PLANO DE TRABALHO

Apresentado ao Curso de Capacitação para Professores da Rede Estadual do Rio de Janeiro

MATEMÁTICA NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

PROBABILIDADE

Por: Jerônimo Pereira Vilela

Tutor: Edeson dos Anjos Silva

Introdução

Ensinar matemática atualmente é uma tarefa muito árdua. Os alunos estão cada vez mais desmotivados e desinteressados em aprender, e se distanciam deste conhecimento que é fundamental para sua formação cultural e profissional uma vez que a matemática faz parte da formação plena do cidadão.

Recai sobre os ombros dos professores a cobrança por um ensino onde a relação Ensino X Aprendizagem seja cada vez mais prazerosa, tornando a aproximação do educando com a matemática, possível.

Com este olhar trago uma proposta de abordagem de Probabilidade e aproximando estes conceitos ao cotidiano. Utilizando dados, cartas, moedas e outras objetos e fenômenos que forem possíveis.

Vale lembrar que nem sempre isto é possível, pois, nem toda a matemática surgiu da necessidade humana, e sim de necessidades de elaboração da própria matemática.

Apresento este trabalho como um meio e não como um fim, de acordo com a realidade e disponibilidade tecnológica da minha escola.

Atividade 1

Introduzindo o conceito de probabilidade

Duração: 200 minutos

Assunto: Probabilidade

Objetivos: introduzir o conceito de probabilidade com situações problemas e com experimentos equiprováveis.

Pré requisitos: leitura, escrita e operações básicas da matemática.

Material necessário: quadro branco, caneta para quadro branco, copias de planilhas, tabelas e folha de atividades, lápis e borracha.

Organização da turma: os alunos estarão organizados em duplas.

Desenvolvimento

1) PROBABILIDADE

A história da teoria das probabilidades, teve início com os jogos de cartas, dados e de roleta. Esse é o motivo da grande existência de exemplos de jogos de azar no estudo da probabilidade. A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório.

I) Experimento Aleatório

É aquele experimento que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

II) Espaço Amostral

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral, é S.

Exemplos:

Lançando uma moeda e um dado, simultaneamente, sendo S o espaço amostral, constituído pelos 12 elementos, onde K(cara) e C(coroa) e um dado com seis faces numeradas de 1 até 6:

S = {K1, K2, K3, K4, K5, K6, C1, C2, C3, C4, C5, C6}

1) Escreva explicitamente os seguintes eventos:

a) A = { caras e m número par aparece },

b) B = { um número primo aparece },

c) C = { coroas e um número ímpar aparecem }.

2) Idem, o evento em que:

a) A ou B ocorrem;

b) B e C ocorrem;

c) Somente B ocorre.

3) Quais dos eventos A,B e C são mutuamente exclusivos

Resolução:

1) a) Para obter A, escolhemos os elementos de S constituídos de um K e um número par:

A = { K2, K4, K6 };

b) Para obter B, escolhemos os pontos de S constituídos de números primos:

B = { K2, K3, K5, R2, R3, R5}

c) Para obter C, escolhemos os pontos de S constituídos de um R e um número ímpar:

C = {R1, R3, R5 }.

2) a) A ou B = AUB = { K2, K4, K6, K3, K5, R2, R3, R5

b) B e C = B □ C = { R3, R5 }

c) Escolhemos os elementos de B que não estão em A ou C;

$B \cap A^c \cap C^c = \{ K3, K5, R2 \}$

3) A e C são mutuamente exclusivos, porque $A \cap C = \emptyset$

III) Conceito de probabilidade

Se em um fenômeno aleatório as possibilidades são igualmente prováveis, então a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Exemplo:

4) No lançamento de um dado, um número par pode ocorrer de 3 maneiras diferentes dentre 6 igualmente prováveis, portanto,

P = 3/6 = 1/2 = 50%

Dizemos que um espaço amostral S (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

Num espaço amostral equiprovável S (finito), a probabilidade de ocorrência de um evento A é sempre:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de S}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

IV) Propriedades Importantes:

