.

02. Sabendo-se que o resto da divisão de um polinômio P(x) de grau maior ou igual a 1 por um polinômio Q(x) = x − a é igual a P(a), calcule o resto da divisão de $x^5 - 3x^4 - 5$ por x – 2.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

Questão 3: Habilidade Relacionada - Calcular o valor numérico de um polinômio

03. Considerando que $p(x) = 2x^3 - kx^2 + 3x - 2k$, para que valores de k temos p(2) = 4?

(A) 9

(B) -3

(C) 2

(D) 3

Questão 4: Habilidade Relacionada – Efetuar operações com polinômios

04. Dados o monômio P(x) = 2x + 3 e o polinômio $Q(x) = 3x^3 + 2x^2 + x + 1$, determine o produto P(x).Q(x).

Referências Bibliográficas

SOUZA, Joamir. **Novo Olhar- 3º Ano** .2ª ed. São Paulo: FTD, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Contexto e Aplicações- 3º Ano**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2014.

IEZZI, Gelson. **Matemática Ciência e Aplicações- 3º Ano**. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.