1. Se A e A' são eventos complementares, então: *P(A) + P(A') = 1*

2. A probabilidade de um evento é sempre um número entre Æ (probabilidade de evento impossível) e 1 (probabilidade do evento certo). $0 \leq P(S) \leq 1$

V) Probabilidade Condicional

Antes da realização de um experimento, é necessário que já tenha alguma informação sobre o evento que se deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

Fórmula de Probabilidade Condicional

$P(E_1$ e E_2 e E_3 e ...e E_{n-1} e $E_n)$ é igual a *$P(E_1).P(E_2/E_1).P(E_3/E_1$ e $E_2)...P(E_n/E_1$ e E_2 e $...E_n$-1)*. Onde $P(E_2/E_1)$ é a probabilidade de ocorrer E_2, condicionada pelo fato de já ter ocorrido E_1; $P(E_3/E_1$ e $E_2)$ é a probabilidade ocorrer E_3, condicionada pelo fato de já terem ocorrido E_1 e E_2; $P(Pn/E_1$ e E_2 e $...E_n$-1) é a probabilidade de ocorrer E_n, condicionada ao fato de já ter ocorrido E_1 e $E_2...E_n$-1.

Exemplo:

5) Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se ocorrer um sorteio de 2 bolas, uma de cada vez e sem reposição, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

Resolução:
Seja o espaço amostral S=30 bolas, e considerarmos os seguintes eventos:

A: vermelha na primeira retirada e P(A) = 10/30

B: azul na segunda retirada e P(B) = 20/29

Assim:

P(A e B) = P(A).(B/A) = 10/30.20/29 = 20/87

VI) Eventos independentes

Dizemos que E_1 e E_2 e ...E_{n-1}, E_n são eventos independentes quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros terem ou não terem ocorrido.

Fórmula da probabilidade dos eventos independentes:

$P(E_1 \text{ e } E_2 \text{ e } E_3 \text{ e } ... \text{e } E_n\text{-1 e } E_n) = P(E_1).P(E_2).p(E_3)...P(E_n)$

Exemplo:

6) Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se sortearmos 2 bolas, 1 de cada vez e repondo a sorteada na urna, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?
Resolução:

Como os eventos são independentes, a probabilidade de sair vermelha na primeira retirada e azul na segunda retirada é igual ao produto das probabilidades de cada condição, ou seja, P(A e B) = P(A).P(B). Ora, a probabilidade de sair vermelha na primeira retirada é 10/30 e a de sair azul na segunda retirada 20/30. Daí, usando a regra do produto, temos: 10/30.20/30=2/9.

Observe que na segunda retirada forma consideradas todas as bolas, pois houve reposição. Assim, P(B/A) =P(B), porque o fato de sair bola vermelha na primeira retirada não influenciou a segunda retirada, já que ela foi reposta na urna.

VII) Probabilidade de ocorrer a união de eventos

Fórmula da probabilidade de ocorrer a união de eventos:

$P(E_1 \text{ ou } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ e } E_2)$

De fato, se existirem elementos comuns a E_1 e E_2, estes eventos estarão computados no cálculo de $P(E_1)$ e $P(E_2)$. Para que sejam considerados uma vez só, subtraímos $P(E_1 \text{ e } E_2)$. Fórmula de probabilidade de ocorrer a união de eventos mutuamente exclusivos:

$P(E1 \text{ ou } E_2 \text{ ou } E_3 \text{ ou } ... \text{ ou } E_n) = P(E_1) + P(E_2) + ... + P(E_n)$

Exemplo:

7) Se dois dados, azul e vermelho, forem lançados, qual a probabilidade de sair 5 no azul e 3 no vermelho?

Considerando os eventos:

A: Tirar 5 no dado azul e P(A) = 1/6

B: Tirar 3 no dado vermelho e P(B) = 1/6

Sendo S o espaço amostral de todos os possíveis resultados, temos: n(S) = 6.6 = 36 possibilidades. Daí, temos:P(A ou B) = 1/6 + 1/6 – 1/36 = 11/36

Exemplo:

8) Se retirarmos aleatoriamente uma carta de baralho com 52 cartas, qual a probabilidade de ser um 8 ou um Rei?
Sendo S o espaço amostral de todos os resultados possíveis, temos: n(S) = 52 cartas. Considere os eventos:

A: sair 8 e P(A) = 4/52

B: sair um rei e P(B) = 4/52

Assim, P(A ou B) = 4/52 + 4/52 – 0 = 8/52 = 2/13. Note que P(A e B) = 0, pois uma carta não pode ser 8 e rei ao mesmo tempo. Quando isso ocorre dizemos que os eventos A e B são mutuamente exclusivos.

Atividade 2

Atividade de fixação

Duração: 200 minutos

Assunto: Probabilidade

Objetivos: fixar os conteúdos propostos através de atividades.

Pré requisitos: conhecimentos básicos de operações com probabilidade, análise combinatória e porcentagem.

Material necessário: quadro branco, caneta para quadro branco, cópias das atividades a serem propostas, lápis e borracha.

Organização da turma: os alunos estarão organizados em duplas.

Desenvolvimento

Será distribuído as duplas uma cópia com as atividades a serem realizadas. Essas atividades estão relacionadas abaixo.

1) Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas. Qual a probabilidade desta bola ser verde?

2) Três moedas são lançadas ao mesmo tempo. Qual é a probabilidade de as três moedas caírem com a mesma face para cima?

3) Um casal pretende ter filhos. Sabe-se que a cada mês a probabilidade da mulher engravidar é de 20%. Qual é a probabilidade dela vir a engravidar somente no quarto mês de tentativas?

4) Um credor está à sua procura. A probabilidade dele encontrá-lo em casa é 0,4. Se ele fizer 5 tentativas, qual a probabilidade do credor lhe encontrar uma vez em casa?

5) Em uma caixa há 2 fichas amarelas, 5 fichas azuis e 7 fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, qual a probabilidade dela ser verde ou amarela?

6) Alguns amigos estão em uma lanchonete. Sobre a mesa há duas travessas. Em uma delas há 3 pastéis e 5 coxinhas. Na outra há 2 coxinhas e 4 pastéis. Se ao acaso alguém escolher uma destas travessas e também ao acaso pegar um dos salgados, qual a probabilidade de se ter pegado um pastel?

7) O jogo de dominó é composto de peças retangulares formadas pela junção de dois quadrados. Em cada quadrado há a indicação de um número, representado por uma certa quantidade de bolinhas, que variam de nenhuma a seis. O número total de combinações possíveis é de 28 peças. Se pegarmos uma peça qualquer, qual a probabilidade dela possuir ao menos um 3 ou 4 na sua face?

8) Em uma caixa há 4 bolas verdes, 4 azuis, 4 vermelhas e 4 brancas. Se tirarmos sem reposição 4 bolas desta caixa, uma a uma, qual a probabilidade de tirarmos nesta ordem bolas nas cores verde, azul, vermelha e branca?

9) Em uma escola de idiomas com 2000 alunos, 500 alunos fazem o curso de inglês, 300 fazem o curso de espanhol e 200 cursam ambos os cursos. Selecionando-se um estudante do curso de inglês, qual a probabilidade dele também estar cursando o curso de espanhol?

10) De uma sacola contendo 15 bolas numeradas de 1 a 15 retira-se uma bola. Qual é a probabilidade desta bola ser divisível por 3 ou divisível por 4?

Avaliação

O processo de avaliação será realizado através:

- da observação do empenho e participação dos alunos na realização das atividades.
- Observar as dificuldades encontradas na realização das atividades propostas.
- Questionar como o aluno viu o trabalho proposto, o que mais lhe chamou a atenção e o que precisa melhorar.
- Pequenas avaliações escritas do conteúdo trabalhado, em dupla, com quatro questões.

Bibliografia:

Matemática: ciência e aplicações, volume 3 / Gelson Iezzi ... [et al.]. – São Paulo: Atual, 2001.

Novo olhar matemática, volume 3 / Joamir Roberto de Souza – 1ª Ed. – São Paulo: FTD, 2010.

Matemática, volume único / Luiz Roberto Dante – 1ª Ed. – São Paulo: ática, 2005.

Matemática, ensino médio ; volume 3 / Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz – 6ª Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.